

Den Quanten auf der Spur...

Alfons Reichert



Inhalt

Vorwort	3
1 Einleitung	4
2 Grundlagen	6
3 Doppelspaltversuch - eine alternative Deutung	8
3.1 Grundsätzliches	8
3.2 Erste alternative Deutung.....	10
3.3 Zweite alternative Deutung.....	13
4 Erweiterung der alternativen Deutungen auf N Spalte	16
4.1 Einleitung.....	16
4.2 Ableitung der Intensitätsverteilung.....	16
4.3 Graphiken	22
5 Physikalische Deutung der Überlegungen	24
5.1 Eigenwerte der Wirkung.....	24
5.2 Interferenz als Wechselwirkung zwischen Teilchen.....	26
5.3 Graphiken	32
6 Unsymmetrische Mehrfachspalte	36
6.1 Einleitung.....	37
6.2 Beispiele.....	38
6.3 Folgerungen.....	41
6.4 Graphiken	45
7 Gedanken zur Nichtlokalität und nichtlokalen Kausalität	46
7.1 Verschiedene Theorien.....	46
7.2 Anschauliches Gedankenexperiment	46
7.3 Übertragung auf die Quantenmechanik.....	48
7.4 Teleportation	49
8 Photonen	51
9 Quantenmechanik und Wirklichkeit	54
10 Literaturverzeichnis	58

Vorwort

Als Max Planck im Jahre 1900 das Wirkungsquantum einführte, um die spektrale Verteilung der Strahlung eines schwarzen Körpers zu erklären, ahnte er gewiss nicht, welche physikalische Revolution er damit auslösen würde. Die Quantenmechanik hat sich seit jener Zeit zu einer der erfolgreichsten Theorien in der Physik entwickelt, allerdings nur vom mathematisch formalen Standpunkt aus betrachtet. Nach wie vor bereitet sie den Physikern erhebliches Kopfzerbrechen, sobald es darum geht, ihre Grundlagen physikalisch zu deuten. Dann machen Schlagworte wie Nichtlokalität, nichtlokale Kausalität und Welle-Teilchen-Dualismus die Runde. Vor allem der Übergang zwischen dem linearen, reversiblen, kausalen, zeitlichen Verlauf der Wellenfunktion und ihrem irreversiblen, sprunghaften, spontanen Kollaps stellt sie vor Probleme. Nach Lee Smolin¹⁾ ist die Quantenphysik nicht vollständig, solange sie diesen Übergang nicht deuten kann. Um ihn zu erklären, wurden verschiedene Auslegungen der Quantenmechanik entwickelt, von der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie Borns über die Führungswellentheorie de Broglies bis hin zur Vielweltentheorie Everetts. Viele Physikerinnen und Physiker haben es schon aufgegeben, nach einer anschaulichen Deutung der Quantenmechanik zu suchen. Diese Ratlosigkeit wird zusätzlich dadurch genährt, dass dem Leser in so manchem Lehrbuch die rein mathematische Betrachtung der Quantenmechanik als Naturgesetz verkauft wird.

Dabei handelt es sich bei der Quantenphysik im Gegensatz zur Allgemeinen Relativitätstheorie um eine klassische Theorie, in der die Euklidische Geometrie und das Superpositionsprinzip gelten. Sie setzt eine universelle Zeit voraus und ist damit in vielen Punkten mit der Newtonschen Mechanik vergleichbar. In der Relativitätstheorie sind diese Prinzipien außer Kraft gesetzt, wodurch sie noch weitaus unanschaulicher wird. Was soll man sich unter der vierdimensionalen Raum-Zeitkrümmung vorstellen? Kann man die Zeit wirklich wie eine vierte Dimension behandeln? Rein mathematisch ja, aber physikalisch? Ihre Richtung lässt sich nicht beliebig umkehren wie bei den drei räumlichen Dimensionen. Auch eine mathematische Behandlung der allgemeinen Relativitätstheorie im Unterricht ist völlig illusorisch, da man sehr komplexe Mathematik benötigt, wie ein Blick in die Originalableitungen Einsteins zeigt²⁾. Man kann lediglich die vorhergesagten Effekte beschreiben und erläutern, ohne sie zu erklären. Viele Fragen sind ungeklärt, es gibt noch viel zu erforschen für junge Physikerinnen und Physiker (s. Skript „Relativitätstheorie“).

Aber bereits die Quantenphysik zählt in der Schule zu einem der schwierigsten Kapitel, wie mir die Schüler immer wieder bestätigen, zumal auch bei ihr die benötigte Mathematik mit Sicherheit an die Grenzen dessen geht, was in der Schule für mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler gerade noch vertretbar ist. Sie sagen, die ganze Rechnerei ist ja schön und gut, aber was bedeutet das physikalisch. Eine Theorie wird für sie, wie für die meisten Physiker auch, erst dann zu einer physikalischen Theorie, wenn sie auch qualitative, anschauliche Erklärungen liefern kann. Dass die Quantenmechanik etwas mehr zu einer solchen Theorie wird, dazu möchte ich in diesem Skript einen bescheidenen Beitrag leisten. Weitere Überlegungen zu diesem Thema finden Sie im Skript „Fotoeffekt“.

Stolberg, im Juli 2015 und im Januar 2021

1 Einleitung

Das Doppelspaltexperiment spielt in der Quantenmechanik eine zentrale Rolle. So schreibt Richard Feynman in seinen berühmten "Vorlesungen über Physik" im Band Quantenmechanik¹⁾ sinngemäß, dass das Geheimnis der Quantenphysik im Doppelspaltversuch verborgen liegt. Versucht man sich die dabei ablaufenden Vorgänge z. B. mit Elektronen zu veranschaulichen, so kommt man um scheinbar paradoxe Aussagen nicht umhin. Die Elektronen müssten sich in zwei Teile spalten, wobei der eine Teil durch das eine Loch, der zweite Teil durch das andere Loch geht. Hinter den Löchern überlagern sich die beiden Teilwellen wieder und ergeben das bekannte Interferenzmuster. Stellt man dagegen hinter den Spalten Elektronendetektoren auf, so findet man andererseits, dass das Elektron eindeutig als Ganzes nur durch ein Loch gegangen ist. Aber auch aus vielen anderen Versuchen weiß man, dass Elektronen unteilbar sind und punktförmige Gebilde darstellen. Um dieses Problem zu umgehen, wurden von de Broglie sogenannte leere Wellen oder Führungswellen vorgeschlagen²⁾. Die eine Elektronenteilwelle soll das Elektron enthalten und damit die gesamte Energie und den gesamten Impuls transportieren, die andere nur Information übertragen und somit die Interferenzerscheinungen verursachen. Franco Selleri hat ein Experiment entwickelt, um diese leeren Wellen nachzuweisen²⁾. Sie wurden jedoch 1992 von Mandel u.a. widerlegt³⁾.

Zu den wichtigsten Grundlagen der Quantenmechanik gehören ferner die Heisenbergsche Unschärferelation und das Bohrsche Komplementaritätsprinzip. Aus beiden zusammen folgt, dass Ort und Impuls niemals gleichzeitig genau gemessen werden können. Sie sind komplementäre Größen. Daher sollte man bei der quantenmechanischen Deutung physikalischer Phänomene beide Größen alternativ verwenden können. Auf den Doppelspaltversuch übertragen bedeutet dies, dass man die Intensitätsverteilung auch dadurch erklären können muss, dass die sich überlagernden Teilchenwellen keinen Wegunterschied, sondern unterschiedliche Impulse aufweisen. Sie erreichen so in der gleichen Laufzeit den gleichen Ort, obwohl sie an verschiedenen Stellen gestartet sind. Nur so können sie sich als Teilchen in ihrer Wirkung auf die Messapparatur gegenseitig beeinflussen. Klassische Wellenzüge dagegen können sich auch dann überlagern, wenn sich Teile von ihnen zur gleichen Zeit am gleichen Ort befinden. Gerade diese physikalisch unmittelbar einleuchtenden Annahmen haben mir den Weg gewiesen, einen Versuch zu wagen, das Geheimnis des Doppelspaltes ein wenig zu lüften. Dabei hat sich herausgestellt, dass die volle Wahrheit erst ans Tageslicht kommt, wenn man die Überlegungen auf ein Gitter mit mehr als zwei Spalten erweitert. Denn das Verständnis des Doppelspaltes täuscht zunächst ein neues Geheimnis vor, weil der Doppelspalt in jeder Hinsicht ein symmetrisches Gebilde darstellt.

Die Überlegungen lassen sich wie folgt kurz zusammenfassen: Die Elektronen pflanzen sich als Elementarwellen im Wirkungsraum mit statistisch verteilten Geschwindigkeiten fort. Beim Passieren des Doppelspaltes werden sie gestreut. Ihre Geschwindigkeiten in y-Richtung verteilen sich danach auf zwei Bereiche, deren Geschwindigkeitsdifferenz durch den Abstand der beiden Spalte bestimmt wird. Die Integration über alle möglichen Wirkungswellen liefert gemäß den Feynmanschen Regeln eine Funktion für die Intensitätsverteilung an Doppelspalt und Gitter, die zunächst völlig anders aussieht als die, die man nach der Wellentheorie erwartet. Ein graphischer Vergleich mit einem Computerprogramm zeigt jedoch, dass beide in ihrem Verlauf vollständig übereinstimmen. Aus der statistischen Verteilungsfunktion lassen sich folgende interessante Schlüsse ziehen:

- 1) Die Elektronen jeder der beiden Geschwindigkeitsteilbereiche enthalten alle Informationen, die zum Aufbau des gesamten Intensitätsmusters erforderlich sind. Man findet folglich das gesamte Beugungsmuster auch dann, wenn die Teilchen der beiden Spalte nicht miteinander wechselwirken.
- 2) Überträgt man die Überlegungen auf Photonen, so folgt daraus notwendigerweise, dass auch sie statistisch verteilte Geschwindigkeiten besitzen müssen, die um c schwanken. Dadurch erfährt die nichtlokale Kausalität eine völlig neue Deutung.
- 3) Außerdem erscheint die Nichtlokalität, die die Diskussionen um die Quantenphysik nun schon über Jahrzehnte beherrscht, in einem anderen Licht. Sie entpuppt sich als direkte Folge des quantenmechanischen Formalismus der Pfadintegrale, die die Realität nur mit Hilfe des Skalars Wirkung beschreiben. Inwieweit ihr dennoch eine wahre Realität zukommt, mag dahingestellt bleiben. Und dabei verletzen die in diesem Skript angestellten Überlegungen keines der grundlegenden Prinzipien der Physik, weder das Superpositionsprinzip noch, mit gewissen Einschränkungen, das Relativitätsprinzip.

Meiner Meinung nach wurde die Quantenmechanik in ihrer Entstehungsphase zu schnell formalisiert, ohne dass sich ihre Entwickler darüber Gedanken gemacht haben, ob die Mathematisierung den physikalischen Vorgängen gerecht wird. Darin stimme ich voll und ganz mit Lee Smolin überein, der in seinem Buch „Quantenwelt“ (s.o.) die gleiche These vertritt. Auch einige hervorragende Physiker, allen voran Einstein, empfanden der Quantentheorie gegenüber bei allen mathematischen Erfolgen stets ein großes Unbehagen. Umso mehr hoffe ich, Ihnen in diesem Skript ein wenig genauer darlegen zu können, dass ihre Einwände meiner Meinung nach durchaus gerechtfertigt waren. Dabei gebührt vor allem einem Mann unendlicher Dank, Richard Feynman. Die entscheidenden Arbeiten hat er geleistet. Mir ist es nur vorbehalten, seine Gedankengänge fortzuführen.

2 Grundlagen

Die physikalischen Grundlagen meiner Überlegungen lassen sich in fünf Prinzipien zusammenfassen:

- 1) Damit Teilchen sich in ihrer Wirkung auf die Umgebung gegenseitig beeinflussen können, müssen sie sich zur gleichen Zeit am gleichen Ort aufhalten. Klassische Wellen dagegen können sich in ihrer Wirkung auch dann überlagern, wenn sich Teile ihrer Wellenzüge zur gleichen Zeit am gleichen Ort befinden.
- 2) Quantenobjekte können auf ihrem Weg durch Ort und Zeit nur dadurch lokalisiert werden, dass sie mit der Messapparatur wechselwirken. Ist die mit der Messumgebung ausgetauschte Wirkung bzw. der übertragene Energiestoß ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Energiestoßes h , so können sie an diesem Zeitpunkt eindeutig lokalisiert werden. An allen anderen Punkten besteht nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit der Registrierung.
- 3) Beschrieben wird der Wirkungs Austausch zwischen den Quantenobjekten und der Umgebung mit Hilfe der quantenmechanischen Amplitude. Dabei gibt sie durch ihr Vorzeichen an, ob das Teilchen oder die Welle Energie aus der Umgebung aufgenommen oder an sie abgegeben hat. Das Quadrat der Amplitude ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen an diesem Zeitpunkt zu registrieren.
- 4) Voneinander unabhängige Quantenobjekte wechselwirken jedes für sich getrennt mit der Umgebung, miteinander interferierende Quantenobjekte wechselwirken dagegen erst untereinander und dann gemeinsam mit der Umgebung. Daher errechnet sich im ersten Fall die gesamte Aufenthaltswahrscheinlichkeit als Summe der Quadrate der Realteile der Amplituden, im zweiten Fall als Realteil des komplexen Quadrates der Summe der Amplituden.
- 5) Bei jedem Streuprozess wird die Phase der quantenmechanischen Amplitude neu eingestellt und damit die Schrittfolge der Quantenobjekte.

Zu diesen fünf Grundprinzipien folgen nun einige weitere Erläuterungen.

Die Lokalisierungsorte verteilen sich wellenartig im Raum. Wie kommt das zustande? Die Wechselwirkung der Quantenobjekte mit der Umgebung wird mit der Größe Wirkung beschrieben. Dabei kann ein Teilchen an einem Ort genau dann lokalisiert werden, wenn es mit der Umgebung ein Plancksches Wirkungsquantum bzw. einen elementaren Energiestoß der Größe h austauscht. Nun ist die Wirkung andererseits eine Integrationsgröße, da sie sich als Integral aus Impuls und Weg bzw. Energie und Zeit berechnen lässt. Daher sammelt sich die Wirkung entlang des Weges an, wenn ein Teilchen einen Impuls besitzt. Ähnlich verhält es sich mit der Energie, die sich entlang eines Weges aufgrund einer Kraft ansammelt. Hat nun ein Quantenteilchen an einem Ort mit der Wirkung h gefeuert, so muss es erst wieder Wirkung anhäufen, bevor es erneut feuern kann. Der dazu erforderliche Weg ist umso kürzer, je größer sein Impuls ist. Somit liegen die Registrierungsorte dichter beieinander. Die "Schrittlänge", sprich Wellenlänge der Quantenteilchen wird also mit steigendem Impuls kleiner.

Bei jedem wirklichen Nachweis des Teilchens beginnt folglich die Zählung von neuem. Dass die quantenmechanische Amplitude bei jedem Streuprozess neu eingestellt wird, geht schon auf Dirac zurück. Er ordnete den Elektronen eine Eigenzeit zu.¹⁾ Sie äußert sich auch in den Vorstellungen Feynmans, wenn er den Laufweg der Teilchen etwa mit Zeigern darstellt, die sich mit der Laufzeit wie Uhrzeiger drehen.²⁾

Die Elektronen hinterlassen im Wirkungsraum damit offensichtlich Spuren, die denen von Fußgängern an einem Sandstrand vergleichbar sind. Auch sie können Muster erzeugen, die Interferenzverteilungen gleichen. Ferner beginnt auch jeder Fußgänger nach einer Störung mit seiner Schrittfolge neu.

Wirkung können die Elektronen auch durch ihre Energie im Laufe der Zeit anhäufen. Betrachtet man jedoch den zeitlich stationären Fall, also nur die Wirkung, die durch den Impuls verursacht wird, so müssen die Elektronen, die zur Wirkung in einem Weltpunkt beitragen, seit ihrem letzten Streuprozess die gleiche Zeit unterwegs gewesen sein. Sind sie daher an verschiedenen Orten gestartet, so müssen sie mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten zum Zielpunkt gelaufen sein. Und aus der Überlagerung der quantenmechanischen Amplituden aller möglichen Elektronen, die diesen Ort in der gleichen Zeit erreichen können, entsteht das Interferenzmuster. Dabei gibt es Orte, an denen sich alle Elektronen in einem Zustand befinden, der eine Registrierung möglich macht, und Orte, an denen keines der Elektronen nachgewiesen werden kann. Sie entsprechen den Maxima und den Minima der Interferenzfigur.

Das Zusammenspiel Welle und Teilchen lässt sich am einfachsten an einem kleinen Gedankenexperiment verdeutlichen. Stellen Sie sich vor, an einem Ort x befindet sich eine punktförmige Elektronenquelle. Sie sendet zur Zeit $t = 0$ einen Elektronenschwarm aus. Die Elektronen fliegen in alle Richtungen davon. Sie besitzen alle den gleichen Impuls. Zu einem späteren Zeitpunkt t_1 erreichen sie Orte, die auf einer Kugelschale liegen. Ihr Radius beträgt $r = c \cdot t_1$ mit c als Ausbreitungsgeschwindigkeit. Auf ihrem Weg nach außen wechselwirken die Elektronen mit der Umgebung. Ihr Zustand ändert sich periodisch mit der Zeit. Er wechselt zwischen einem Zustand, in dem die Elektronen mit der Umgebung Energie austauschen können und einem, in dem sie es nicht können. So baut sich entlang des Weges eine Elementarwelle im Wirkungsraum auf. Die Bewegung des ganzen Teilchenschwarms, aber auch die jedes einzelnen Teilchens wird durch die gleiche Funktion, nämlich die quantenmechanische Amplitude beschrieben. Daher ist jedes Teilchen nicht exakt lokalisierbar. Es geht als Individuum im Schwarm unter. Sendet die Elektronenquelle fortlaufend Elektronenhaufen mit periodisch sich ändernden Startzuständen aus, so bildet sich eine klassische Welle aus.

Die verschiedenen Wechselwirkungszustände könnten durch kleine Impulsschwankungen verursacht werden. Einen Impuls merkt man erst dann, wenn er sich ändert. Daher finden sich entlang des Weges Stellen, an denen die Elektronen beschleunigt oder abgebremst werden bzw. sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegen. So entsteht eine periodisch schwankende Kraft, die den Energieaustausch mit der Umgebung oder anderen Teilchen bewirkt.³⁾

Es folgt die mathematische Formulierung der Überlegungen.

3 Doppelspaltversuch - eine alternative Deutung

3.1 Grundsätzliches

Bevor ich die Überlegungen aus Kapitel 2 auf den Doppelspalt anwende, möchte ich vorweg ein paar Bemerkungen zur quantenmechanischen Amplitude machen.

Nach Feynman u.a. lässt sie sich in vielen Fällen als

$$\exp(2\pi i * (p * r - E * t)/h)$$

schreiben. Bei der Beugung von Elektronen an Doppelspalt und Gitter kann man den stationären Zustand betrachten, da alle auf dem Schirm auftreffenden Elektronen praktisch die gleiche Energie besitzen. Sie wird nämlich beherrscht a) von der Ruheenergie des Elektrons und b) der kinetischen Energie in x-Richtung. Die geringen Unterschiede der Energien in der y-Richtung können bei den kurzen Flugzeiten vernachlässigt werden. Dagegen kommen die kleinen Impulse in y-Richtung voll zur Geltung, da der Impuls eine Vektorgröße ist und in der Quantenmechanik das Superpositionsprinzip gilt. Somit ist für alle Elektronen der Energieterm in der allgemeinen quantenmechanischen Amplitude fast gleich. Er liefert lediglich einen konstanten Faktor, der in die Normierung mit eingeht. Die Impulse dagegen müssen in den drei Raumrichtungen getrennt betrachtet werden.

Bei symmetrischer Verteilung der Startorte um einen gemeinsamen Bezugspunkt reduziert sich die e-Funktion auf Kosinus-Faktoren, da gilt:

$$\exp(ix) + \exp(-ix) = 2 * \cos(x). \quad (3.1)$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann daher bei den folgenden Überlegungen für die quantenmechanische Amplitude A der Elektronen in y-Richtung im stationären Fall der Ausdruck

$$A = C * \cos(2\pi p_y * y/h) = C * \cos(2\pi/\lambda * y) = C * \cos(k_y * y) \quad (3.2)$$

angesetzt werden. Darin ist p der Impuls der Elektronen, h das Plancksche Wirkungsquantum, λ die Wellenlänge, k die Wellenzahl und C eine Konstante, die durch Normierung bestimmt werden muss. Nehmen wir an, die Teilchen starten wie beim Doppelspalt in y-Richtung in zwei Ortsbereichen der Größe b , die symmetrisch zu einem Ort y_0 liegen (s. Abb. 3.1). Die Entfernung y_0 bis zur Mitte des Bereiches b betrage $a/2$. Wie sieht nun die gemeinsame quantenmechanische Amplitude aller dieser Teilchen im stationären Zustand aus? Jede mögliche Durchtrittsstelle stellt für das Elektron einen Alternativweg dar. Daher muss man gemäß den Feynman-Regeln die Amplituden aller möglichen Wege addieren.¹⁾

Da die Durchtrittsorte der Elektronen jedoch in einem kontinuierlichen Bereich liegen, ist es sinnvoller, über die Amplituden der Elektronen zu integrieren, um die gesamte Elektronenverteilung zu erhalten. Doch worüber soll sich die Integration erstrecken? Integriert man über die Startorte oder über die Impulse?

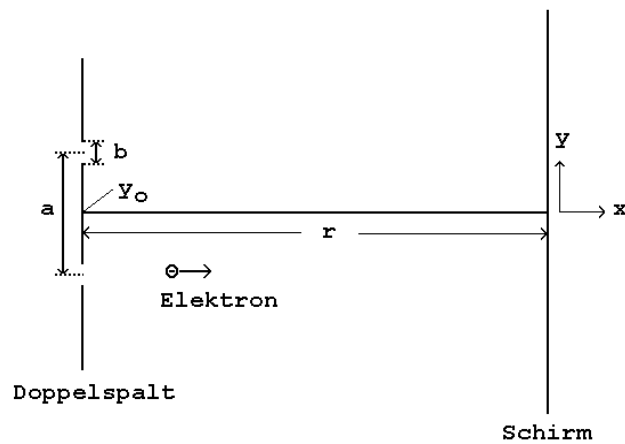


Abb. 3.1

Die jeweils andere Größe dient als Laufvariable. Physikalisch bieten sich daher zwei Fälle an:

1. Fall:

Man geht von Ortseigenwerten aus, wobei die Impulse beliebig um einen Mittelwert schwanken können.

2. Fall:

Man geht von Impulseigenwerten aus. Dann stellt der Ort die unabhängige Variable dar.

Wie ich im Folgenden zeigen werde, sind beide Sichtweisen möglich. Betrachten wir zunächst nur die beiden Teilchen, die durch die Mitte der Startbereiche fliegen. Da ihre Eigenzeit beim Durchtritt durch den Spalt startet, können sie den gemeinsamen Treffpunkt gleichzeitig nur dann erreichen, wenn sie hinter dem Spalt mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten loslaufen. Für ihre Flugzeiten in y -Richtung gilt daher (s. Abb.3.2):

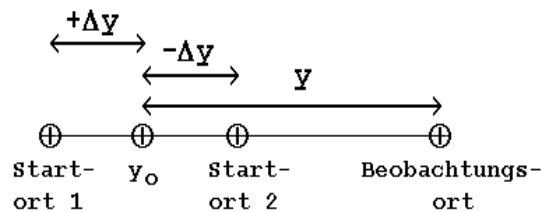


Abb. 3.2

$$t_1 = (y + \Delta y) * m / (p + \Delta p)$$

$$t_2 = (y - \Delta y) * m / (p - \Delta p).$$

Darin bedeutet Δy die Startortdifferenz und Δp die Impulsdifferenz bezogen auf den Ort y_0 . Nach den Überlegungen aus Kapitel 2 müssen beide Zeiten gleich sein, wenn die Teilchen miteinander wechselwirken sollen. Also folgt:

$$(y - \Delta y) * (p + \Delta p) = (y + \Delta y) * (p - \Delta p).$$

Löst man die Klammern auf und kürzt so weit wie möglich, so findet man:

$$y * \Delta p = p * \Delta y. \quad (3.3)$$

Was bedeutet das nun? Zwei Teilchen hinterlassen an einem Ort die gleiche Wirkung, wenn sich bei gleichem Impuls p ihre Wegstrecken um Δy bzw. bei gleicher Wegstrecke y ihre Impulse um Δp unterscheiden. Bei der Integration über die quantenmechanischen Amplituden von N Teilchen, die ja den Wirkungsaustrausch der Teilchen mit der Umgebung beschreiben, kann man daher sowohl über den Weg als auch über den Impuls integrieren, da vergleichbare Impulsunterschiede bzw. Wegunterschiede der Teilchen die gleiche Änderung der Wirkung verursachen. Dabei muss in dem einen Fall die Strecke, im anderen Falle der Impuls auf den mittleren Punkt y_0 bezogen werden.

3.2 Erste alternative Deutung

Wendet man die ganzen Überlegungen des vorigen Abschnittes auf den Doppelspalt an, so ergibt sich zunächst für die Amplitude A_{y_0} eines Elektrons in y -Richtung, das an einer Stelle y durch den oberen der beiden Spalte gegangen ist, gemäß Gleichung 3.2:

$$A_{y_0} = C * \cos(k_y * y).$$

Um die gesamte Elektronenverteilung A_{y_0} des oberen Spaltes zu erhalten, muss man über alle möglichen Wege integrieren. Es gilt daher:

$$A_{y_0} = C * \int_{y_{min}}^{y_{max}} \cos(k_y * y) dy = C * (\sin(k_y * y_{max}) - \sin(k_y * y_{min}))/k_y.$$

Mit

$$y_{min} = a/2 - b/2$$

und

$$y_{max} = a/2 + b/2$$

folgt unter Anwendung des Additionstheorems zweier Sinus

$$A_{y_0} = 2C * \sin(b * k_y/2) * \cos(a * k_y/2)/k_y.$$

Für den unteren Spalt gelten die gleichen Überlegungen. Nur sind die Orte dann mit einem negativen Vorzeichen zu versehen. Da aber $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ ist, sind beide Amplituden A_{y_0}

und A_{yu} gleich. Weil die Wege durch die beiden Spalte Alternativmöglichkeiten für das Elektron darstellen, muss man die Amplituden der beiden Spalte addieren. Somit gilt:

$$A_y = A_{yo} + A_{yu} = 2 * A_{yo} = 4C * \sin(b * k_y/2) * \cos(a * k_y/2)/k_y.$$

Für die Gesamtintensität beider Spalte ergibt sich daher in y -Richtung in Abhängigkeit von der Wellenzahl k_y :

$$I = A_y^2 = (2 * A_{yo})^2 = (4C * \sin(b * k_y/2) * \cos(a * k_y/2)/k_y)^2. \quad (3.4)$$

Bei der wellentheoretischen Betrachtung dient der Ort y als Laufvariable. Außerdem führt das Elektron auch eine Bewegung in x -Richtung aus und zwar mit dem Impuls p_x . Die Wellenzahl dieser Bewegung sei k_x . Beide Teilbewegungen stören sich nicht gegenseitig, denn in der Quantenmechanik ist das Superpositionsprinzip gültig. Mit Hilfe dieser Überlegung kann die Laufvariable k_y auf die Ortsvariable y zurückgeführt werden. Da nach den Überlegungen zu Gleichung (3.3) p_y auf den Punkt y_0 bezogen werden muss, gilt

$$p_y/p_x = y/r$$

und damit

$$k_y/k_x = y/r.$$

Denn nach de Broglie sind Impuls und Wellenzahl proportional zueinander. Darin ist r die Entfernung Spalt-Schirm. Mit

$$k_x = 2\pi/\lambda$$

folgt somit:

$$k_y = k_x * y/r = 2\pi * y/(\lambda * r).$$

Setzt man diesen Wert für k_y in Gleichung (3.4) ein, so erhält man:

$$I = (4C * \sin(b * \pi * y/(\lambda * r)) * \cos(a * \pi * y/(\lambda * r)) * \lambda * r/(2\pi * y))^2.$$

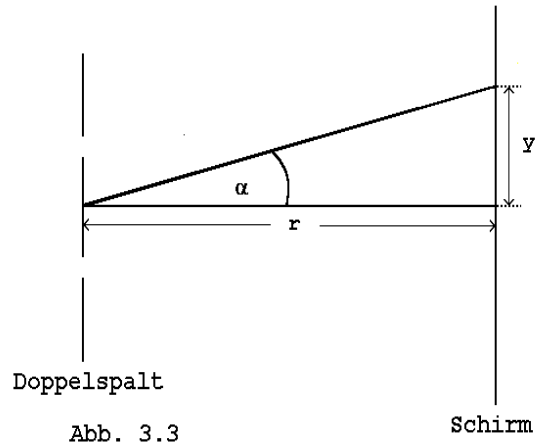
Mit

$$y = r * \tan(\alpha) \cong r * \sin(\alpha)$$

folgt (s. Abb. 3.3):

$$I = (2C * \sin(b * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \cos(a * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \lambda/(\pi * \sin(\alpha)))^2.$$

Die Näherung $\tan(\alpha) \cong \sin(\alpha)$ ist jedenfalls erlaubt, da vornehmlich bei Elektronenbeugung der Winkel α sehr klein ist. Für einen halbkreisförmigen Schirm würde sie sogar entfallen. Es gilt nun noch die Konstante C durch Normierung zu bestimmen. Im Normalfall müsste man die Aufenthaltswahrscheinlichkeit I von $y = -\infty$ bis $y = +\infty$ integrieren und das Ergebnis gleich eins setzen.



Aber bei Beugungserscheinungen nimmt man die Intensität I_0 für $\alpha = 0$ als Bezugspunkt. Zunächst einmal wird für $\alpha = 0$ der cos-Faktor gleich eins, so dass nur noch folgender Term übrigbleibt:

$$I_0 = (2C * \sin(b * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \lambda / (\pi * \sin(\alpha)))^2.$$

Substituiert man hierin $\sin(\alpha)$ durch z , so sieht man, dass man den Grenzwert $\lim_{z \rightarrow 0}$ des Ausdrucks

$$\sin(mz) / z$$

bilden muss. Er besitzt den Wert m . Auf unsere Überlegung angewendet, folgt

$$I_0 = (2C * b * \pi * \lambda / (\lambda * \pi))^2$$

oder

$$I_0 = (2C * b)^2,$$

woraus sich für C ergibt:

$$C = \sqrt{I_0} / 2b.$$

Somit findet man insgesamt für die Intensitätsverteilung

$$I = I_0 * (\sin(b * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \cos(a * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \lambda / (\pi * b * \sin(\alpha)))^2. \quad (3.5)$$

Sie stimmt vollkommen mit der entsprechenden Formel für die Intensitätsverteilung am Doppelspalt überein, die sich nach der Wellentheorie ergibt.²⁾

3.3 Zweite alternative Deutung

Alternativ wäre nach den Vorüberlegungen in diesem Kapitel auch folgende Sicht der Abläufe möglich. Die Elektronen passieren die Spalte mit bestimmten Eigenimpulsen. Die Ortsvariable y dient dabei als Laufvariable mit dem Bezugspunkt y_0 . Die Frage ist nun, welche Impulse müssen die Elektronen besitzen, wenn sie nach dem Durchtritt durch die Spalte in y -Richtung im Bezugspunkt y_0 starten sollen? Betrachten wir dazu Abb. 3.1. Wählt das Elektron das obere Loch in der Abbildung, so muss es, während es in x -Richtung den Weg r zurücklegt, in y -Richtung offensichtlich einen Weg zwischen $a/2-b/2$ und $a/2+b/2$ bewältigen. Daher gilt für die Flugzeit t von der oberen bzw. unteren Kante des Spaltes:

$$t_u = m * r / p_x = (a - b) * m / 2 p_{ymin}$$

$$t_o = m * r / p_x = (a + b) * m / 2 p_{ymax}.$$

Daraus folgt:

$$p_{ymin} = (a - b) * p_x / 2r$$

$$p_{ymax} = (a + b) * p_x / 2r. \quad (3.6a)$$

Da nach de Broglie die Wellenzahlen k proportional zum Impuls der Elektronen sind, erhält man für die Wellenzahlen in y -Richtung:

$$k_{ymin} = (a - b) * k_x / 2r$$

$$k_{ymax} = (a + b) * k_x / 2r. \quad (3.6b)$$

Für die Amplitude A_{y10} eines Elektrons in y -Richtung, das durch den oberen der beiden Spalte gegangen ist, gilt dann im stationären Fall gemäß Gleichung (3.2):

$$A_{y10} = C * \cos(k_y * y),$$

wobei die Konstante C wie oben beschrieben ermittelt werden muss. Die Amplitude für den gesamten oberen Spalt erhält man durch Integration über k_y . Es gilt somit:

$$A_{y0} = C * \int_{k_{ymin}}^{k_{ymax}} \cos(k_y * y) dk_y = C * (\sin(k_{ymax} * y) - \sin(k_{ymin} * y)) / y.$$

Mit Hilfe des entsprechenden Additionstheorems der Trigonometrie findet man:

$$A_{y0} = 2C * \sin\left((k_{y\max} - k_{y\min}) * y/2\right) * \cos\left((k_{y\max} + k_{y\min}) * y/2\right) / y.$$

Setzt man obige Werte für $k_{y\min}$ und $k_{y\max}$ ein, so folgt:

$$A_{y0} = 2C * \sin(b * k_x * y/2r) * \cos(a * k_x * y/2r) / y.$$

Für den unteren Spalt gelten die gleichen Überlegungen. Nur sind die Wellenzahlen dann mit einem negativen Vorzeichen zu versehen. Da aber $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ ist, bleibt die Amplitude erhalten. Weil die Wege durch die beiden Spalte Alternativmöglichkeiten für das Elektron darstellen, muss man die Amplituden der beiden Spalte addieren. Somit gilt:

$$A_y = A_{y0} + A_{yu} = 2A_{y0} = 4C * \sin(b * k_x * y/2r) * \cos(a * k_x * y/2r) / y.$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons in y-Richtung und damit die Intensität der Elektronenwelle in Abhängigkeit von y errechnet sich zu

$$I = A_y^2 = (4C * \sin(b * k_x * y/2r) * \cos(a * k_x * y/2r) / y)^2 \quad (3.7).$$

Aus der Zeichnung 3.3 liest man für y im allgemeinen Fall ab:

$$y = r * \tan(\alpha) \cong r * \sin(\alpha),$$

da vornehmlich bei Elektronenwellen α sehr klein ist. Berücksichtigt man diese Formel in Gleichung (3.7) und beachtet die Tatsache, dass für k_x gilt

$$k_x = 2\pi/\lambda,$$

so erhält man letztendlich

$$I = (4C * \sin(b * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \cos(a * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) / (r * \sin(\alpha)))^2 \quad (3.8).$$

Es gilt nun noch die Konstante C durch Normierung zu bestimmen. Die Grenzbetrachtung für $\sin(\alpha) \rightarrow 0$ liefert:

$$I_0 = (4C * b * \pi / (\lambda * r))^2,$$

woraus sich für C ergibt

$$C = \sqrt{I_0} * \lambda * r / (4b * \pi)$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (3.8) ein, so findet man für die Intensität letztendlich:

$$I = I_0 * (\sin(b * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \cos(a * \pi * \sin(\alpha)/\lambda) * \lambda / (b * \pi * \sin(\alpha)))^2 . 3.9$$

Diese Formel stimmt vollkommen überein mit Gleichung (3.5). Auch auf den Einzelspalt lässt sich das Verfahren anwenden, wobei die Eigenwerte für die Wellenzahlen dann gemäß Gleichung (3.6) mit $a = 0$ lauten:

$$k_{ymin} = -b * k_x / 2r$$

$$k_{ymax} = b * k_x / 2r.$$

Alternativ würde für die Durchgangsorte gelten:

$$y_{min} = -b/2$$

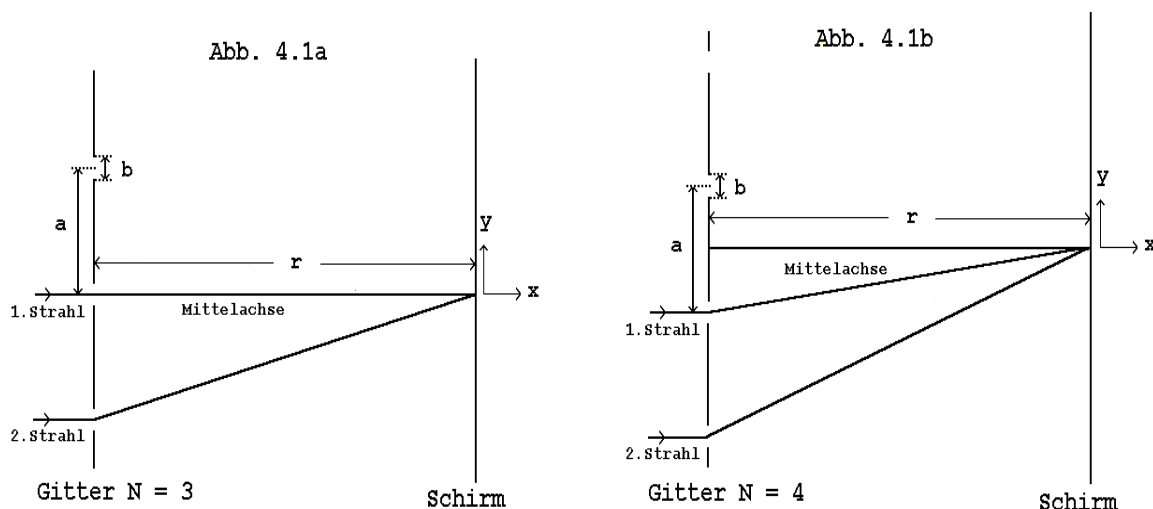
$$y_{max} = b/2.$$

4 Erweiterung der alternativen Deutungen auf N Spalte

4.1 Einleitung

Die am Doppelspalt gefundenen Regeln für die Beugung lassen sich auch auf ein Gitter mit N Spalten übertragen. Dabei kann man wie in Kapitel drei besprochen von Impulseigenwerten oder von Ortseigenwerten ausgehen. Wählen wir hier den ersten Weg. Zunächst gilt es daher zu klären, in welchem Bereich die Eigenimpulse der Elektronen liegen, die die Intensitätsverteilung aufbauen sollen. Dann integriert man für jede Spaltart über diesen Impulsbereich und summiert die Anteile der einzelnen Spalte, um die Gesamtamplitude zu erhalten. Im zweiten Schritt ist eine Integration nicht möglich, da die Impulsbereiche nicht kontinuierlich ineinander übergehen, sondern diskrete Bereiche überstreichen. Dabei muss man beachten, dass die Spalte symmetrisch um die Mittelachse des Gitters verteilt liegen und beide Seiten den gleichen Betrag beisteuern, so dass jede Spaltart doppelt berücksichtigt werden muss. Eine Ausnahme bildet der mittlere Spalt bei einer ungeraden Spaltanzahl, da die Mittelachse in diesem Falle durch die Mitte dieses Spaltes verläuft. Daher ist dieser Spalt nur einfach in Rechnung zu stellen. Diese Tatsache macht es nötig, Gitter mit ungerader bzw. gerader Spaltanzahl gesondert zu behandeln. Zum Schluss normiert man die Wahrscheinlichkeitsverteilung in der bereits beim Doppelspalt angewendeten Art und Weise und fasst die einzelnen Terme mit Hilfe des Additionstheorems der Trigonometrie zusammen.

4.2 Ableitung der Intensitätsverteilung



Überlegen wir also zuerst, welche Eigenimpulse die Elektronen aufweisen, nachdem sie durch einen der Spalte gegangen sind. Betrachten wir dazu die Zeichnungen in Abb.4.1 a und 4.1 b mit $N = 3$ bzw. $N = 4$ Spalten. Sollen die Elektronen nach dem Durchgang durch das Gitter in der Mittelachse des Schirmes auftreffen (vgl. Doppelspalt), so muss man bei $N = 3$ zwei Strahlarten unterscheiden:

1. Fall: Der Strahl geht durch den Mittelspalt.

Dann gilt:

$$(0 * a - b) * k_x / 2r \leq k_y \leq (0 * a + b) * k_x / 2r.$$

2. Fall: Der Strahl geht durch einen der benachbarten Spalte.
Dann folgt:

$$(2 * a - b) * k_x / 2r \leq k_y \leq (2 * a + b) * k_x / 2r.$$

Allgemein kann man offensichtlich schreiben:

$$(n * a - b) * k_x / 2r \leq k_y \leq (n * a + b) * k_x / 2r$$

mit

$$n = 0, 2, 4 \dots (N - 1).$$

Besitzt das Gitter eine gerade Anzahl von Spalten, so gelten die gleichen Überlegungen, wobei n jetzt jedoch die Werte $n = 1, 3, 5 \dots (N-1)$ annehmen kann. Bei ungerader Spaltanzahl durchläuft n also alle geraden Zahlen, bei gerader Spaltanzahl alle ungeraden Zahlen jeweils bis $(N-1)$. Integriert man nun gesondert über jeden Impulsbereich, so liefert jede Spaltart den folgenden Anteil A_n an der Gesamtamplitude:

$$\begin{aligned} A_n &= 2C \int_{k_{ymin}}^{k_{ymax}} \cos(k_y * y) dk_y \\ &= 2C * (\sin(k_{ymax} * y) - \sin(k_{ymin} * y)) / y \end{aligned}$$

oder

$$A_n = 2C * [\sin((n * a + b) * k_x * y / 2r) - \sin((n * a - b) * k_x * y / 2r)] / y \quad (4.1)$$

Der Faktor 2 rührt daher, dass alle Spalte mit Ausnahme des Mittelspaltes doppelt vertreten sind. Für den Mittelspalt dagegen gilt:

$$\begin{aligned} A_0 &= C * [\sin(b * k_x * y / 2r) - \sin(-b * k_x * y / 2r)] / y \\ &= 2C * [\sin(b * k_x * y / 2r)] / y \quad (4.2), \end{aligned}$$

da $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ ist. Die anschließende Summation über n liefert dann für eine ungerade Anzahl Spalte die Gesamtamplitude A :

$$A = A_0 + \sum_{n=2}^{N-1} A_n \text{ mit } n = \{2,4,6 \dots (N-1)\}$$

und für eine gerade Anzahl von Spalten:

$$A = \sum_{n=1}^{N-1} A_n \text{ mit } n = \{1,3,5 \dots (N-1)\}.$$

Die Intensität berechnet sich bekanntlich nach der Formel

$$I = A^2.$$

Sie soll nach der bei der Beugung gängigen Normierung für $y \rightarrow 0$ I_0 sein. Mit dieser Bedingung lässt sich die Konstante C ermitteln, wobei man in der Summe mehrfach den Grenzwert

$$\lim_{y \rightarrow 0} [\sin(m * y)/y]$$

bilden muss. Er besitzt den Wert m. Wenn man in I die Werte für A_0 und A_n einsetzt und die jeweiligen Grenzwerte berechnet, so ergibt sich für I_0 bei ungerader Spaltanzahl:

$$I_0 = \left[2Cb k_x / 2r + \sum_{n=2}^{N-1} 2C * ((n * a + b) * k_x / 2r - (n * a - b) * k_x / 2r) \right]^2.$$

Unter dem Summenzeichen heben sich die Faktoren, die a enthalten, gegenseitig auf. Jeder Summand liefert daher den Beitrag

$$C * b * k_x / r$$

einschließlich des Summanden vor dem Summenzeichen. Da N Summanden vorhanden sind, folgt

$$I_0 = (C * b * k_x * N / r)^2,$$

woraus sich C errechnet zu

$$C = \sqrt{I_0} * r / (b * k_x * N).$$

Setzt man alle Amplituden und den Wert C in die Formel für die Intensität I ein, so gilt für eine ungerade Zahl an Spalten:

$$I = I_0 * \left[2r / (bk_x Ny) * \left\{ \sin(bk_x y / 2r) + \sum_{n=2}^{N-1} (\sin((n * a + b) * k_x * y / 2r) - \sin((n * a - b) * k_x * y / 2r)) \right\} \right]^2 .$$

und für eine gerade Zahl an Spalten:

$$I = I_0 * \left[2r / (bk_x Ny) * \left\{ \sum_{n=1}^{N-1} (\sin((n * a + b) * k_x * y / 2r) - \sin((n * a - b) * k_x * y / 2r)) \right\} \right]^2$$

Die Formeln lassen sich noch vereinfachen, wenn man folgende Punkte beachtet:

$y = r * \tan(\alpha) \cong r * \sin(\alpha)$, da α sehr klein ist (s. Doppelspalt)

$k_x = 2\pi / \lambda$, (s. Doppelspalt)

$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 * \sin((\alpha - \beta) / 2) * \cos((\alpha + \beta) / 2)$.

Wendet man Gesetz Nr. 3 an, so sieht man, dass alle Summanden den Faktor

$\sin(\pi b * \sin(\alpha) / \lambda)$

enthalten. Er kann daher ausgeklammert werden. Somit findet man letztendlich für die Intensität bei ungerader Spaltanzahl:

$$I = I_0 \left[\sin(\pi b * \sin(\alpha) / \lambda) * \lambda / (Nb\pi * \sin(\alpha)) * \left\{ 1 + 2 * \sum_{n=2}^{N-1} \cos(n\pi a * \sin(\alpha) / \lambda) \right\} \right]^2 \quad (4.3),$$

wobei $n = \{2, 4, 6, \dots, (N-1)\}$ ist. Für eine gerade Spaltanzahl ergibt sich entsprechend:

$$I = I_0 \left[\sin(\pi b * \sin(\alpha) / \lambda) * \lambda / (N b \pi * \sin(\alpha)) * \left\{ 2 * \sum_{n=1}^{N-1} \cos(n \pi a * \sin(\alpha) / \lambda) \right\}^2 \right] \quad (4.4),$$

wobei $n = \{1,3,5...(N-1)\}$ ist. Diese Formeln sehen auf den ersten Blick völlig anders aus als die, die sich nach der Wellenlehre für die Intensitätsverteilung beim Gitter ergeben.¹⁾ Um zu zeigen, dass beide den gleichen Kurvenverlauf beschreiben, habe ich die Formeln für zwei verschiedene N mit dem Computer graphisch verglichen und dabei die Abb. 4.2 - 4.5 erhalten. Die Abb. 4.2 und 4.3 stellen den Kurvenverlauf dar für ein Gitter mit N = 5 bzw. N = 6 Spalten, berechnet mit einem eigens dafür ausgelegten Programm, das folglich die aus der Wellenlehre abgeleitete Formel benutzt. Als Gitterabstände a und b und als Wellenlänge λ habe ich der Einfachheit halber gängige Werte aus der Optik eingesetzt. Die Abb. 4.4 und 4.5 zeigen den Kurvenverlauf der oben abgeleiteten Funktionen (4.3) bzw. (4.4) für N = 5 bzw. N = 6 Spalte. Da das Programm nur Funktionsausdrücke verarbeiten kann, die sich maximal über eine Zeile erstrecken, habe ich folgende Abkürzungen verwendet:

$$\begin{aligned} y &= I/I_0, \\ x &= a = \sin(\alpha), \\ q &= \pi * b/\lambda, \\ p &= \pi * a/\lambda. \end{aligned}$$

Die Gleichsetzung von α und $\sin(\alpha)$ ist hier erlaubt, da sich die Winkel in den Abb. 4.2 und 4.3 nur im Bereich von -2° bis $+2^\circ$ bewegen, also sehr klein sind. x muss dann allerdings in rad eingesetzt werden. Es lässt sich für konkrete Werte von N aber auch explizit zeigen, dass die beiden Gesetze übereinstimmen. Sie unterscheiden sich lediglich im Summenausdruck S der Formeln (4.3) und (4.4). Nach der Wellentheorie müsste

$$S = \frac{\sin(N \pi a * \sin(\alpha) / \lambda)}{\sin(\pi a * \sin(\alpha) / \lambda)}$$

sein. Substituiert man darin

$$\gamma = \pi a * \sin(\alpha) / \lambda,$$

so müsste z.B. für N = 4 gelten:

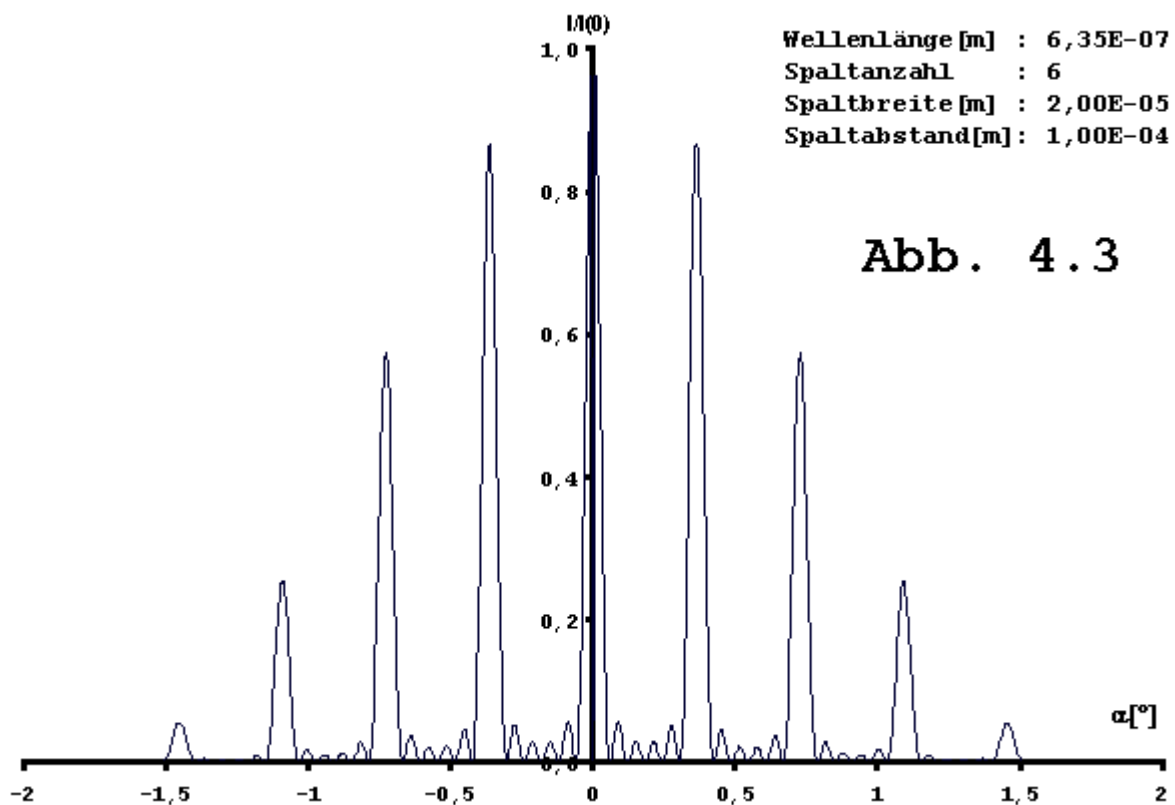
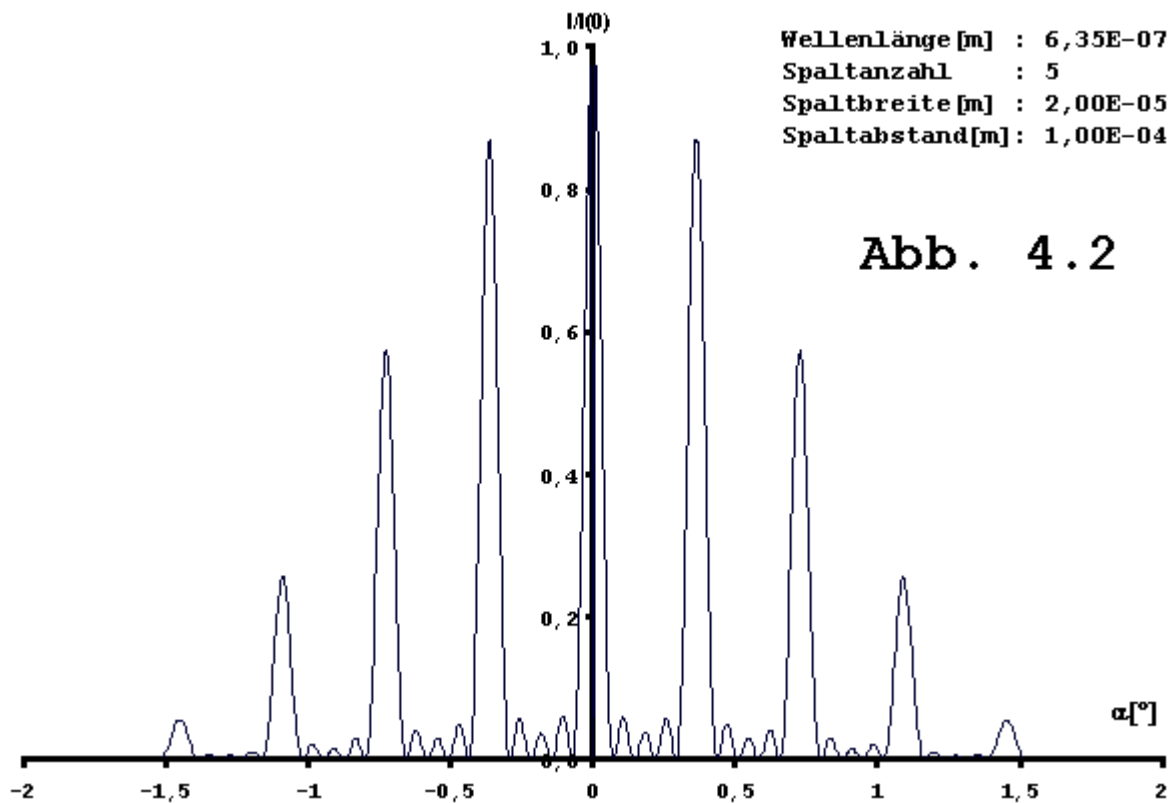
$$\frac{\sin(4\gamma)}{\sin(\gamma)} = 2\cos(\gamma) + 2\cos(3\gamma)$$

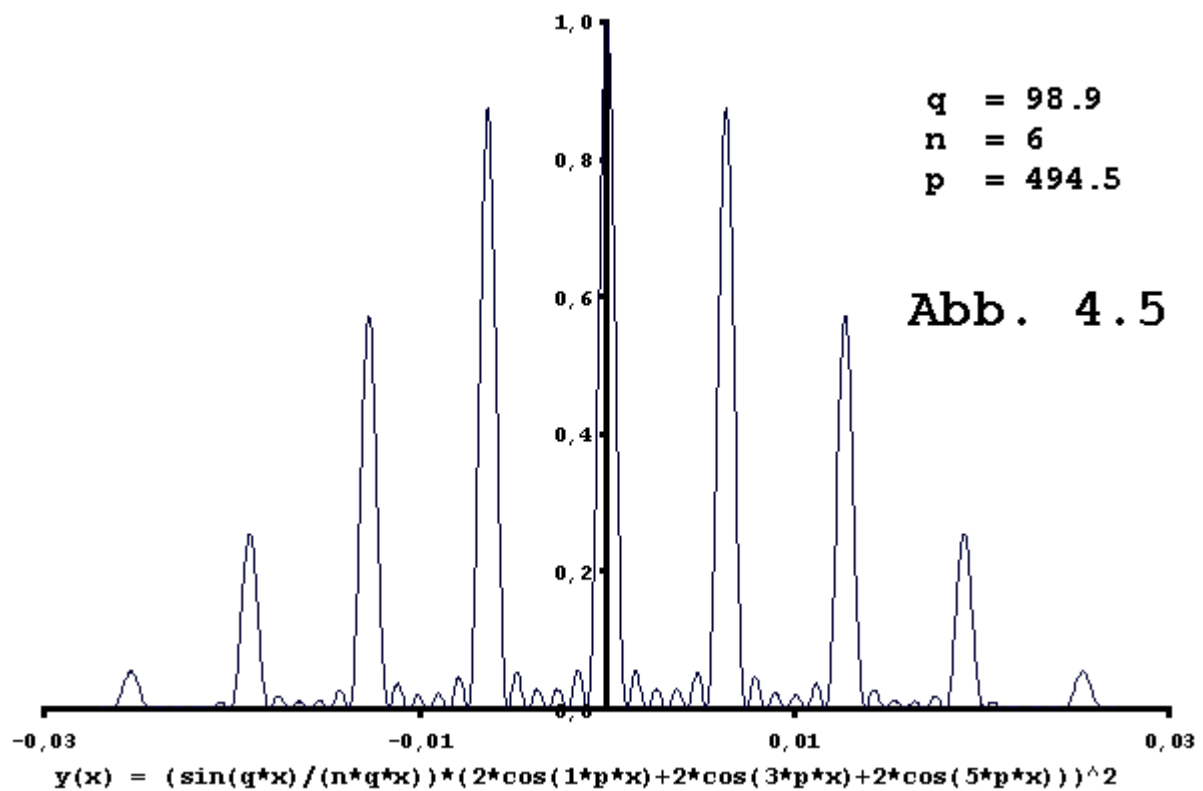
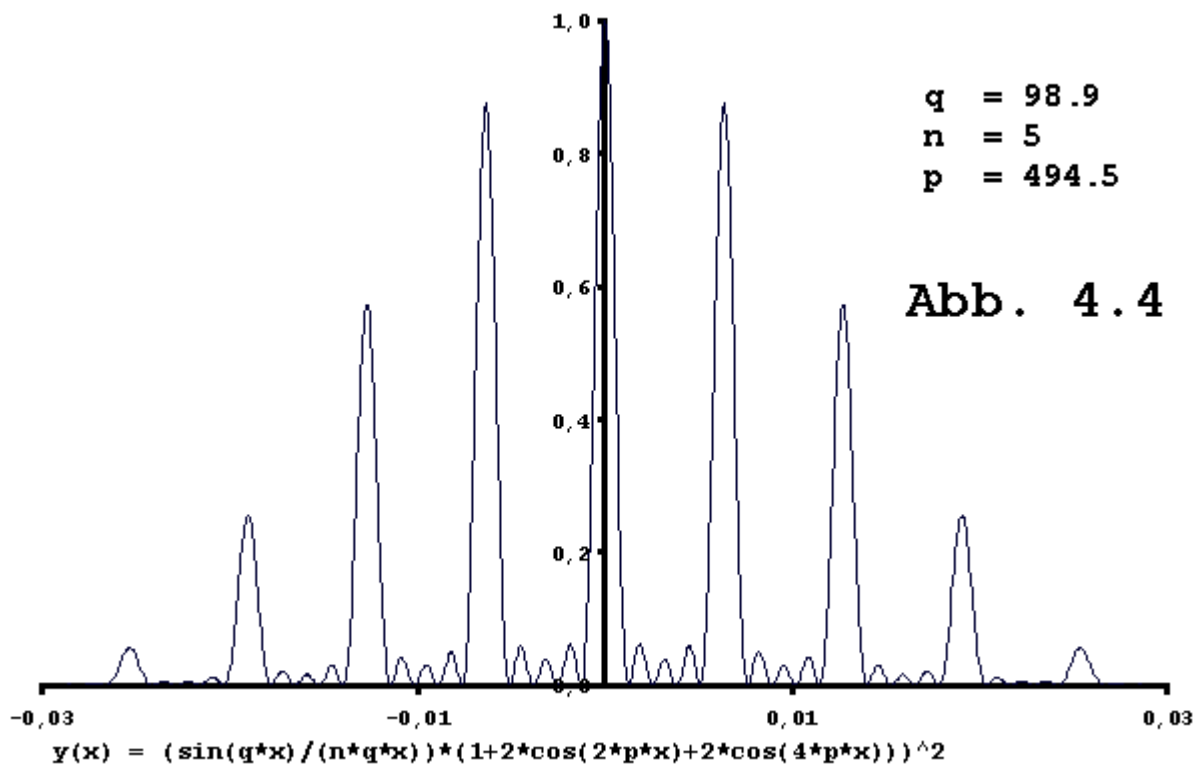
oder für N = 5:

$$\frac{\sin(5\gamma)}{\sin(\gamma)} = 1 + 2 \cos(2\gamma) + 2 \cos(4\gamma).$$

Diese Aussagen sind in der Tat richtig, wie sich durch Anwenden einiger Rechenregeln der Trigonometrie nachweisen lässt.²⁾

4.3 Graphiken





5 Physikalische Deutung der Überlegungen

5.1 Eigenwerte der Wirkung

Im Verlauf der Kapitel drei und vier habe ich versucht, eine statistische Deutung der Beugung an Doppelspalt und Gitter zu geben. Als wesentlich erweist sich dabei die Tatsache, dass Elektronen mit bestimmten Eigenimpulsen, die zwischen Spalt und Schirm die gleiche Flugzeit haben, sich auf dem Schirm zu einem stationären Wellenpaket überlagern, dessen Amplitudenquadrat der Intensitätsverteilung des Wellenmodells entspricht. Alternativ können sie auch an bestimmten Orten mit beliebigen Impulsen starten. Die Eigenimpulse erhalten die Elektronen dadurch, dass sie in den Spalten unter bestimmten Winkeln gestreut werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass alle Elektronen nach den Spalten diese Querimpulse aufweisen. Vielmehr bilden die Elektronen mit anderen Impulsen in anderen Entfernungen r vom Spalt stationäre Verteilungen, wie aus der Abhängigkeit der Eigenimpulse von r deutlich wird (s. Kapitel 3 Gleichungen 3.6). Außerdem tragen auch solche Elektronen zum Wellenpaket bei, für die das Produkt aus Querimpuls und Querweg um ein Vielfaches von h größer bzw. kleiner ist als der entsprechende Grundimpuls, da sie nach den Gesetzen der Quantenmechanik die gleiche Amplitude besitzen. Sie legen in y -Richtung im Mittel nur einen entsprechend größeren bzw. kleineren Weg zurück. Die Quantenmechanik stellt sich daher meiner Meinung nach dar als eine statistische Methode zur Beschreibung der Natur, wobei jedoch nur solche statistischen Energieschwankungen die beobachtbaren Größen messbar verändern, deren Wirkung das Plancksche Wirkungsquantum übersteigt. Elektronen laufen also gewissermaßen als Wirkungswellen durch den Ortsimpulsraum. Die dabei auftretenden Interferenzerscheinungen lassen sich auf zwei Arten und Weisen deuten.

- 1) Man geht von Ortseigenwerten aus, wobei die Impulse beliebig um einen Mittelwert schwanken können.
- 2) Man geht von Impulseigenwerten aus, wobei die Startorte beliebig um einen Mittelwert schwanken können.

Letztendlich sind aber beide Sichtweisen nur Grenzfälle. In Wirklichkeit geht es um Eigenwerte des Produktes aus Ort und Impuls, also um Eigenwerte der Wirkung. Dementsprechend hätte man in Kapitel drei und vier direkt über die Wirkung integrieren können, wie ich im Folgenden am Beispiel des Doppelspaltens zeigen werde.

Für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit P ergibt sich gemäß den Überlegungen aus Kapitel zwei und drei:

$$P = \left[\frac{1}{N} * \left(\frac{1}{W_{N1}} * \int_{W_{min1}}^{W_{max1}} \cos(2\pi * W/h) dW + \frac{1}{W_{N2}} * \int_{W_{min2}}^{W_{max2}} \cos(2\pi * W/h) dW \right) \right]^2 \quad (5.1)$$

Darin ist W die Wirkung, also das Produkt aus Impuls und Strecke, W_N der Normierungsfaktor der Wirkung, der nach dem Mittelwertsatz der Integralrechnung¹⁾ gleich der Differenz der Integrationsgrenzen ist. Dabei wird vorausgesetzt, dass es im Integrationsintervall mindestens einen Punkt gibt, für den P ungleich 0 ist. Physikalisch ist diese Annahme völlig in Ordnung, da das Elektron den Spalt irgendwo passieren muss. Das erste Integral liefert den Beitrag des ersten Spaltes, das zweite den des zweiten Spaltes. Der Faktor N muss eingeführt werden, damit P maximal den Wert 1 annehmen kann, also normiert ist. N entspricht zunächst der Zahl der Integralsummanden und damit aber auch der Zahl der Spalte. Die Integrationsgrenzen sind wie folgt festgelegt:

$$W_{max1} = (a/2 + b/2) * p_y,$$

$$W_{min1} = (a/2 - b/2) * p_y,$$

$$W_{max2} = (-a/2 + b/2) * p_y = -W_{min1},$$

$$W_{min2} = (-a/2 - b/2) * p_y = -W_{max1}.$$

Für den Normierungsfaktor W_N der Wirkung gilt folglich:

$$W_{N1} = W_{max1} - W_{min1} = b * p_y = W_{max2} - W_{min2} = W_{N2} \quad (5.2)$$

Aufgrund der Integrationsgrenzen findet man, dass der zweite integrale Summand gleich dem ersten ist, so dass Gleichung (5.1) unter Berücksichtigung von Gleichung (5.2) in folgende Gleichung übergeht:

$$P = \left[2/N * b * p_y * \int_{W_{min1}}^{W_{max1}} \cos(2\pi * W/h) dW \right]^2$$

Führt man die Integration aus und setzt die Integrationsgrenzen ein, so folgt:

$$P = \left[2 * h / (2\pi * N * b * p_y) * (\sin(2\pi * (a/2 + b/2) * p_y/h) - \sin(2\pi * (a/2 - b/2) * p_y/h)) \right]^2.$$

Wendet man das Subtraktionstheorem für zwei Sinus an, so findet man:

$$P = \left[h / (\pi * N * b * p_y) * 2 * \sin(\pi * b * p_y/h) * \cos(\pi * a * p_y/h) \right]^2$$

Mit (vgl. Kapitel 3)

$$p_y \cong p_x * \sin(\alpha) = h * \sin(\alpha) / \lambda$$

und $N = 2$

ergibt sich letztendlich für die Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$$P = [\lambda / (\pi * b * \sin(\alpha)) * \sin(\pi * b * \sin(\alpha) / \lambda) * \cos(\pi * a * \sin(\alpha) / \lambda)]^2$$

Diese Formel stimmt vollkommen mit Gleichung (3.5) überein, wenn man darin $P = I/I_0$ setzt. Die Vorgänge kann man sich am besten an einem Beispiel veranschaulichen. Fußgänger, die an einem Strand spazieren gehen, können unter bestimmten Bedingungen mit ihren Fußspuren ein Muster im Sand zeichnen, das einer Interferenzfigur sehr ähnelt.

- 1) Die Fußgänger besitzen Schrittlängen, die ganzzahlige Vielfache einer mittleren Grundschrittlänge sind. Sie starten in etwa am gleichen Ort. Das entspräche der Vorstellung mit den Impulseigenwerten.
- 2) Die Fußgänger starten an zwei oder mehreren Orten, die jeweils einen festen Abstand zueinander haben, also im Raum periodisch verteilt sind. Ihre Schrittlängen schwanken um einen Mittelwert, wobei der Abstand zweier Orte ein ganzzahliges Vielfaches dieses Mittelwertes ist. Das entspräche der Vorstellung mit den Ortseigenwerten.

5.2 Interferenz als Wechselwirkung zwischen Teilchen

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels will ich versuchen aufzuzeigen, wie man mit dieser statistischen Deutung der Vorgänge die Probleme der klassischen Wellendeutung überwindet und welche neuen physikalischen Folgerungen sich daraus ergeben.

In fast jedem Buch über Quantenmechanik wird folgende Situation geschildert. Der Doppelspaltversuch wird zunächst mit klassischen Teilchen, etwa Sandkörnern, und anschließend mit Elektronen durchgeführt. Sodann wird behauptet, dass sich die Elektronen beim Durchtritt durch die Spalte anders verhalten als die Sandkörner. Insbesondere soll beim Durchgang der Elektronen Interferenz zwischen den beiden Spalten dergestalt auftreten, dass sich die Minima und Maxima erst ausbilden, wenn beide Spalte geöffnet sind.²⁾ Diese Sichtweise ist meiner Meinung nach falsch, wie ich im Folgenden ausführen werde. Vielmehr verhalten sich beide Teilchenarten, Sandkörner und Elektronen, beim Durchgang durch die Spalte gleich. Außerdem tritt bei Elektronen keine Interferenz im klassischen Sinne zwischen den Teilchenstrahlen der beiden Spalte auf.

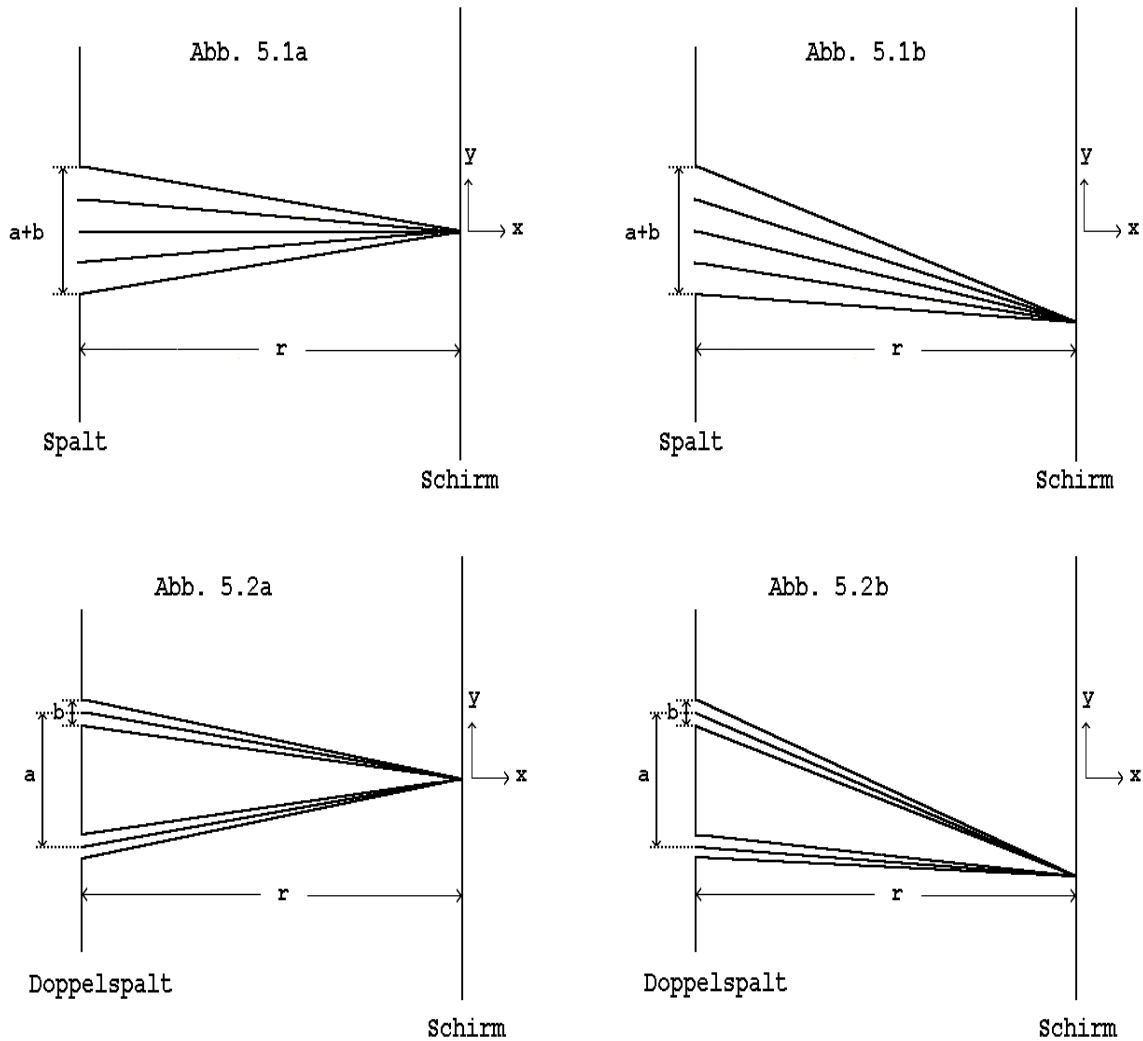
Betrachten wir dazu zunächst einen großen Einzelspalt, der eine Breite von $a + b$ besitzt. Darin ist b die Breite eines Spaltes beim vergleichbaren Doppelspalt und a der Abstand der beiden Spaltmitten (s. Abb. 5.1a). Sandkörner, die nach dem Durchgang durch den Spalt in der Mitte des Schirmes auftreffen, weisen in y -Richtung einen Impuls auf, der zwischen $p_{y1} + \Delta p_{y1}$ und $-p_{y1} - \Delta p_{y1}$ liegen muss, worin für p_{y1} bzw. Δp_{y1} gilt:

$$p_{y1} = a * p_x / 2r$$

und

$$\Delta p_{y1} = b * p_x / 2r \quad (5.3),$$

wie eine einfache Analyse der Flugzeiten zeigt. Darin ist r der Abstand Doppelspalt - Schirm. An anderen Orten des Schirmes besitzen die auftreffenden Teilchen zwar andere Impulse, aber stets überstreichen sie einen Bereich von $2 \cdot (p_{y1} + \Delta p_{y1})$ (s. Abb. 5.1 b). Schiebt man nun einen Steg der Breite $a-b$ in den Spalt, so verändern sich die physikalischen Bedingungen völlig. Die Sandkörner, die den mittleren Punkt des Schirmes treffen, besitzen jetzt Impulse,



die nur in zwei kleinen Bereichen um $\pm p_{y1}$ streuen, wobei die Streubreite $\pm \Delta p_{y1}$ beträgt. Für die möglichen Impulse der Sandkörner findet man somit:

$$p_{y2} = \pm p_{y1} \pm \Delta p_{y1} \quad (5.4).$$

Der Abstand der beiden Impulsbereiche beträgt im Mittel $2 \cdot p_{y1}$. Teilchen mit abweichendem Impuls werden vom Steg abgeschirmt (s. Abb. 5.2 a). Gleiche Überlegungen gelten für alle Stellen des Schirmes (s. Abb. 5.2 b). Der Doppelspalt wirkt also wie ein Impulsfilter. Alternativ könnte man nach den Überlegungen aus Kapitel 3 auch sagen: Der Steg stellt für die Sandkörner einen Ortsfilter dar. Mit Steg können sie den Spalt nur in zwei Ortsbereichen

passieren, deren Breite b und deren mittlerer Abstand a ist. Dabei spielt es keine Rolle, ob die Sandkörner die Querimpulse im Doppelspalt erst durch Beugung erhalten, oder schon vor dem Eintritt in den Doppelspalt besitzen.

Setzt man die Werte aus Gleichung (5.3) in Gleichung (5.4) ein, und vergleicht die so erhaltenen Werte mit den Querimpulsen, die ich bei der Ableitung der Intensitätsverteilung für Elektronen am Doppelspalt in Kapitel 3 (s. Gleichung 3.6a) benutzt habe, so stellt man fest, dass beide vollkommen übereinstimmen. Das lässt nur einen Schluss zu: Die Elektronen passieren den Doppelspalt in genau der gleichen Art und Weise wie Sandkörner.

Warum erhält man dann aber mit Elektronen eine andere Verteilung auf dem Schirm als mit Sandkörnern? Der Grund kann nur in der Art der Registrierung der Elektronen auf dem Schirm liegen. Beim oben betrachteten Spalt ohne Steg entsteht für Elektronen beim Auftreffen auf den Schirm an jedem Ort des Schirmes eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit ziemlich genau lokalisiertem Ort, da die recht große Impulsunschärfe aufgrund der kontinuierlichen Verteilung der Impulse über einen Impulsbereich eine kleine Ortsunschärfe zur Folge hat. Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn man einen Steg in den Spalt schiebt. Die Nachweiswahrscheinlichkeit jedes Elektrons ändert sich nun periodisch mit dem Ort in der Art einer Schwebung, weil die Impulse der an einem Ort eintreffenden Elektronen im Schnitt nur zwei Werte annehmen können. Und da die Impulse der Elektronen, die verschiedene Orte des Schirmes erreichen, zwar verschieden sind, aber die Differenz zwischen den zwei möglichen Impulsen stets gleich ist, besitzen die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten aller Elektronen die gleiche räumliche Periodizität. Daher bildet sich eine stationäre Verteilung der Amplituden und damit der Elektronen entlang des Schirmes aus. Diese Aussage kann ich am besten anhand einer Computergrafik demonstrieren. Angenommen, die Amplituden der beiden Elektronenstrahlen an einem Ort x seien

$$A_1 = \cos((m + n) * x)$$

und

$$A_2 = \cos((m - n) * x),$$

wobei m und n die zu den Impulsen gehörenden Wellenzahlen sind. In der Summe findet man dann für die Nachweiswahrscheinlichkeit P im stationären Fall:

$$P = (\cos((m + n) * x) + \cos((m - n) * x))^2.$$

In Abb. 5.3 ist diese Nachweiswahrscheinlichkeit für verschiedene Werte von m grafisch dargestellt. Deutlich erkennt man, dass alle Kurven die gleiche grobe räumliche Periodizität aufweisen, wobei die Kurve für $m = 0$ die Hüllkurve der anderen Funktionen darstellt. Es wird auch deutlich, dass alle Kurven mit $m \neq 0$ feiner gegliedert sind. Diese Unterstrukturen enthalten latent weitere Zusatzinformationen, die z.B. den Verlauf der Intensitätsverteilung anderer Impulskombinationen widerspiegeln. Sie werden dann sichtbar, wenn man den Elektronen diese Impulse durch entsprechende Spaltanordnungen aufzwingt und damit die Hüllkurve für $m = 0$ entfällt. Diese Überlegung bestätigt noch einmal voll die Aussage, dass Doppelspalt und Gitter lediglich als Impulsfilter wirken.

Die stationäre Ordnung der Elektronenverteilung geht verloren, wenn das Elektron auf seinem Flugweg gestört wird, wodurch z. B. kleine zeitliche Verzögerungen oder Impulsänderungen auftreten können.

Ferner weisen die an einem Ort des Schirms auftreffenden Teilchen, die durch verschiedene Spalte gelaufen sind, im Vergleich zum Einzelspalt nur einen zusätzlichen konstanten Querimpuls auf. Und dieser zusätzliche Querimpuls ist für die Unterschiede im Interferenzmuster zwischen Einzelspalt und Doppelspalt verantwortlich. Überlagert man den Impulsen beim Einzelspalt einen konstanten Querimpuls passender Größe, so geht das Interferenzmuster des Einzelspalt bereits in das Muster des Doppelspalt über, obwohl nur ein Spalt vorhanden ist. Der am Doppelspalt auftretende Zusatzimpuls bzw. die Zusatzwellenzahl hat die Größe

$$p_y = \pm a * p_x / 2r$$

bzw.

$$k_y = \pm a * k_x / 2r,$$

da der Impulsnullpunkt gegenüber dem Einzelspalt um diesen Betrag verschoben ist (s. Gleichung 5.3)). Darin ist a der Abstand der beiden Spaltmitten und r die Entfernung Doppelspalt-Schirm. Die Integration über alle Wellenzahlen eines solchen Spalt liefert für die Amplitude A :

$$A = C * \left(\sin \left((k_y + k'_y) * y \right) - \sin \left((k_y - k'_y) * y \right) \right) / y$$

mit C als Normierungskonstante. Für k'_y gilt:

$$k'_y = \pm b * k_x / 2r,$$

mit b als Breite des Spaltes. Fasst man die Sinus mit Hilfe eines trigonometrischen Theorems zusammen und setzt die positiven oder negativen Werte für k_y und k'_y ein, so gilt:

$$A = 2C * \sin(b * k_x * y / 2r) * \cos(a * k_x * y / 2r) / y.$$

Diese Amplitude entspricht genau der Hälfte der Gesamtamplitude beider Spalte. Für die Intensität erhält man dann nur den vierten Teil der Intensität der ursprünglichen Kurve, bei zwei geöffneten nicht wechselwirkenden Spalten also die Hälfte des ursprünglichen Wertes (vgl. Kapitel 3 Gleichung 3.7). Eine Interferenz zwischen den Teilchenstrahlen der beiden Spalte im Sinne von klassischen Wellen findet nicht statt, da die Lage der Maxima und Minima von den Impulsen bzw. den Startorten der Elektronen eines der beiden Spalte bestimmt wird. Die Wechselwirkung der Elektronen beider Spalte bewirkt beim Doppelspalt nach der statistischen Deutung lediglich eine Verdopplung der Intensität der einzelnen Maxima bzw. Minima. Das könnte etwa dadurch geschehen, dass die Elektronen gemeinsam mit der Umgebung Energie austauschen, und somit die Wahrscheinlichkeit zunimmt, dass die in der Zeit

Δt abgegebene oder aufgenommene Wirkung das Plancksche Wirkungsquantum übersteigt. Ebenso kann die Nachweiswahrscheinlichkeit sinken, wenn eines der beiden Elektronen Energie an die Umgebung abgibt, ein zweites Energie aufnimmt.

Die Aussage, dass die Lage der Maxima und Minima von den Impulsen der Elektronen bestimmt wird, lässt sich wie folgt zusätzlich begründen. Nach R.Feynman^{2,3} gilt bei der Überlagerung zweier Amplituden A_1 und A_2 für die gesamte Aufenthaltswahrscheinlichkeit P :

$$P = (A_1 + A_2)^2 \quad (5.5).$$

Löst man die Klammer auf, so findet man

$$P = A_1^2 + A_2^2 + 2 * A_1 * A_2,$$

wobei laut Feynman der Mischterm $2 * A_1 * A_2$ für die Interferenz verantwortlich ist. Gleichung (5.5) lässt sich jedoch auch wie folgt umformen:

$$P = 2A_1^2 + 2A_2^2 - (A_1 - A_2)^2 \quad (5.6).$$

Beim Doppelspalt stellen die Amplituden A_1 und A_2 Cosinusterme dar. Da es zu jedem Cosinusterm A_1 einen Cosinusterm A_2 mit gleich großem, aber entgegengesetzt gerichtetem Impuls gibt und $\cos(-a) = \cos(a)$ ist, heben sich in Gleichung (5.6) die Terme in der rechten Klammer auf. Diese Überlegung lässt sich auf alle beim Doppelspalt vorkommenden Amplituden anwenden. Die Gesamtintensität ist daher gleich der zweifachen Summe der Quadrate der Einzelamplituden, also

$$P = 2A_1^2 + 2A_2^2 = 2 * (A_1^2 + A_2^2).$$

Zwei voneinander unabhängige Spalte würden den Wert

$$P_1 = A_1^2 + A_2^2 = P/2$$

liefern.^{2,3} Der Interferenzterm besitzt folglich auch den Wert P_1 . P wird dadurch insgesamt verdoppelt. Außerdem trägt jeder der Spalte die Hälfte zur Gesamtverteilung bei. Das bedeutet aber auch, dass die Elektronen eines der beiden Spalte bereits alle Informationen enthalten müssen, die zum Aufbau der gesamten Verteilung erforderlich sind. Und diese Information steckt in dem Zusatzimpuls, den die Elektronen des Doppelspalt gegenüber den Elektronen eines Einzelspalt aufweisen.

Außerdem legt die Gleichheit der Interferenzterme und der voneinander unabhängigen Spaltanteile den Schluss nahe, dass die Wechselwirkung der Teilchen mit dem Messobjekt auf dem gleichen Mechanismus beruht wie die Wechselwirkung der Teilchen untereinander. Es findet in beiden Fällen ein Austausch an Energie und Impuls statt, der durch die quantenmechanische Amplitude beschrieben wird.

Diese Überlegungen gelten auch für die Beugung am Gitter, wie man anhand der Abbildungen 5.4 - 5.12 sehen kann. Die Abbildungen 5.4, 5.7 und 5.10 zeigen die Intensitätsverteilungen für 2 bis 4 Spalte gemäß den Gleichungen (4.3) und (4.4) aus Kapitel 4, die Abbildungen

5.5, 5.8 und 5.11 die Verteilung, wenn alle Spalte unabhängig voneinander wären, also nicht miteinander, sondern nur mit dem Messobjekt wechselwirken würden und die Abbildungen 5.6, 5.9 und 5.12 den Verlauf der Produktfaktoren der Fourierreihen (4.3) und (4.4), also die Interferenzterme. Deutlich erkennt man, dass die Lage der Maxima und Minima bei voneinander unabhängigen bzw. mit einander wechselwirkenden Spalten gleich ist. Sie unterscheiden sich lediglich in der Intensität der einzelnen Extrema. Der Wechselwirkungsterm besitzt die gleiche räumliche Periodizität. Zur Abb. 5.12 möchte ich noch anmerken, dass ich in der Funktion einige Terme zusammenfassen musste, da sonst der Ausdruck für das Computerprogramm zu lang geworden wäre. Insbesondere ist $t = 3 \cdot p$ und $r = n \cdot q$. Diese Überlegungen erlauben es, meine Theorie zu testen. Man müsste nur den Beugungsversuch mit Elektronen mit einem Dreifachspalt durchführen und zwar mit einer solchen Intensität, dass jeweils nur ein Elektron sich in der Apparatur befinden würde. Dabei müsste sich die Intensitätsverteilung nach Abb. 5.8 ergeben.

5.3 Graphiken

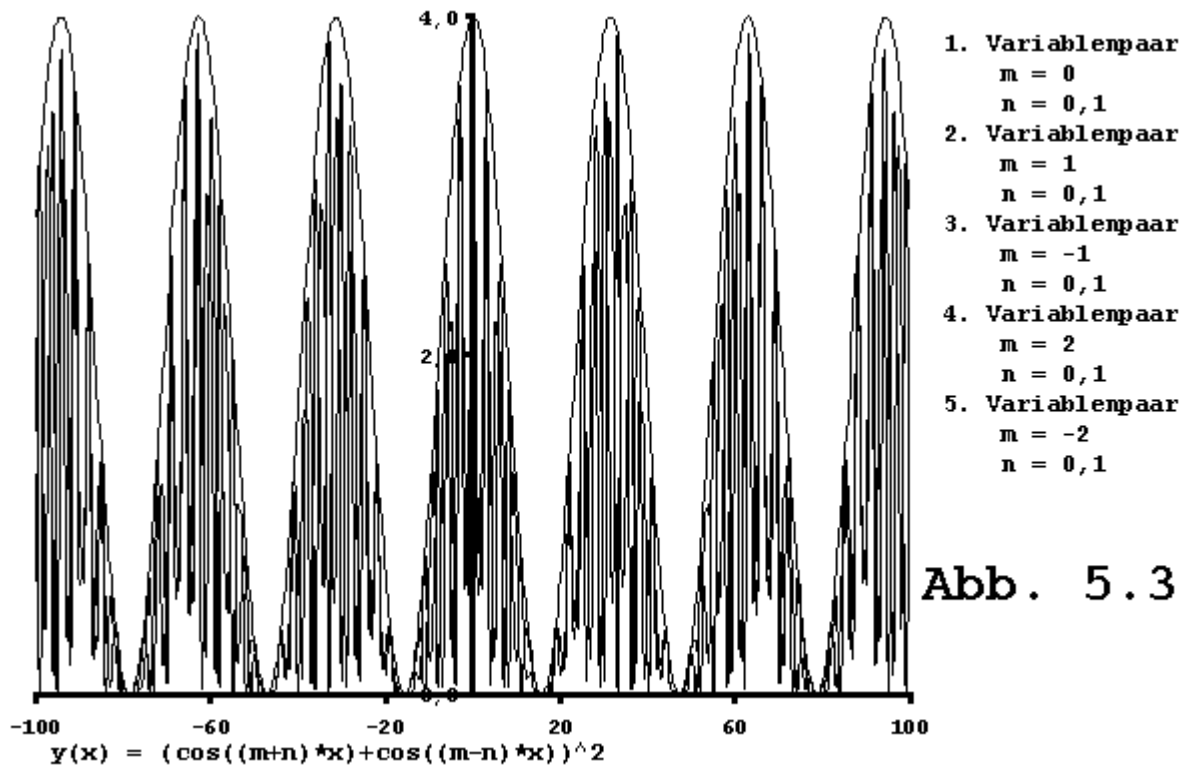


Abb. 5.3

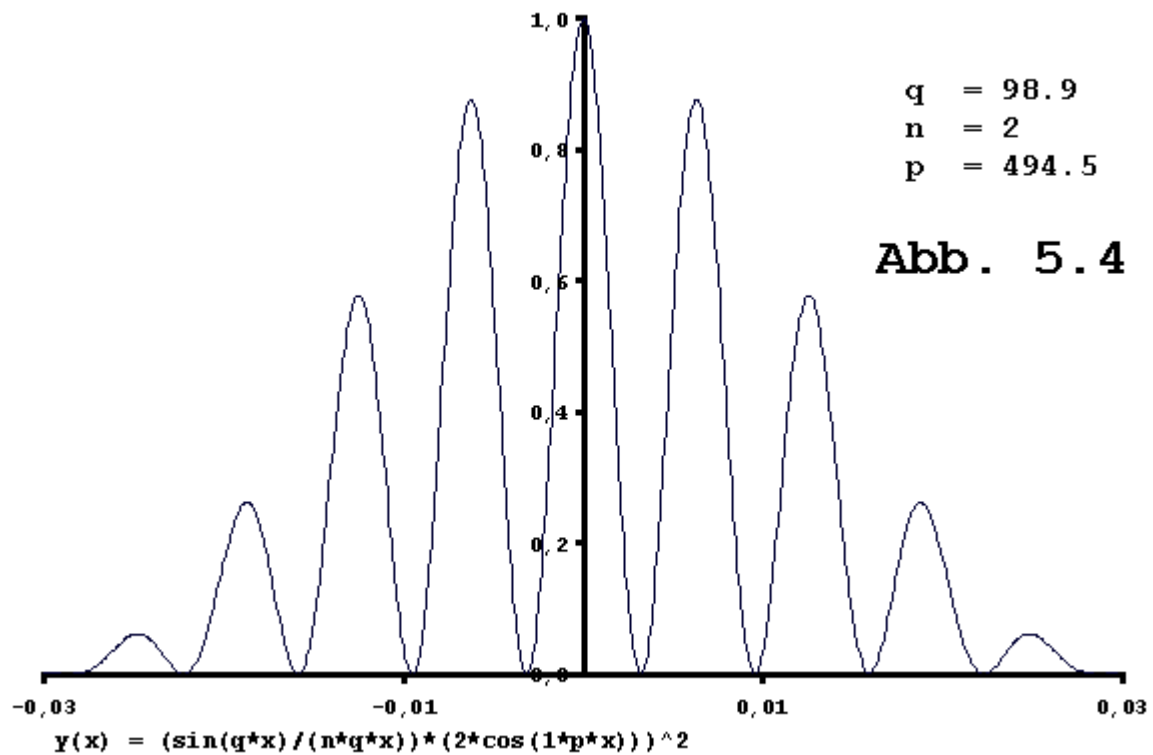
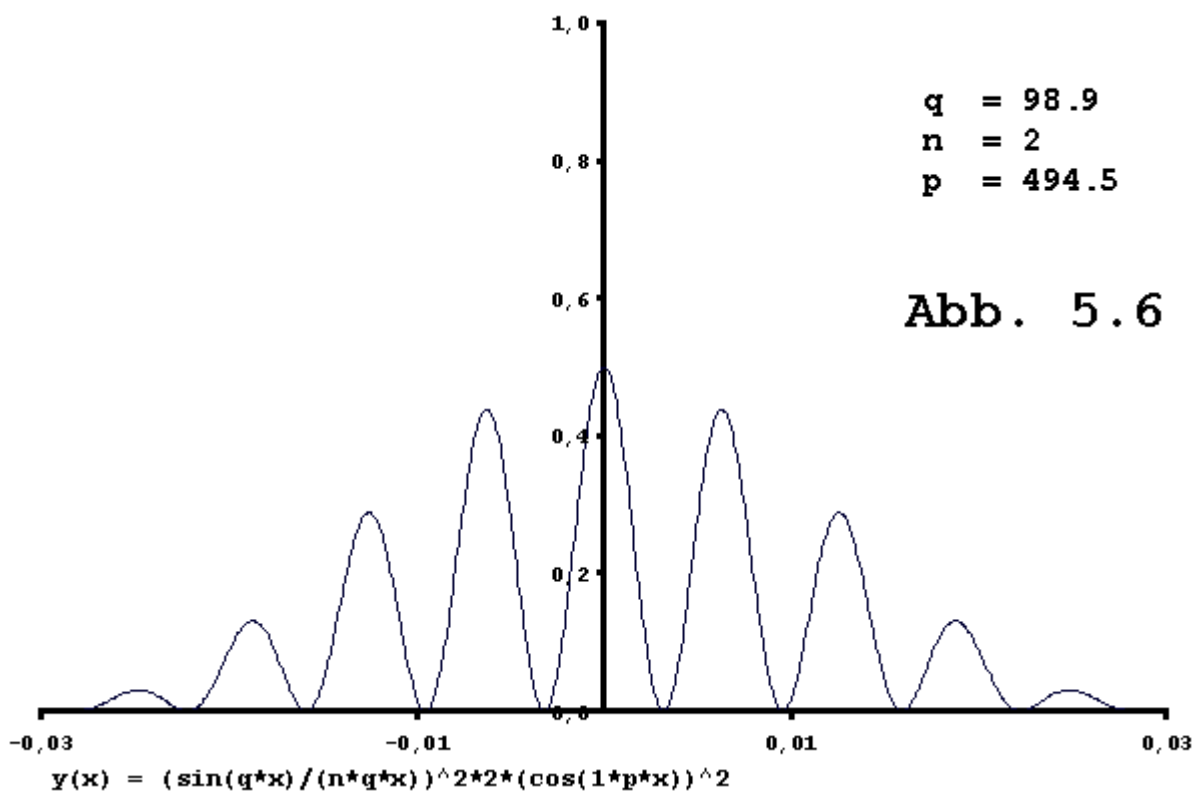
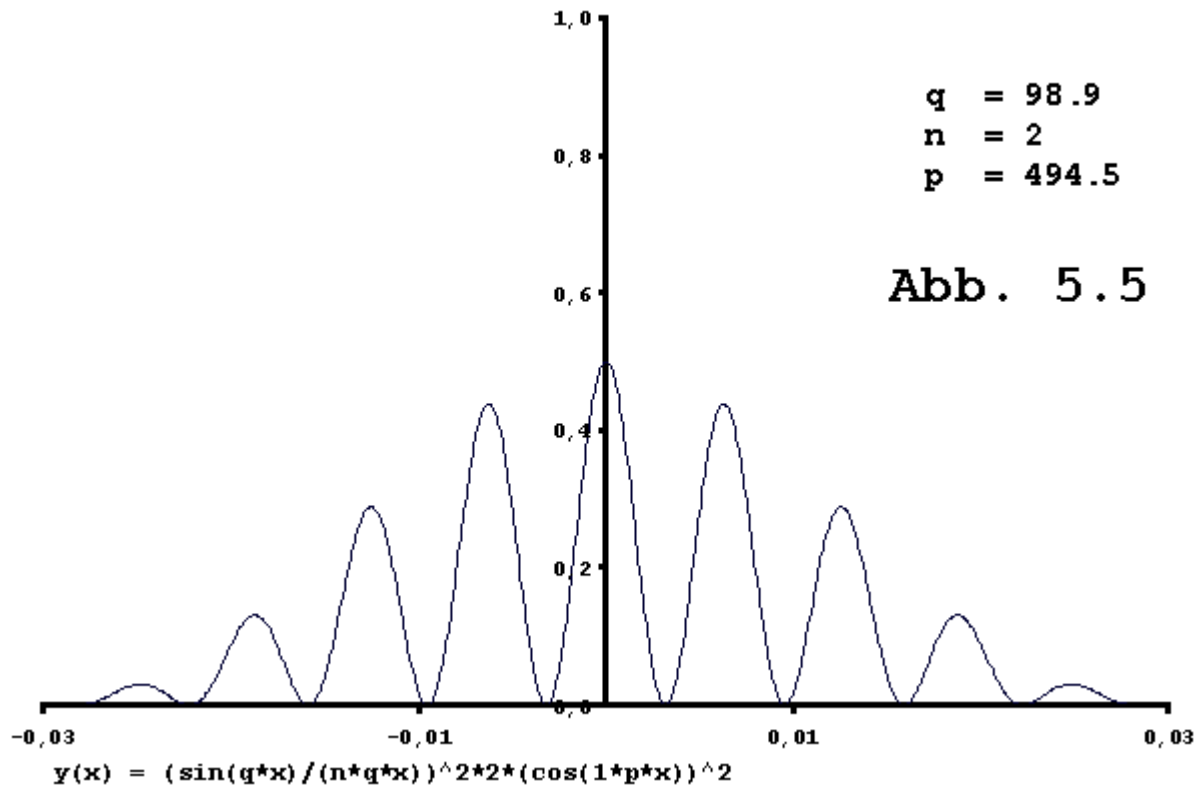
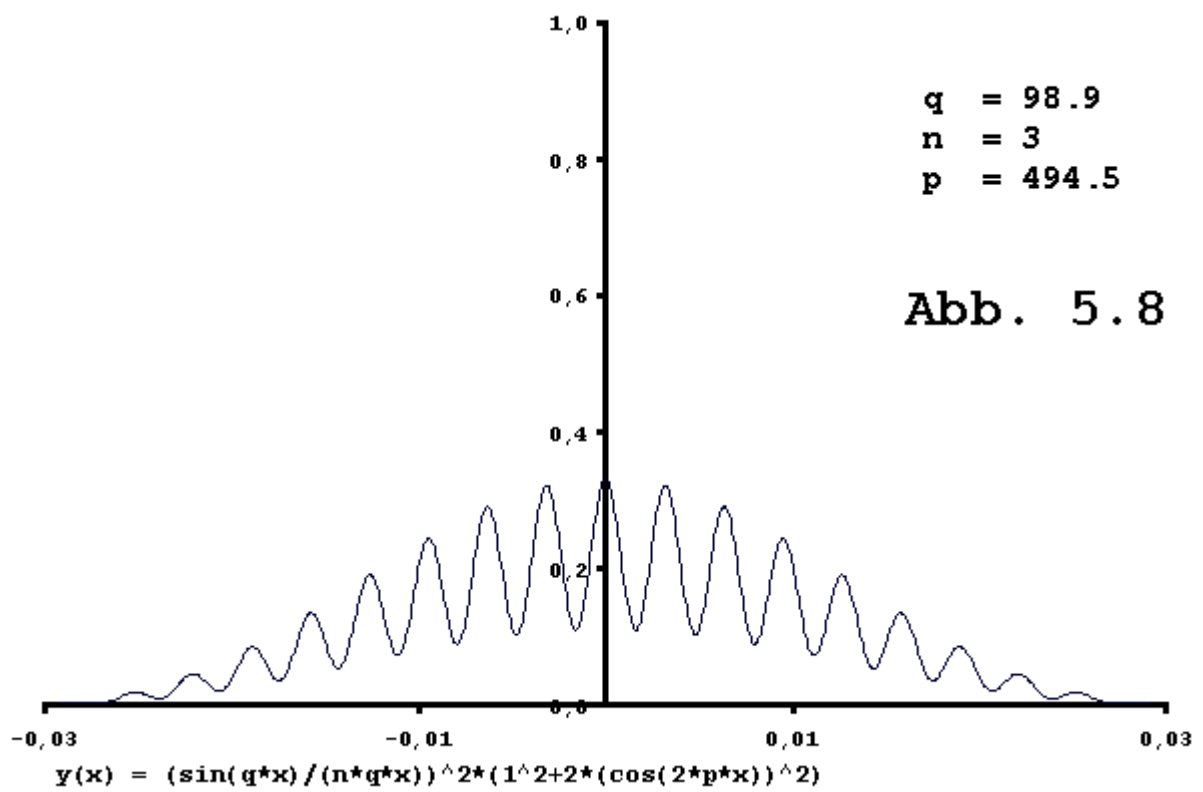
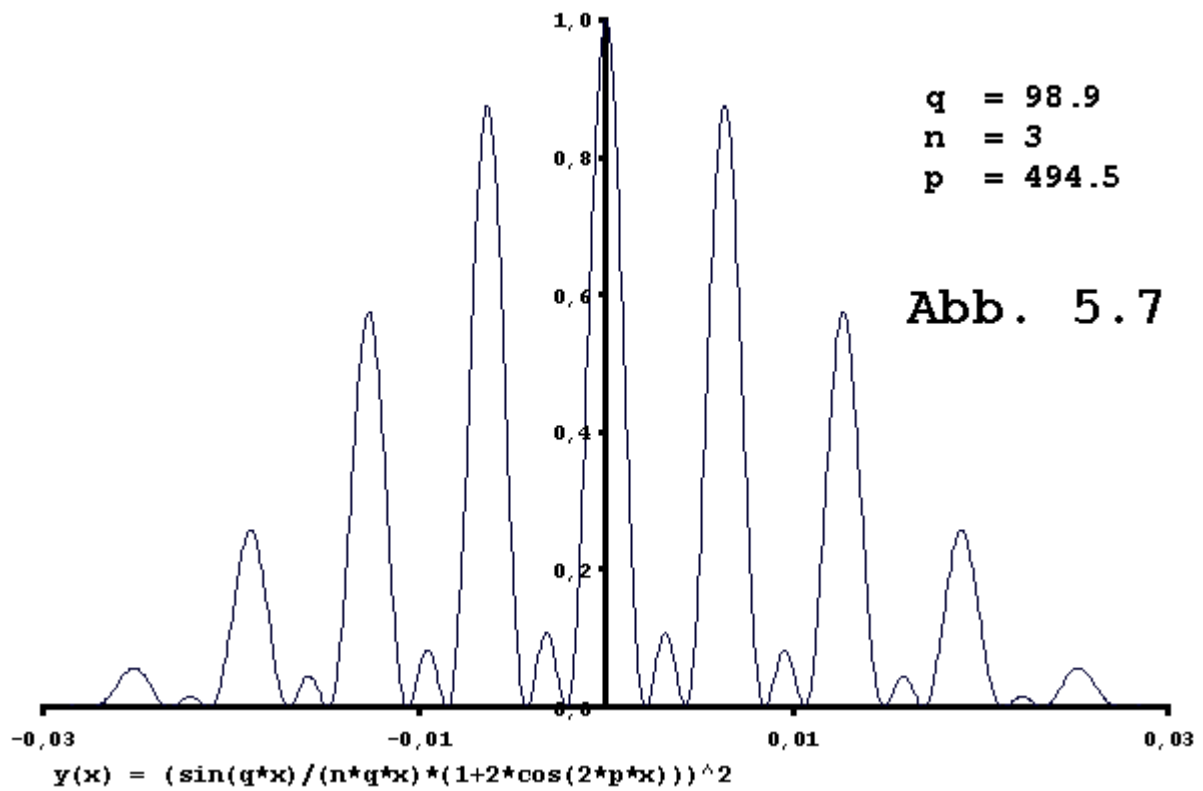


Abb. 5.4





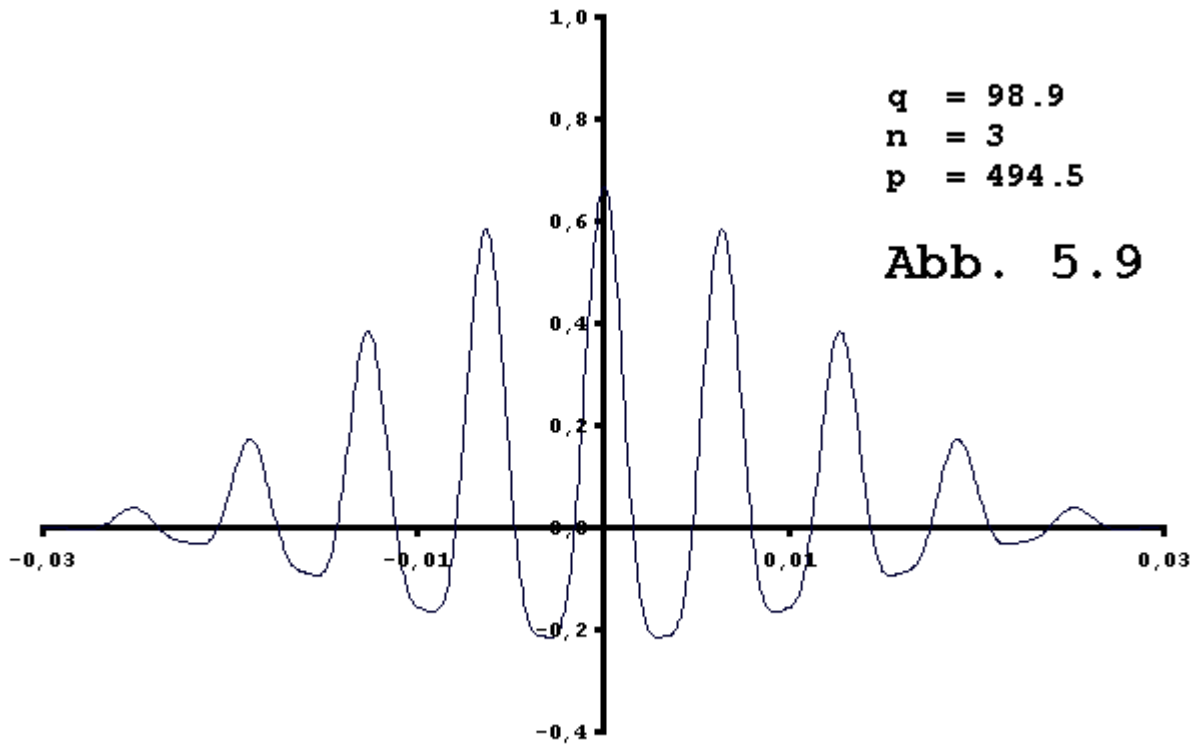


Abb. 5.9

$$y(x) = (\sin(q \cdot x) / (n \cdot q \cdot x))^2 \cdot (4 \cdot (\cos(2 \cdot p \cdot x) + 2 \cdot (\cos(2 \cdot p \cdot x))^2))$$

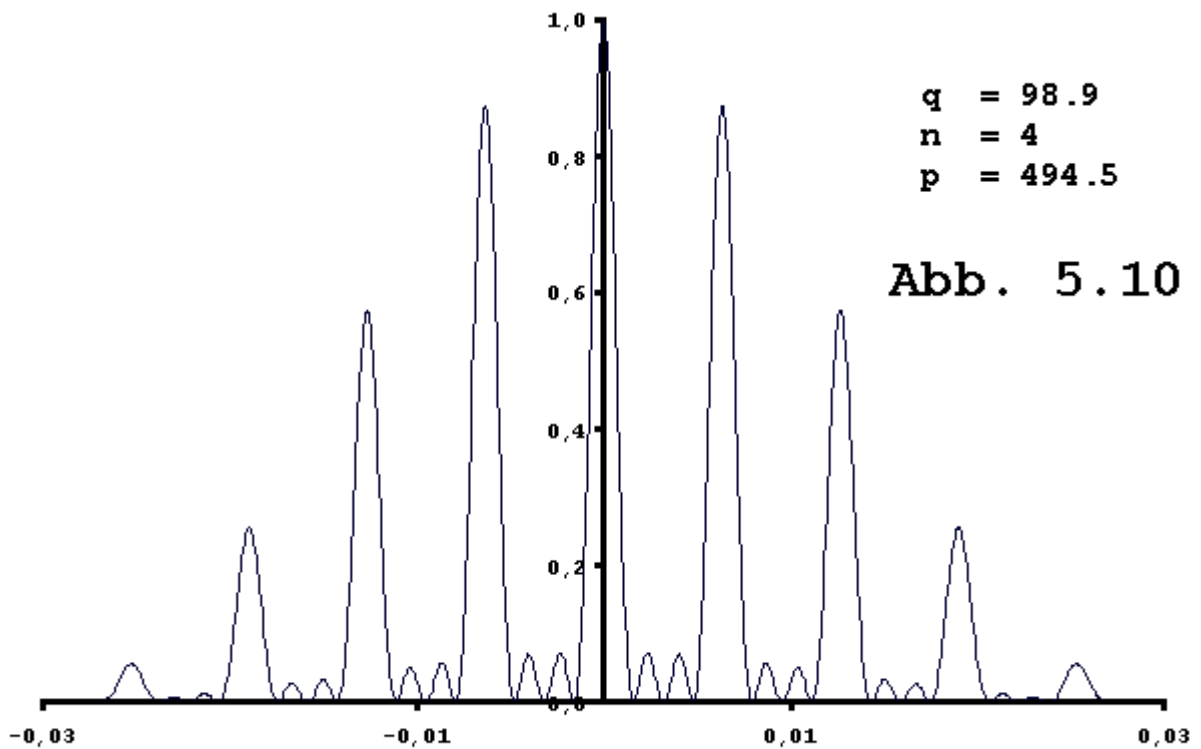
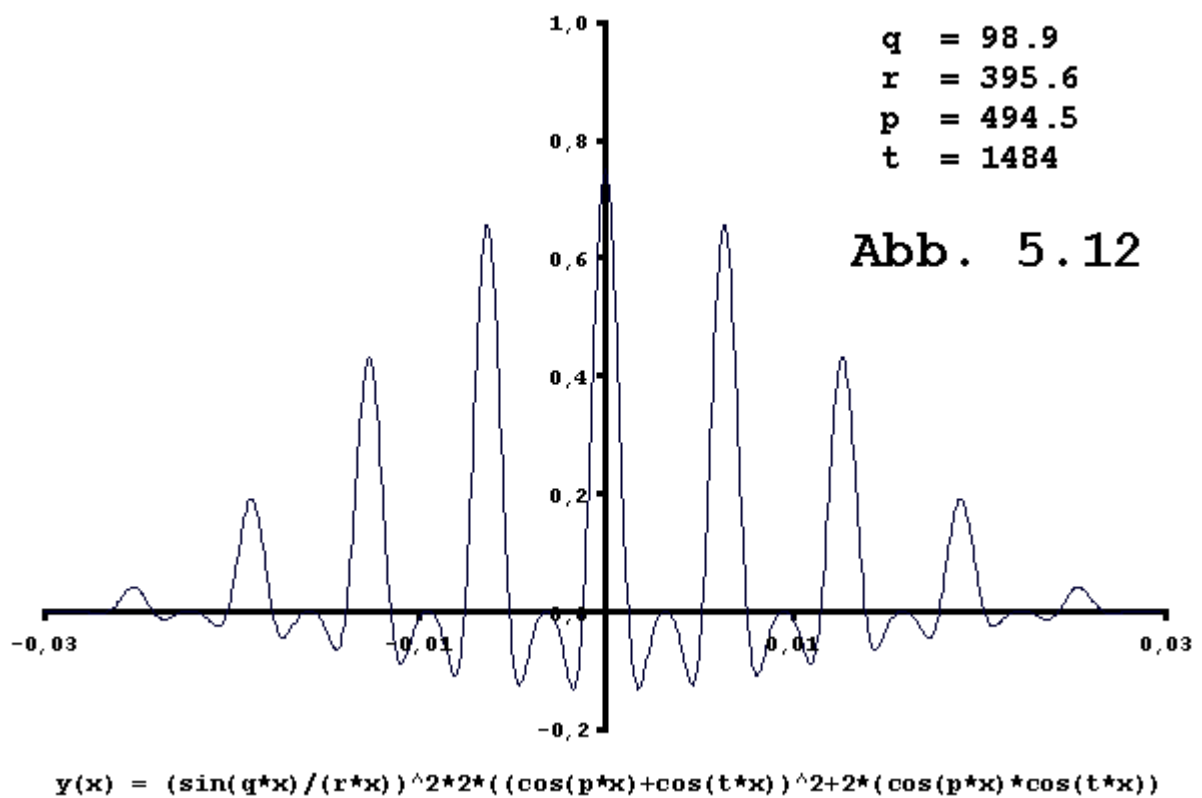
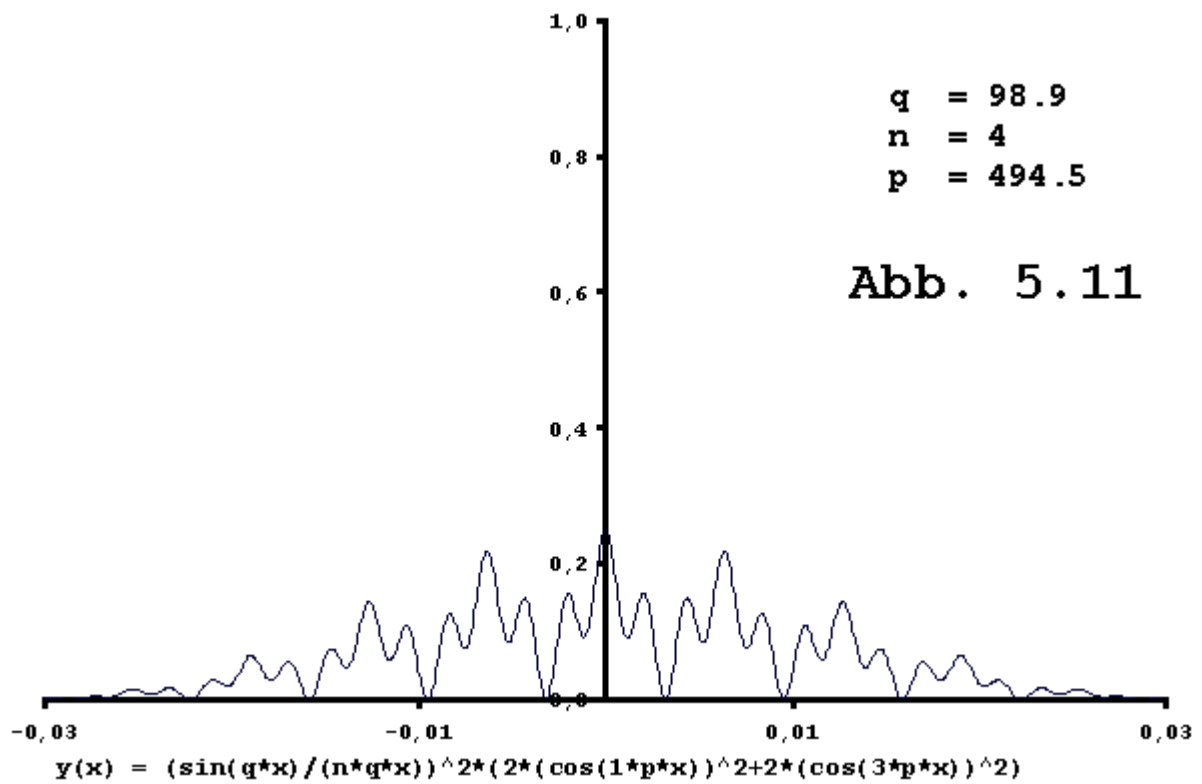


Abb. 5.10

$$y(x) = (\sin(q \cdot x) / (n \cdot q \cdot x) \cdot (2 \cdot \cos(1 \cdot p \cdot x) + 2 \cdot \cos(3 \cdot p \cdot x)))^2$$



6 Unsymmetrische Mehrfachspalte

6.1 Einleitung

In Kapitel 5.1 habe ich gezeigt, dass die Beugungserscheinungen auf Impuls- bzw. Startortdifferenzen der Elektronen und damit letztendlich auf Eigenwerte der Wirkung zurückzuführen sind. Diese Überlegungen möchte ich in diesem Kapitel auf Anordnungen von mehreren Spalten erweitern, die nicht symmetrisch um eine Mittelachse liegen. Daraus ergeben sich einige weitere interessante physikalische Gesichtspunkte.

Zunächst einmal kann nach den Überlegungen in Kapitel 3.1 bei unsymmetrischer Verteilung der Spalte die quantenmechanische Amplitude im stationären Fall nicht mehr mit einer cos-Funktion angenähert werden. Vielmehr muss man mit imaginären e-Funktionen rechnen. Somit erhält man für die Gesamtamplitude A eines Spaltes der Breite b und der Entfernung $a/2$ vom Bezugspunkt analog zu Gleichung 5.1 das folgende Integral:

$$A = \frac{1}{2 * W_b} * \int_{W_a - W_b}^{W_a + W_b} \exp(2\pi i * W/h) dW \quad (6.1)$$

mit

$$W_a = a/2 * p_y$$

$$W_b = b/2 * p_y.$$

Ausrechnen des Integrals liefert:

$$A = h/(2\pi i * 2W_b) * \exp(2\pi i * W_a/h) * [\exp(2\pi i * W_b/h) - \exp(-2\pi i * W_b/h)]$$

oder

$$A = h/(2\pi * 2W_b) * \sin(2\pi * W_b/h) * \exp(2\pi i * W_a/h) \quad (6.2).$$

Die Gesamtamplitude des Spaltes lässt sich in zwei Faktoren zerlegen, einen Sinusfaktor, der nur von der Spaltbreite abhängt und einen Exponentialfaktor, der die Lage des Spaltes berücksichtigt. Bildet man die Summe der Amplituden mehrerer gleichbreiter Spalte mit verschiedener Lage a , so kann man den Sinusfaktor ausklammern, da er offensichtlich in den Amplituden aller Spalte in gleicher Größe auftritt. Da die folgenden Überlegungen sich nur auf die Lage der Spalte im Raum beziehen, muss man somit jeweils nur den Exponentialfaktor näher betrachten. Dabei wird sich zeigen, dass man bei mehreren Spalten die e-Funktionen in der Amplitude A nicht einfach addieren und quadrieren darf, um die Aufenthaltswahrscheinlichkeit zu erhalten. Man gerät sonst in Widerspruch zur physikalischen Erfahrung. Beginnen wir mit einigen Beispielen, die die wesentlichen physikalischen Aspekte verdeutlichen.

6.2 Beispiele

1. Fall: reduzierter Dreifachspalt

Hält man bei einem Dreifachspalt einen der äußeren Spalte zu, so muss sich logischerweise das Interferenzmuster des Doppelspalt es einstellen. Da aber die Bezugsachse jetzt nicht mehr symmetrisch zwischen den beiden Spalten liegt, muss man die Anordnung, wie in Abschnitt 1 erläutert, mit e-Funktionen beschreiben. Die Elektronen des Spaltes, durch den die Bezugsachse verläuft, starten am Ort 0 bzw. mit dem Querimpuls 0, die des anderen Spaltes am Ort a bzw. mit dem Querimpuls $2 \cdot p_y$. Die Wirkungen der beiden Spalte haben daher die Werte:

$$W_1 = 0$$

bzw.

$$W_2 = a \cdot p_y = 2 \cdot W_a.$$

Um die Schreiberei nicht ins Uferlose ausarten zu lassen, setze ich w wie folgt fest:

$$w = 2\pi \cdot W_a / h.$$

Somit findet man für die e-Funktionen der Amplituden gemäß Gleichung (6.2):

1. Spalt:

$$A_1 = \exp(+2\pi i \cdot W_1 / h) = 1$$

2. Spalt:

$$A_2 = \exp(+2\pi i \cdot W_2 / h) = \exp(+i \cdot 2 \cdot w).$$

Beide Faktoren könnten auch mit einem negativen Vorzeichen im Exponenten versehen werden, da die Richtung des Impulses vom Beobachter nur willkürlich festgelegt werden kann. Alternativ könnte man auch sagen, es ist nicht auszumachen, ob der zweite Spalt rechts oder links vom ersten liegt. Rechts und links sind schließlich Angaben, die vom Standort des Beobachters abhängen (s. u. und Kapitel 7). Um nun die Wahrscheinlichkeitsverteilung zu berechnen, muss man daher beide Möglichkeiten kombinieren. Man erhält so den Summenausdruck S der Gesetze 4.3 bzw. 4.4 aus Kapitel vier. Die physikalisch richtige Kombination der beiden Möglichkeiten besteht aus dem Realteil des Produktes der e-Funktionen und ihrer konjugiert Komplexen. Für S folgt somit:

$$S = \text{Re}((1 + \exp(i \cdot 2 \cdot w)) \cdot (1 + \exp(-i \cdot 2 \cdot w))).$$

Ausrechnen des Produktes liefert:

$$S = \operatorname{Re}(1 + \exp(-i * 2 * w) + \exp(+i * 2 * w) + 1)$$

$$S = \operatorname{Re}(1 + \cos(2 * w) + i * \sin(2 * w) + \cos(2 * w) - i * \sin(2 * w) + 1).$$

Fasst man alle Terme zusammen, so findet man:

$$S = 2 + 2 * \cos(2 * w)$$

oder unter Anwendung eines trigonometrischen Theorems:

$$S = 4 * (\cos(w))^2 \quad (6.3).$$

Berücksichtigt man, dass für W_a gilt:

$$W_a = p_y * a/2 \cong p_x * \sin(\alpha) * a/2 = h * \sin(\alpha) * a/(2\lambda),$$

so ergibt sich für w

$$w = 2\pi * W_a/h = \pi * a * \sin(\alpha)/\lambda \quad (6.3a)$$

und damit letztendlich für S :

$$S = 4 * (\cos(\pi * a * \sin(\alpha)/\lambda))^2.$$

Diese Formel stimmt exakt mit dem Summenausdruck für einen symmetrischen Doppelspalt überein (s. Gleichung 4.4 Kapitel 4). Urbasi Sinha et al. haben in Science 329, S. 418 ff. Messergebnisse zum Dreifachspalt veröffentlicht, die diese Berechnungen bestätigen. Sie erklären die Ergebnisse damit, dass die Photonen jeweils nur zwei Spalte gleichzeitig passieren können, niemals aber drei. Diese Deutung bestätigt die Überlegungen, die ich in meinem Skript Fotoeffekt auf dieser Webseite über den Aufbau der Photonen dargelegt habe. Anhand eines Simulationsexperimentes wird darin gezeigt, wie die Photonen beim Passieren der Spalte einen definierten Impuls quer zu ihrer ursprünglichen Flugrichtung erfahren. Und mit diesem Zusatzimpuls lassen sich die Ergebnisse deuten. Dass meine Deutung richtig sein muss, zeigen weitere Versuchsergebnisse. Bewegten Urbasi Sinha et al. den Schirm, so fanden sie ein kompliziertes Muster, nach meinen Überlegungen verursacht durch den undefinierten zusätzlichen Relativimpuls zwischen Photonen und Schirm.

2. Fall: Vierfachspalt

Die Symmetrieachse liege genau in der Mitte. Der Querimpuls eines Elektrons, das diese Achse entlang läuft, sei Null. Man könnte auch sagen: Sein Startort in y -Richtung liegt bei null. Dann gilt für die e -Anteile der Amplituden der einzelnen Spalte:

$$A_1 = \exp(+i * w)$$

$$A_2 = \exp(+i * 3w)$$

$$A_3 = \exp(-i * w)$$

$$A_4 = \exp(-i * 3w).$$

Für den Summenausdruck erhält man dann gemäß den Regeln aus Fall 1 den Wert:

$$S = \operatorname{Re}((\exp(+i * w) + \exp(-i * w) + \exp(+i * 3w) + \exp(-i * 3w)) \\ * (\exp(-i * w) + \exp(+i * w) + \exp(-i * 3w) \\ + \exp(+i * 3w))).$$

Dieser Ausdruck lässt sich sofort in cos-Faktoren umwandeln. Es ergibt sich:

$$S = (2 * \cos(w) + 2 * \cos(3w)) * (2 * \cos(w) + 2 * (\cos(3w)))$$

oder

$$S = (2 * \cos(w) + 2 * \cos(3w))^2 \quad (6.4).$$

Er entspricht dem Summenausdruck in den Gesetzen 4.4 aus Kapitel 4 für einen Vierfachspalt, wenn man den Wert für w aus Gleichung 6.3a beachtet.

3. Fall: reduzierter Vierfachspalt

Hält man bei einem Vierfachspalt einen der beiden äußeren Spalte zu, so muss sich ein Dreifachspalt ergeben. Die Symmetrieachse liegt dann zwischen dem ersten und zweiten Spalt von links oder rechts gesehen. Der Spalt links von der Symmetrieachse weist dann die Amplitude

$$A_1 = \exp(-i * w)$$

auf, die beiden rechts von der Symmetrieachse die Amplituden

$$A_2 = \exp(+i * w)$$

$$A_3 = \exp(+i * 3w).$$

Der Summenausdruck S liefert den Wert:

$$S = \operatorname{Re}((\exp(-i * w) + \exp(+i * w) + \exp(+i * 3w)) \\ * (\exp(+i * w) + \exp(-i * w) + \exp(-i * 3w))).$$

Löst man die Klammern auf, so findet man:

$$S = \operatorname{Re}(3 + 2 * \exp(-i * 2w) + 2 * \exp(+i * 2w) + \exp(-i * 4w) + \exp(+i * 4w)).$$

Daraus folgt

$$S = 3 + 4 * \cos(2w) + 2 * \cos(4w)$$

oder

$$S = (1 + 2 * \cos(2w))^2 \quad (6.5),$$

wie man durch Rückrechnen der Quadratsumme in Gleichung (6.5) mit Hilfe einiger trigonometrischer Theoreme zeigen kann. Gleichung 6.5 entspricht genau der Summe der cos-Faktoren für einen Dreifachspalt gemäß Gesetz 4.3 aus Kapitel 4, wenn man w aus Gleichung (6.3a) einsetzt.

6.3 Folgerungen

Ich könnte weitere beliebige Beispiele vorstellen. Aber an den drei Beispielen lassen sich die wichtigsten physikalischen Folgerungen bereits erkennen.

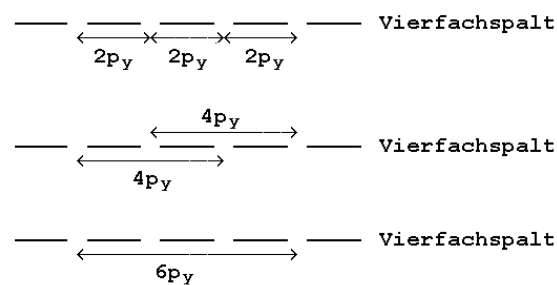


Abb. 6.1

In der Quantenmechanik gilt streng das allgemeine Relativitätsprinzip, zumindest solange man nur Impulsdifferenzen betrachtet. (s.a.u. Punkt 4). Verschiebt man den Bezugspunkt für den Startort bzw. den Impuls der Elektronen, so ändern sich die Gesetze nicht. Ein reduzierter Dreifachspalt entspricht einem Doppelspalt, ein reduzierter Vierfachspalt einem Dreifachspalt usw. Für die auftretenden Beugungserscheinungen sind nur die Impulsdifferenzen bzw. die Startortdifferenzen entscheidend. Bei einem Doppelspalt ist das einmal eine Impulsdifferenz von $2p_y$, bei einem Dreifachspalt zweimal die Differenz $2p_y$ und einmal die Differenz $4p_y$, bei einem Vierfachspalt dreimal die Differenz $2p_y$, zweimal die Differenz $4p_y$ und einmal die Differenz $6p_y$ usw. (s. Abb. 6.1). Solange diese Impulsdifferenzen eingehalten werden, ist es für das Ergebnis nicht wichtig, wie groß die Impulse absolut gesehen sind. Alternativ könnte man natürlich auch mit den entsprechenden Startortdifferenzen argumentieren. Die auftretenden Impulsdifferenzen können größer oder kleiner als null sein, je nachdem, welchen der beiden Impulse man als Bezugspunkt nimmt. Gleiches gilt für die Streckenangaben.

Liegen die einzelnen Impulse symmetrisch um einen Bezugspunkt verteilt, dessen Impuls- oder Startortwert Null ist, so können die e-Funktionen durch cos-Faktoren ersetzt werden, wie Beispiel zwei zeigt. Die cos-Faktoren liefern dann alle nötigen Impulsdifferenzen. Dabei ist zu beachten, dass gilt:

$$2 * \cos(w) = \cos(w) + \cos(-w).$$

Denn nur dann kann man alle benötigten Impuls- oder Startortdifferenzen ermitteln.

Die vielzitierte Nichtlokalität der Quantenmechanik entpuppt sich als Unsicherheit in der Angabe der Richtung und des Bezugspunktes der Impulse bei festgelegtem Ort oder als Unsicherheit der Angabe der Lage des Ortes bei festgelegtem Impuls. Man könnte auch wie folgt argumentieren: Steht der Beobachter links von der Symmetrieachse, so muss beim Doppelspalt das Elektron durch den rechten Spalt schneller sein als das durch den linken Spalt, wenn beide gleichzeitig beim Beobachter eintreffen sollen. Steht er rechts von der Symmetrieachse, so ist es umgekehrt. Die Richtung der Impulsdifferenz kehrt beim Überschreiten der Symmetrieachse ihr Vorzeichen um. Sollen beide Elektronen, wie in der klassischen Wellentheorie angenommen wird, gleich schnell sein und zur gleichen Zeit bei ihm ankommen, so ist eine exakte Startortangabe für den Beobachter überhaupt nicht mehr möglich, da die Elektronen dann bei gleichem Impuls in der gleichen Laufzeit unterschiedliche Strecken zurücklegen müssten. Auf die Folgerungen aus dieser Überlegung werde ich in Kapitel 7 näher eingehen. Für die quantenmechanische Beschreibung eines Systems müssen aber die Eigenwerte der Wirkung, also des Produktes aus Ort und Impuls oder Energie und Zeit, herangezogen werden. Die Wirkung aber ist ein Skalar, der aus den Vektoren des Impulses und des Weges ermittelt wird. Einem bestimmten Wert der Wirkung kann man nicht mehr ansehen, welche Richtung der Impulsvektor bzw. Ortsvektor hatte, der sie verursacht hat. Außerdem ist nicht mehr zu erkennen, ob der Impuls groß und der Weg klein gewesen ist oder umgekehrt. Daher kommt die quantenmechanische Beschreibung auch mit den zwei Amplituden

$$\exp(2\pi i(\mathbf{p} * \mathbf{r} - E * t)/h)$$

$$\exp(-2\pi i(\mathbf{p} * \mathbf{r} - E * t)/h)$$

für folgende vier physikalisch unterscheidbare Fälle aus:

1. Fall: Die Elektronen starten am Ort $+\mathbf{r}$ mit positivem Impuls.
2. Fall: Die Elektronen starten am Ort $-\mathbf{r}$ mit positivem Impuls.
3. Fall: Die Elektronen starten am Ort $+\mathbf{r}$ mit negativem Impuls.
4. Fall: Die Elektronen starten am Ort $-\mathbf{r}$ mit negativem Impuls.

Die Spur eines Teilchens erlaubt keine Aussage mehr darüber, ob es von rechts nach links oder von links nach rechts gelaufen ist. Außerdem lässt sich anhand der Spur nicht die Lage des Startortes rekonstruieren. Daher muss man bei der quantenmechanischen Beschreibung eines Systems eine Kombination beider möglichen Amplituden wählen. So gesehen ist die quantenmechanische Beschreibung unvollständig. Sie liefert nur einen Teilaspekt der physikalischen Realität. In ihrer Teilansicht ist sie natürlich vollständig. Es liegen keine verborge-

nen Parameter vor, jedoch gehen bei der rein quantenmechanischen Beschreibung eines Systems mit Hilfe der Wirkung Informationen verloren, die nur eine exakte Richtungsbeobachtung liefern kann. Außerdem gibt das Quadrat der Amplituden keine Auskunft mehr darüber, ob der Energieaustausch des Teilchens von der Umgebung zum Quantenobjekt oder umgekehrt verlaufen ist. Die Quantenmechanik beschreibt nur die beobachtbare Spur des Teilchens, nicht mehr und nicht weniger.

Lassen Sie mich die Überlegungen an einem Beispiel erläutern. Wirft man einen Ball schräg in Richtung Boden, so lässt sich mit Hilfe des Skalars Energie die Geschwindigkeit berechnen, mit der der Ball auf dem Boden auftrifft. Zerlegt man die Energie in ihre einzelnen Richtungsanteile, so kann man ferner vorhersagen, unter welchem Winkel der Ball den Boden berührt. Es ist jedoch grundsätzlich unmöglich, nur mit Hilfe der Energie eine Aussage darüber zu machen, ob sich der Ball nach rechts oder links bewegt. Kann man daraus folgern, der Ball führe eine nichtlokale Bewegung aus, d.h. er springe während des Falles ständig zwischen rechts und links hin und her? Offensichtlich muss man zur vollständigen Beschreibung der Bewegung noch den Impulserhaltungssatz heranziehen, der Aussagen über die Richtung der Bewegung beisteuert. Alternativ könnte man versuchen, den Ball definitiv irgendwo zu orten, z.B. dadurch, dass man ihn auf einen Gegenstand aufprallen lässt. Bei diesem Aufprall würden sich allerdings die einzelnen Richtungsanteile der Energie ändern. Somit entstünde eine neue Situation, die eine andere Beschreibung erforderlich machen würde.

Im Allgemeinen liefert die Quantenmechanik nur richtungs- und bezugspunktunabhängige Aussagen über die Realität. Was geschieht nun, wenn durch eine Messung die Richtung und der Bezugspunkt eindeutig festgelegt werden? Nehmen wir an, es ist durch den Standort des Beobachters eindeutig klar, ob beim reduzierten Dreifachspalt der zweite Spalt rechts oder links von der Symmetrieachse liegt. Damit wäre auch klar, welche Richtung die Impulse der Elektronen hätten, nämlich z.B. alle positive Richtung. Dann sähen die e-Anteile der quantenmechanischen Amplituden der Elektronen wie folgt aus:

linker Spalt:

$$A_1 = \exp(+i * 0) = 1$$

rechter Spalt:

$$A_2 = \exp(+i * 2w).$$

Im Summenausdruck darf nun nicht die konjugiert komplexe Größe berücksichtigt werden. Folglich ergibt sich:

$$S = \text{Re}((1 + \exp(+i * 2w))^2).$$

Bildet man den Realteil des Ausdruckes, so findet man:

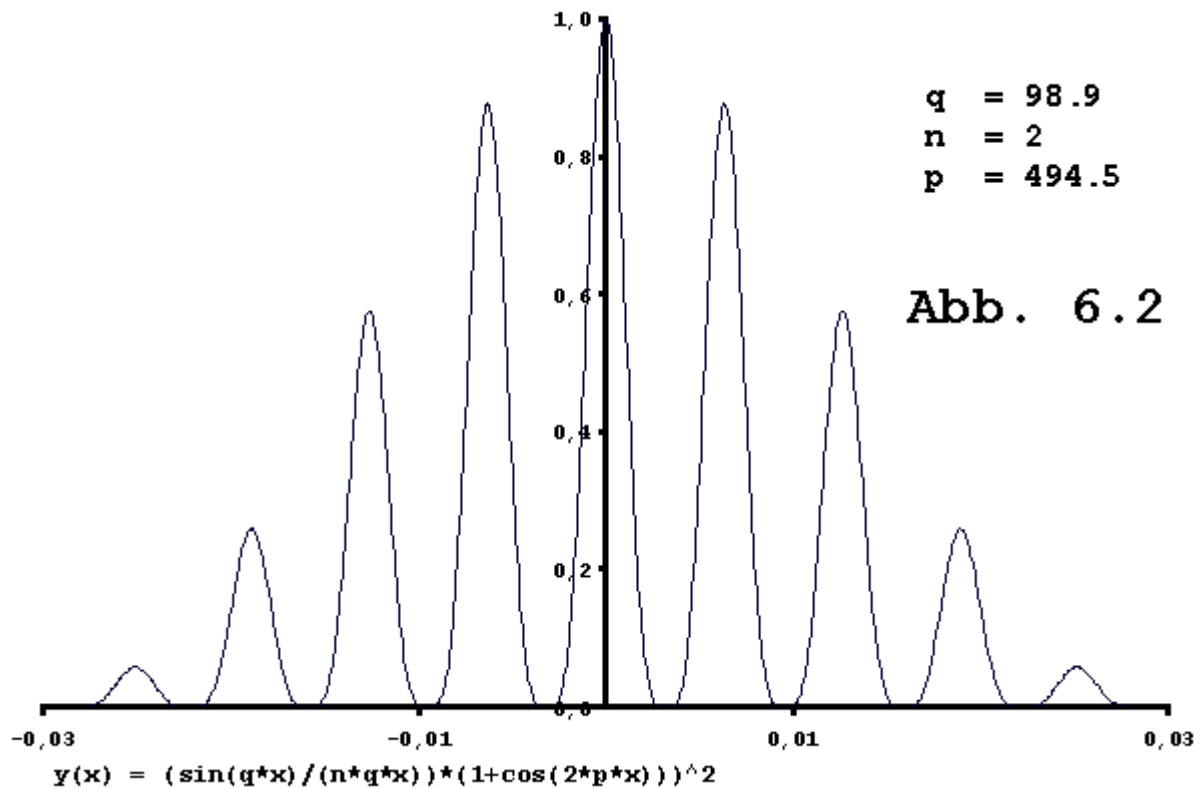
$$S = (1 + \cos(2w))^2 \quad (6.6).$$

Dabei ist es notwendig, Realteilbildung und Quadrierung zu vertauschen, da die Richtung der Impulse eindeutig feststeht. Anderenfalls enthielte S einen zusätzlichen Faktor mit einer in der Realität nicht vorhandenen Wirkungsdifferenz von $4w$. Das gleiche Ergebnis hätte man erzielt, wenn die zweite Amplitude ein negatives Vorzeichen besessen hätte. Abb. 6.2 zeigt die Intensitätskurve für einen solchen gerichteten Doppelspalt. Sie unterscheidet sich vom Interferenzmuster für einen ungerichteten Doppelspalt durch die stärker ausgeprägten Minima (s. Abb. 5.4). Ein solcher gerichteter Doppelspalt ließe sich realisieren, indem man beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen den Schirm parallel zum Spalt in positiver oder negativer Richtung mit der mittleren y -Geschwindigkeit der Elektronen bewegen würde. Sollte sich dabei die Abb. 6.2 bestätigen, so hätte das weitreichende Konsequenzen für das Verhältnis von Relativitätstheorie und Quantenmechanik. Das Relativitätsprinzip wäre dann in der Quantenmechanik nur solange gültig, solange man nur die Impulsdifferenzen der beteiligten Teilchen betrachtet und vor der eigentlichen Messung den Bezugspunkt und die Richtung der Impulse als nicht bekannt voraussetzt. Ansonsten wäre das Beugungsbild etwa gemäß Abb. 6.2 bzw. Abb. 5.4 vom gewählten Inertialsystem abhängig. Nach meinen Überlegungen wäre dieses Ergebnis allerdings keineswegs überraschend. Denn einerseits soll ja die Information zum Aufbau der Beugungsmuster in den Impulsen bzw. Startorten der Elektronen oder Photonen stecken. Andererseits aber sind der Impuls und der Weg Größen, deren Absolutwert vom gewählten Bezugssystem abhängt. Ähnliche Überlegungen haben übrigens A.Suarez und V.Scarani für den Versuch von Alain Aspect zum EPR-Paradoxon angestellt und einen Versuch vorgeschlagen, diese Vermutungen zu überprüfen.¹⁾ Auch die Ergebnisse anderer physikalischer Theorien legen inzwischen die Vermutung nahe, dass die Lorentzinvarianz unter gewissen Umständen verletzt ist und dass Überlichtgeschwindigkeiten auftreten können. Hier sind vor allem die Stringtheorie und die Quantengravitationstheorie zu nennen.²⁾

Sollten sich diese Überlegungen im Versuch als richtig erweisen, so hätte das zum Teil sehr kuriose Folgen, wie ich an einem anschaulichen Beispiel erläutern möchte. Angenommen, sie befinden sich in einem fahrenden LKW. In der Mitte des LKWs werden zwei gleichschwere Kugeln mit gleicher Geschwindigkeit relativ zum LKW in entgegengesetzte Richtungen abgeschossen. Fährt der LKW mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiter, so treffen die Kugeln mit der gleichen Geschwindigkeit auf der Vorder- bzw. Rückseite des LKWs auf. Dort hinterlassen sie die gleiche Wirkung, da sie relativ zum LKW gleiche Impulse besitzen. In einem zweiten Versuch beschleunige der LKW für kurze Zeit, nachdem die Kugeln abgeschossen wurden. Dabei soll die Beschleunigungszeit kürzer sein als die Flugzeit der Kugeln. Treffen die beiden Kugeln auf ihre Wände auf, so hinterlassen sie unterschiedliche Wirkungen auf ihnen, da sich ihre Geschwindigkeiten relativ zum LKW geändert haben. Dabei unterscheiden sich ihre Wirkungen aus dem gleichen Grund aber auch von denen im ersten Versuch. Es scheint so, als wüssten die Kugeln voneinander, als hätten sie sich gewissermaßen untereinander verständigt. In Wirklichkeit beruht ihre Kopplung nur auf der Tatsache, dass sich für beide während der Flugzeit das Bezugssystem in gleicher Weise geändert hat. Nun kann man argumentieren, mit Photonen kann so etwas nicht passieren, da sie aufgrund des Ergebnisses des Fizeauschen Mitführungsexperimentes von 1851 in allen Bezugssystemen die gleiche Geschwindigkeit und damit den gleichen Impuls besitzen. Aber lassen wir den Versuch entscheiden. Vielleicht ist das Fizeausche Experiment auch nur so ausgefallen, wie es ausgefallen ist, weil sich die Photonengeschwindigkeiten in einem kontinuierlichen Lichtstrahl gleichmäßig über einen größeren Geschwindigkeitsbereich verteilen (vgl. Kapitel 8).

Dass der Impuls bei miteinander verschränkten Photonen jedenfalls eine entscheidende Rolle spielt, haben österreichische und amerikanische Wissenschaftler bereits 1994 experimentell bewiesen.³⁾

6.4 Graphiken



7 Gedanken zur Nichtlokalität und nichtlokalen Kausalität

7.1 Verschiedene Theorien

Wie ich in Kapitel 6 bereits ausgeführt habe, ist die Nichtlokalität der Quantenmechanik eng verknüpft mit der Tatsache, dass bei der quantenmechanischen Beschreibung eines Systems mit Hilfe der Eigenwerte der Wirkung die Richtungsinformation des Impulses bzw. des Ortes verloren geht. In diesem Kapitel widme ich mich nun einer weiteren typischen quantenmechanischen Erscheinung, der nichtlokalen Kausalität. Wie ich im Folgenden zeigen werde, folgt sie aus der in Kapitel 6 erörterten Notwendigkeit, dass Elektronen und vor allem auch Photonen statistisch verteilte Geschwindigkeiten besitzen müssen, um das Beugungsmuster aufbauen zu können. Einige Photonen müssen folglich schneller als c sein, andere langsamer (vgl. Kapitel 8). Sind solche Photonen an kausalen Informationsübertragungen beteiligt, so scheinen manche Vorgänge in der Zeit rückwärts zu laufen oder nichtlokal zu sein. Um diese merkwürdigen Effekte zu deuten, wurden verschiedene Theorien entwickelt, u.a. die Vielweltentheorie von Everett, die Transaktionstheorie von Cramer und die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie von Born und Bohr.^{1),2),3)} Dabei gehört die Vielweltentheorie sicherlich zu den interessantesten, auch wenn sie eine Menge metaphysischen Ballast mit sich herumschleppt. Nach dieser Theorie existieren viele verschiedene Welten nebeneinander, wobei durch den Akt der Beobachtung eine der vielen möglichen Realitäten als "reale" Geschichte ausgewählt wird. Der Beobachter erzeugt somit die wahre Realität, eine Tatsache, die auch in der Kopenhagener Deutung eine Rolle spielt, denn auch nach ihr beeinflusst der Beobachter durch den Beobachtungsvorgang das, was er beobachtet.⁴⁾ Mir scheint eine Art Umkehrung der Vielweltentheorie wesentlich einleuchtender. Es gibt nur eine Realität, nur erscheint sie verschiedenen Beobachtern aufgrund ihres Beobachtungsortes und ihres Beobachtungswerkzeuges unterschiedlich. Die Zusammenhänge versuche ich zunächst an einem Gedankenexperiment klarzumachen. Dabei bleibt natürlich die Frage erlaubt, inwieweit sich die Ergebnisse dieses Analogexperimentes auf die Quantentheorie übertragen lassen. Zumindest wird deutlich, dass sich Probleme wie Nichtlokalität und nichtlokale Kausalität ergeben, wenn ein Beobachter Ereignisse registriert, die Informationen austauschen mit einer Geschwindigkeit, die größer als seine Beobachtungsgeschwindigkeit ist.

7.2 Anschauliches Gedankenexperiment

Am Ort x_1 (s. Abb.7.1) werden zu einer bestimmten Zeit gleichzeitig ein rotes Lichtsignal und ein tiefer Ton ausgesendet. Beide breiten sich in alle Richtungen aus. Erreicht das Lichtsignal den Ort x_2 , so wird dort ein gleichartiges Ereignis ausgelöst nur mit blauem Licht und einem hohen Ton. Vom Ort x_2 breiten sich ebenfalls eine Schallwelle und eine Lichtwelle in alle Richtungen aus. Am Ort B_2 befinden sich zwei Beobachter, einer der beiden ist blind, der andere taub. Der blinde Beobachter weiß nicht, dass Licht existiert. Er geht davon aus, dass Signale nur mit Schallgeschwindigkeit übermittelt werden können. Wie stellt sich für beide Beobachter die kausale Abfolge der Ereignisse dar? Sie sind sich darin einig, dass die Wirkung der Ursache zeitlich folgen muss. Wenn Ereignis 1 die Ursache von Ereignis 2 sein soll, was ja offensichtlich der Realität entspricht, so muss, wenn beide Beobachter den Ablauf kausal richtig deuten wollen, die Information über Ereignis 1 beide Beobachter eher erreichen als die Information über Ereignis 2, d.h. $\Delta t = t_2 - t_1$ sollte stets positiv sein.

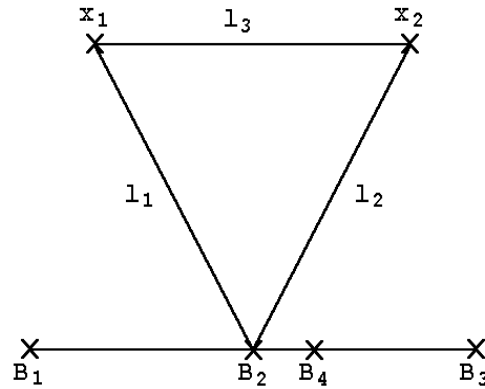


Abb. 7.1

Darin ist t_1 die Zeit, zu der die Information über Ereignis 1 beim Beobachter eintrifft, t_2 entsprechend die Zeit für Ereignis 2. Diese Bedingung ist für den sehenden Beobachter unabhängig von seinem Standort stets erfüllt, für den hörenden dagegen keineswegs, wie ich im Folgenden zeigen werde. Es gilt:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{l_2}{c} + \frac{l_3}{c'} - \frac{l_1}{c} \quad (7.1) .$$

Darin ist c die Geschwindigkeit, mit der die Information über die Ereignisse zum Beobachter gelangt, c' die Geschwindigkeit, mit der die Information zwischen den beiden Orten x_1 und x_2 übertragen wird. Für $c' \leq c$ ist Δt stets positiv, da nach den Gesetzen der Geometrie $l_2 + l_3 > l_1$ in jedem Falle gilt, es sei denn x_1, x_2 und B_2 liegen in dieser Reihenfolge von links nach rechts auf einer Geraden. In diesem Falle kann $\Delta t = 0$ werden, dann nämlich wenn $c' = c$ ist. Der sehende Beobachter kann dann die zeitliche Abfolge der Ereignisse nicht mehr feststellen. Ein kleiner Ortswechsel lässt ihn jedoch bei einer Wiederholung des Experimentes den wahren Zusammenhang sofort erkennen. An allen anderen Orten registriert er von vorneherein eindeutig die richtige Aufeinanderfolge der Ereignisse und damit die korrekte kausale Abfolge. Völlig anders liegen die Verhältnisse, wenn $c' > c$ ist, also für den nur hörenden Beobachter. Für ihn kann je nach Geschwindigkeit c' oder Beobachtungsort B_2 $\Delta t < 0$ werden, d.h. für den blinden Beobachter kann sich die zeitliche Zuordnung der Ereignisse scheinbar umkehren, dann nämlich, wenn bei festem B_2

$$c' > \frac{l_3 * c}{(l_1 - l_2)} \quad (7.2)$$

ist. Im Grenzfall $\Delta t = 0$ gilt:

$$\Delta t = 0 = \frac{l_2}{c} + \frac{l_3}{c'} - \frac{l_1}{c} \quad (7.3) .$$

Löst man diese Gleichung nach c' auf, so findet man

$$c' = \frac{l_3 * c}{(l_1 - l_2)} \quad (7.4)$$

Eine Umkehr der zeitlichen Abfolge kann aber auch eintreten, wenn sich bei festem c und c' die Lage von B_2 ändert und damit die Länge der Strecken l_1 , l_2 und l_3 . Zwei Fälle sind möglich:

1) Ist $l_1 \leq l_2$, so ist nach Gleichung (7.1) für beide Beobachter stets $\Delta t > 0$, unabhängig von c und c' , d.h. beide stellen die korrekte zeitliche Abfolge der Ereignisse fest. Außerdem würde sonst nach Gleichung (7.2) c' negativ werden, was physikalisch nicht möglich ist.

2) Für $l_1 > l_2$ kann Δt negativ werden, wenn

$$l_1 > l_2 + \frac{c * l_3}{c'} \quad (7.5)$$

ist. Eine solche Änderung der Längenverhältnisse zwischen l_1 , l_2 und l_3 findet statt, wenn ein Beobachter die Linie B_1B_3 entlang läuft. Wandert der blinde Beobachter entlang der Beobachtungslinie von B_1 über B_2 nach B_3 , während sich die Ereignisse an den Orten x_1 und x_2 ständig wiederholen, so wird er zunächst die korrekte zeitliche Abfolge der Ereignisse registrieren, unabhängig von c und c' , da $l_1 \leq l_2$ gilt. Irgendwann erreicht er einen Punkt B_4 , ab dem die Zeitdifferenz $\Delta t \leq 0$ wird, d.h. die zeitliche Abfolge erscheint ihm umgekehrt. Nimmt er an, dass c' maximal gleich c sein kann, dass also die Ereignisse nur Informationen mit der Geschwindigkeit austauschen können, mit der er Informationen über die Geschehnisse sammeln kann, so kann er sich die Umkehrung der zeitlichen Abfolge nur dadurch erklären, dass er annimmt, ab Punkt B_4 sei die zeitliche Abfolge von x_2 und x_1 tatsächlich vertauscht worden oder aber beide Ereignisse hätten einen örtlichen Wechsel vorgenommen. Um also die kausale Abhängigkeit der Ereignisse zu retten, bleibt ihm nur die Folgerung, dass die Wiederholung der Ereignisse x_1 und x_2 nicht an festen Orten stattgefunden hat, die Geschehnisse also nicht genau lokalisierbar sind. Alternativ kann er schließen, dass die Wirkung manchmal der Ursache vorausgehen kann und damit die Zeit rückwärts abläuft. Diese scheinbare Umkehrung der zeitlichen Abfolge kann aber auch dann eintreten, wenn er selbst ruht und eines der Ereignisse sich bewegt. Insgesamt wird folglich der sehende Beobachter die beiden Ereignisse als streng kausal determiniert bezeichnen, der hörende Beobachter dagegen als lediglich in irgendeiner Weise korreliert. Die Position und Geschwindigkeit eines Flugzeuges, das mit Überschallgeschwindigkeit fliegt, lässt sich nicht mit Schallsignalen, sondern nur mit Lichtsignalen eindeutig bestimmen.

7.3 Übertragung auf die Quantenmechanik

Was hat das alles mit der Quantenphysik zu tun? Vergleiche hinken bekanntlich immer. Sind jedoch die Überlegungen aus Kapitel sechs richtig, so steht eindeutig fest, dass es Photonen gibt, die sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen. Wir befänden uns diesen Photonen gegenüber in der Rolle des blinden Beobachters, da wir Informationen über Ereignisse nur mit einer Reihe von Photonen, also im Mittel mit Lichtgeschwindigkeit sammeln können. Am Ort x_1 sendet einer der beteiligten Quantenpartner ein Lichtsignal aus. Ein mit mehr als Lichtgeschwindigkeit fliegendes, sehr schnelles Photon dieses Signals löst mit einer zeitlichen

Verzögerung, die kleiner als l_3/c ist, beim zweiten Quantenpartner am Ort x_2 ebenfalls ein Lichtsignal aus. Befindet sich der Beobachter am Ort B_4 , so registriert er beide Lichtsignale gleichzeitig. Dabei liegt je nach der Geschwindigkeit c' sein Standpunkt symmetrisch zu x_1 und x_2 oder etwas seitlich versetzt gegen x_2 hin. Befindet er sich links von B_4 , so erreicht ihn Signal 1 vor Signal 2, befindet er sich rechts von B_4 , so ist es umgekehrt. Außerdem wird die Sachlage noch dadurch erschwert, dass Photonen statistisch verteilte Geschwindigkeiten aufweisen. Damit ist das Photon, das die Information zwischen den beiden Ereignissen an den Orten x_1 und x_2 vermittelt, mal schneller als c , mal langsamer. In jedem Falle kann der Beobachter feststellen, dass zwischen beiden Ereignissen ein Zusammenhang besteht, nicht jedoch eindeutig, welcher Quantenpartner für die Ursache und welcher für die Wirkung verantwortlich zeichnet.

Sollte der Ort der scheinbaren zeitlichen Umkehr der Ereignisse bei gleicher Geschwindigkeit der Photonen nicht genau symmetrisch zu x_1 und x_2 liegen, so ließe sich aus der Verschiebung des Ortes B_4 zu x_2 hin sogar ihre Geschwindigkeit c' ermitteln. Ein solcher Versuch dürfte jedoch nur sehr schwer durchzuführen sein, da er eine unglaubliche Präzision erfordern würde.

Abschließend möchte ich noch mal anmerken, dass natürlich die Frage erlaubt bleibt, ob die Überlegungen des Gedankenexperimentes direkt auf die Quantenmechanik übertragen werden können. Verblüffend ist es allerdings, dass in dem Analogexperiment, das auf gesicherten physikalischen Füßen steht, ähnliche Erscheinungen auftreten wie in der Quantenmechanik. So gesehen ist das Gedankenexperiment zumindest eine Denkhilfe, sich den unanschaulichen Überlegungen der Quantenmechanik zu nähern.

Zum Schluss bleibt noch festzustellen, dass nichtlokal kausale Effekte nach meinen Überlegungen nur auftreten können, wenn die benötigten Informationen mit einzelnen Photonen übermittelt werden können. Komplexe Informationen erfordern jedoch zu ihrer Übertragung einen ganzen Schwarm Photonen, die sich im Mittel nur mit c bewegen können. Daher können solche Signale nicht mit Überlichtgeschwindigkeit gesendet werden.

7.4 Teleportation

Ein viel diskutiertes Problem der Quantenmechanik ist die sogenannte Teleportation. In einer aufwändigen Apparatur werden zwei identische Photonen erzeugt und anschließend räumlich getrennt, wobei sie auf ihrem Weg in keiner Weise mit ihrer Umgebung wechselwirken dürfen. An ihren neuen Bestimmungsorten reagieren sie mit einem anderen Photon. Kennt man das Ergebnis dieser Wechselwirkung für eines der beiden ursprünglichen Photonen, so kann man das Verhalten des zweiten an seinem neuen Aufenthaltsort vorhersagen. Auf diese Weise kann man Informationen von einem Ort zum anderen übertragen, ohne dass beide Photonen nachträglich Informationen untereinander austauschen können. Man spricht von Teleportation. Wenn eines der beiden Photonen auf seinem Weg mit der Umgebung eine Wechselwirkung eingegangen ist, in dem z.B. sein Spin bestimmt wird, so kann man sein Verhalten an seinem neuen Bestimmungsort nicht mehr eindeutig aus dem Verhalten des ersten Photons vorhersagen. Man kann mit diesem Verfahren verschlüsselte Nachrichten abhörsicher übertragen. Hört jemand sie auf ihrem Weg ab, so kann der Empfänger das sofort am geänderten Verhalten des zweiten Photons erkennen. Nur frage ich mich, wo liegt hier ein Geheimnis vor? Ein Beispiel aus der Biologie möge die Überlegungen verdeutlichen. Wenn zwei identische Samenkörner, in denen die gleiche Erbinformation gespeichert ist, räumlich voneinander getrennt werden ohne dabei irgendwelchen Umwelteinflüssen

ausgesetzt zu sein und dann an ihren neuen Orten unter gleichen Umwelteinflüssen keimen, so erwartet jeder Biologe, dass sie eine gleichartige Pflanze hervorbringen. Gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen bei gleichen Randbedingungen. Nur unter dieser Prämisse sind naturwissenschaftliche Vorhersagen überhaupt möglich. Offensichtlich gilt dieses Prinzip auch für Quantenobjekte. Nur wann unterliegen zwei identische Photonen oder Samenkörner im Laufe ihres Lebens in jeder Phase wirklich gleichen Umweltbedingungen? Die Wahrscheinlichkeit dafür ist sehr gering. Nur im Labor lässt sich diese Bedingung simulieren.

8 Photonen

In den bisherigen Kapiteln war stets von Elektronen die Rede. Jetzt möchte ich der Frage nachgehen, ob sich die Überlegungen auch auf Photonen übertragen lassen und welche Konsequenzen sich daraus ergeben.

Die Betrachtungen zur Beugung der Elektronen an Doppelspalt und Gitter legen eine Periode der quantenmechanischen Amplitude von π nahe (vgl. Gleichung 4.3 und 4.4 Kapitel 4), so dass gilt:

$$2\pi(\mathbf{p} * \mathbf{r} - E * t)/h = n * \pi.$$

An Orten, an denen die Elektronen eindeutig lokalisiert werden können, gilt somit:

$$2(\mathbf{p} * \mathbf{r} - E * t) = h \quad (8.1)$$

oder im zeitlich stationären Fall mit $t = 0$:

$$2 * \mathbf{p} * \mathbf{r} = h.$$

Ist die Zeit t variabel und bezieht man Formel 8.1 auf einen festen Ort $\mathbf{r} = 0$, so vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$2 * E * t = h.$$

Diese Formel ist der Schlüssel zum Verständnis der Photonen. Die Energieschwankungen in elektromagnetischen Wellenfeldern sind meiner Meinung nach für das Entstehen der Photonen verantwortlich. Die einzelnen Wellenzüge interferieren in Raum und Zeit. Dabei kann es passieren, dass die Schwankungen sich an einem Weltpunkt so weit aufschaukeln, dass innerhalb einer halben Periode T eine so große Energie angehäuft wird, dass ihr Wirkungs-austausch mit der Umgebung das Plancksche Wirkungsquantum übersteigt. Dann werden an diesem Raumpunkt die elektromagnetischen Energieschwankungen als Photon sichtbar. In der nächsten halben Periode hat der Wirkungs-austausch sein Vorzeichen bereits umgekehrt. Daher muss die notwendige Überlagerung der Wellenzüge nach einer halben Periode abgeschlossen sein. Solche Photonen können sich, wenn sie an der Oberfläche eines Körpers, z. B. einer Antenne auftreten, wie Wassertropfen aus einer Wasseroberfläche von der Materie lösen und als selbständige Gebilde im Raum umherschwirren. Genauso gut können sie auch wieder zerfließen und an anderen Weltpunkten wieder zum Vorschein kommen. Ihre Energie muss gemäß den Eingangsüberlegungen mindestens so groß sein, dass gilt:

$$2 * E * T/2 = h$$

oder

$$E = h * f,$$

da

$$f = 1/T$$

mit f als Frequenz der elektromagnetischen Welle und T als Periodendauer. Da violettes Licht eine höhere Frequenz f und folglich eine kleinere Periodendauer T als rotes Licht besitzt, muss die Energie der Photonen des violetten Lichtes größer sein als die der Lichtteilchen des roten Lichtes, um die Schranke h zu erreichen. Dafür enthält ein elektromagnetisches Wechselfeld gleicher Intensität bei violettem Licht weniger Photonen als bei rotem Licht.

Bei ihrem Flug durch den Raum können die Lichtteilchen analog zu den Elektronen nur an bestimmten Orten eindeutig registriert werden. Diese wellenartige Verteilung der Nachweisorte könnte dadurch zustande kommen, dass sie nur an solchen Orten genügend Energie mit der Umgebung, etwa Elektronen, austauschen können, an denen das elektrische Feld genügend groß ist, denn nur elektrische Felder können Elektronen beschleunigen. Da sich aber die elektrischen und magnetischen Felder in den Photonen periodisch ändern, breiten sich die Nachweisorte entlang der Bewegungslinie des Photons wellenartig im Raum aus. Daraus ergibt sich eine weitere sehr interessante Folgerung. Die elektrischen und magnetischen Felder sind nicht kontinuierlich im Raum verteilt, sondern in den Photonen gebündelt und pflanzen sich mit diesen portionsweise, also gequantelt fort. Daher benötigen die "EM-Wellen" keinen Wellenträger. Treffen sie auf einen materiellen Körper, so übertragen sie stoßweise Energie auf die Elektronen der Materie. Sie zerfließen in einzelne Elementarwellen, die sich überlagern. Diese Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie habe ich im Skript Fotoeffekt auf dieser Webseite anhand eines Simulationsexperimentes eingehender untersucht.

Die Elektronen, die durch die Nebenspalte gelaufen sind, müssen in y -Richtung eine größere Geschwindigkeit besitzen als die, die durch den mittleren Spalt gegangen sind, um das Hauptmaximum in der gleichen Flugzeit erreichen zu können. Eine ähnliche Überlegung gilt auch für die Nebenmaxima. Damit das möglich ist, müssen die Elektronen in jede Raumrichtung statistisch verteilte Geschwindigkeiten besitzen oder bei der Beugung in den Spalten erhalten. Überträgt man diese Überlegungen auf Photonen, so folgt, dass die Photonen ebenfalls Geschwindigkeiten besitzen müssen, die statistischen Gesetzmäßigkeiten unterliegen. Einzelne müssen schneller als c sein, andere langsamer. Auf die interessanten Folgerungen, die sich daraus für die Kausalität miteinander verknüpfter Ereignisse ergeben, bin ich bereits in Kapitel 7 eingegangen.

Im Übrigen treten auch nach dem klassischen Wellenbild zwei Geschwindigkeiten auf, wenn sich mehrere Wellenzüge überlagern und zwar die Phasengeschwindigkeit c und die Gruppengeschwindigkeit v . Die Phasengeschwindigkeit entspricht nach meinen Überlegungen der mittleren Geschwindigkeit des Photonenschwarms, also c . Nur mit ihr können sowohl nach der Wellentheorie als auch nach meiner statistischen Deutung komplexe Informationen übertragen werden. Nach der Wellentheorie stecken wesentliche Teile der Information in der Phase der Welle. Ebenso enthält nach meinen Überlegungen der gesamte Schwarm mehr Informationen als ein einzelnes Photon. Die Gruppengeschwindigkeit ist nach der Wellentheorie die Geschwindigkeit, mit der sich einzelne Superpositionsmaxima ausbreiten, also die Geschwindigkeit der Stellen, an denen nach meinen Vorstellungen die einzelnen Photo-

nen zum Vorschein kommen sollen. Sie entspräche damit der Geschwindigkeit einzelner Photonen. Sie kann aber auch nach der Wellentheorie größer oder kleiner als die Phasengeschwindigkeit sein und damit eine statistische Verteilung besitzen.

Es ließen sich durchaus noch weitere Überlegungen über die Photonen anstellen, aber sie wären alle rein spekulativ. Auf einen Punkt möchte ich jedoch hinweisen. Entstehen aus einem Photon in einem Konverter zwei Photonen, so sind die Energien und damit die Impulse und die Geschwindigkeiten dieser Photonen nicht exakt gleich, sondern weisen eine Schwankungsbreite auf. Außerdem ist es unwahrscheinlich, dass die Photonenpaare alle am gleichen Ort entstehen. Die statistische Verteilung der Impulse und Entstehungsorte der Photonen liefert auch den entscheidenden Schlüssel, um einige neuere Experimente mit Photonen zu deuten,^{1,2)} wovon Sie sich, liebe Leserin, lieber Leser selbst überzeugen können, wenn Sie mir bis hierher aufmerksam gefolgt sind. Durch ähnliche Überlegungen konnte P. Dobrinski jedenfalls die Vorgänge beim Aharonov-Bohm-Effekt auf verblüffend einfache Art und Weise veranschaulichen.³⁾

9 Quantenmechanik und Wirklichkeit

Nach so viel Physik möchte ich zum Schluss noch ein paar Überlegungen über das Verhältnis Quantenmechanik und Wirklichkeit anstellen. Die wesentlichen Gesichtspunkte kann man am klarsten am klassischen Beispiel "Schrödingers Katze" verdeutlichen.

Vielfach liest man die Behauptung, nach den Gesetzen der Quantenmechanik befinde sich die Katze in einem undefinierbaren Schwebезustand zwischen Himmel und Erde. Sie sei also zugleich tot und lebendig. Meiner Meinung nach ist sie jedoch nicht weder tot noch lebendig sondern entweder tot oder lebendig. Nur kann man, solange man nicht nachschaut, nicht eindeutig sagen, ob sie sich des Lebens erfreut oder schon in den ewigen Jagdgründen weilt, da die nötigen Rückmeldungen aus der Kiste fehlen, um das zu entscheiden. Und die kann ich mir nur besorgen, indem ich die Kiste öffne. Aber auch die Aussage 'Die Wahrscheinlichkeit, die Katze tot bzw. lebendig vorzufinden, betrage jeweils 50%' ist nutzlos. Denn sie ließe sich in keiner Weise überprüfen, da die Katze beim Öffnen der Kiste hundertprozentig entweder tot oder lebendig ist.¹⁾

Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn ich hundert Kisten mit Katzen betrachte. Dann wird aus der Möglichkeitsaussage der Quantenmechanik eine innerhalb gewisser Fehlergrenzen nachprüfbarere Wahrscheinlichkeitsaussage. Denn nun kann man eindeutig vorhersagen, dass nach einer Halbwertszeit aufgrund des radioaktiven Zerfalls des Präparates 50% der Katzen in den Kisten gestorben sein werden und 50% noch leben werden. Welche Katze jedoch noch lebt und welche nicht mehr, darüber müssen die Quantenmechaniker schweigen.

Erschwerend kommt noch folgender Umstand hinzu: Nach dem Öffnen einer Kiste besteht für die restlichen 99 Kisten keine 50:50 Verteilung mehr. Sonst müsste eine der Katzen wiederum gleichzeitig tot und lebendig sein. Das Öffnen der Kiste hat die Voraussetzungen der quantenmechanischen Beschreibung verändert. Es müsste eine neue Rechnung angestellt werden. Überspitzt formuliert erzeugt man dadurch, dass man alle Kisten nacheinander öffnet, eine Art Wahrscheinlichkeitsschwingung mit wachsender Amplitude, da die Wahrscheinlichkeitsverteilung für tot bzw. lebendig immer stärker um 50% schwankt. Würde ein zweiter Beobachter die Kisten in einer anderen Reihenfolge öffnen, so würde er im Endeffekt die gleiche Verteilung erhalten, sofern die gesamte Öffnungszeit für alle Kisten kurz ist im Vergleich zur Halbwertszeit. Mit ziemlicher Sicherheit würde er aber einen anderen Verlauf der Wahrscheinlichkeitsschwingung finden. Seine Sichtweise der Realität stimmt also in den Einzelheiten nicht mit der des ersten Beobachters überein.

An diesem Beispiel kann man folgende allgemeine Aussagen über das Verhältnis der Quantenmechanik zur Wirklichkeit erkennen:

Quantenmechanische Aussagen sind bezogen auf Einzelereignisse nur Möglichkeitsaussagen und daher unbestimmt, auch wenn die Realität dahinter meiner Meinung nach eindeutig bestimmt ist. Sie machen also nur im statistischen Kontext einen Sinn, denn für die Gesamtheit der Einzelereignisse ergeben sich aus der Quantenmechanik durchaus nachprüfbarere Aussagen. Um aber über die Gesamtheit der Quantenobjekte eine vernünftige statistische Aussage machen zu können, muss man für jedes Einzelereignis stets zwei sich gegenseitig ausschließende Möglichkeiten offen halten. Führt man für ein Einzelereignis einen Beobachtungsakt durch, um eine der beiden Möglichkeiten auf ihren Wahrheitsgehalt zu überprüfen, so wird dadurch eine neue Situation geschaffen, die eine andere quantenmechanische Be-

schreibung erforderlich macht, da damit von beiden möglichen Zuständen einer eindeutig zur Gewissheit wurde. So gesehen sind die statistischen Aussagen der Quantenmechanik nur von einem Messprozess bis zum nächsten gültig. Nach jedem Messvorgang beginnt das Spiel gewissermaßen von neuem.

Diese Aussagen lassen sich problemlos auf die Überlegungen zur Beugung am Doppelspalt übertragen. Die Wirkungswellen, die das Verhalten der Elektronen und Photonen beschreiben, legen die Orte fest, an denen die Elektronen und Photonen nachgewiesen werden können. Dabei bleibt offen, ob ein einzelnes Quantenobjekt nach rechts oder nach links durch den Raum bzw. durch den rechten oder linken Spalt gelaufen ist. Um eine Aussage über die Gesamtheit der Elektronen und Photonen machen zu können, muss man jedoch bei der Beschreibung für jedes einzelne Quantenobjekt beide Möglichkeiten offen halten.

Angenommen, ein Elektron soll im Doppelspaltversuch von einem Ort A vor dem Spalt an einen Ort B hinter dem Spalt fliegen. Beide Orte sollen der Einfachheit halber auf der Mittellinie liegen, wobei nach den Überlegungen in Kapitel 6 diese Annahme keine Einschränkung darstellt. Das Elektron hat genau zwei Möglichkeiten, den Ort B zu erreichen:

- 1) Zunächst biegt es nach rechts ab in Richtung von sagen wir Spalt 2. In Spalt 2 muss es sich dann nach links halten.
- 2) Zuerst biegt es nach links ab in Richtung von sagen wir Spalt 1. In Spalt 1 muss es sich dann nach rechts halten.

Wie würde nun die quantenmechanische Beschreibung in beiden Fällen lauten (s. Kapitel 6):

1. Fall:

$$\exp(+i * w) * \exp(-i * w) = \exp(0) = 1$$

2. Fall:

$$\exp(-i * w) * \exp(+i * w) = \exp(0) = 1$$

Im normierten Zustand müsste man vor jeder e-Funktion noch den Faktor $1/\sqrt{2}$ berücksichtigen, sodass man als Ergebnis dann jeweils $1/2$ erhalten würde. Für beide Fälle ist die quantenmechanische Beschreibung jedenfalls exakt gleich, obwohl die dahinterstehende physikalische Realität alles andere als gleich ist. Nur frage ich mich, wieso die Quantenmechaniker sich dann wundern, dass ihre Aussagen nichtlokal sind. Sie sind es doch schon vom Ansatz her. Denn in den obigen Ansätzen spielte die Lage der Spalte, also der Ort offensichtlich überhaupt keine Rolle, da die Wahrscheinlichkeitsaussage völlig unabhängig vom Wert w ist. Es wurde nur die jeweilige Richtung berücksichtigt. Aber kann man daraus folgern, ein einzelnes Elektron würde einen nichtlokalen Weg beschreiten und beide Wege zugleich einschlagen? Natürlich nicht, denn diese Überlegung macht nur im statistischen Kontext einen Sinn, d.h. führt man den Versuch mit vielen Elektronen durch, so beschreiten 50% der Elektronen den ersten Weg und 50% den zweiten Weg.

Und noch etwas kommt hinzu. Weist man die Elektronen oder Photonen hinter einem Spalt eindeutig nach, so müsste man ab diesem Zeitpunkt eine neue quantenmechanische Berechnung anstellen, da ab dann der Startort bzw. die Richtung dieser Quantenobjekte neu eingestellt würde. Denn durch den Streuprozess beim Messvorgang kann aus einem nach

rechts laufenden Elektron oder Photon ein nach links laufendes werden und umgekehrt. Jedes nachgewiesene Quantenobjekt hat ab da wieder zwei neue Möglichkeiten.

Zum Schluss möchte ich die Überlegungen an einem klassischen Beispiel aus der Statistik verdeutlichen. Um das Verhalten eines Würfels bei einem Würfelspiel mit vielen einzelnen Würfeln zu beschreiben, nimmt man für jede der sechs möglichen Zahlen eine gleich große Wahrscheinlichkeit an. Damit ergibt sich für jede von ihnen eine Wahrscheinlichkeit von $1/6$, denn in der Summe über alle Zahlen muss die Wahrscheinlichkeit 1 ergeben, da bei jedem Wurf eine der sechs Zahlen mit Sicherheit angezeigt wird. Niemand käme jedoch auf die Idee, daraus zu folgern, dass ein Würfel bei einem Wurf jede der sechs Zahlen gleichzeitig zu je einem Sechstel anzeigen könnte. Und solange man nicht unter den Würfelbecher schaut, kann man auch nicht sagen, welche der sechs Möglichkeiten denn nun Wirklichkeit geworden ist. Quantenmechanisch müsste man das Spiel außerdem mit mindestens zwei unterscheidbaren Würfeln gleichzeitig betreiben, da nur dann gewährleistet wäre, dass die Würfel miteinander interferieren können. Um zu errechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Zahlenkombination dabei erwürfelt werden kann, muss man die Einzelwahrscheinlichkeiten für jeden der beiden Würfel miteinander multiplizieren. Sie beträgt beim Würfelspiel also

$$\frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{1}{36},$$

denn nun sind immerhin 36 Kombinationen möglich. Sind für jeden der beiden Würfel zwei mögliche Zahlen erwünscht, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine der vier gesuchten Zahlenkombinationen zu erwürfeln,

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) * \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{4}{36}.$$

Ist die zu erwürfeln Zahlenkombination völlig beliebig, so gilt für die gesamte Wahrscheinlichkeit

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) * \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 1,$$

denn irgendeine Zahlenkombination wird mit Sicherheit angezeigt.

Diese Vorgehensweise erinnert mich jedenfalls sehr an die Feynmansche Methode, die gesamte quantenmechanische Aufenthaltswahrscheinlichkeit zu ermitteln. Offensichtlich unterliegen die quantenmechanischen Überlegungen statistischen Gesetzen.

Daraus ergeben sich für Messungen an quantenmechanischen Systemen einige Probleme, wie man anhand des folgenden Gedankenexperimentes veranschaulichen kann.

Ein Würfel rotiere frei im Raum wahllos um die drei Raumachsen. Auf ihn sind in alle Raumrichtungen sechs Kameras gerichtet, eine von links, eine von rechts, eine von oben, eine von unten, eine von vorne und eine von hinten. Sie sind synchronisiert. Im Abstand von $1/10$ Sekunde machen alle Kameras gleichzeitig eine Aufnahme des Würfels. Nach je tausend Auf-

nahmen wertet man die Bilder aus und erstellt jeweils eine Statistik der gewürfelten Zahlen. Bei Bildern, auf denen mehrere Zahlen erkennbar sind, weil der Würfel mit seinen Flächen nicht genau senkrecht zu den Beobachtungsachsen steht, nimmt man die Zahl, deren Flächenausschnitt den größten Beitrag zum Bild liefert. Das Ergebnis zeigt, dass alle Kameras in der Summe fast die gleiche Statistik liefern. Jede Zahl von 1-6 ist darin zu je etwa einem Sechstel vertreten. Das gleiche Ergebnis würde ein einzelner Beobachter erzielen, wenn er den Versuch sechsmal wiederholt. Betrachtet man eine Einzelaufnahme der sechs Kameras für sich, so zeigt jede Aufnahme eine andere Zahl. In Einzelmessungen können die Messergebnisse für sich genommen sehr unterschiedlich sein, in der statistischen Summe erhalten aber alle Beobachter das gleiche Ergebnis.

Betrachtet man einen Würfel genauer, so stellt man fest, dass die Summe der gegenüberliegenden Zahlenbilder stets sieben ergeben. Die Ergebnisse je zweier gegenüberliegender Beobachter sind also keineswegs unabhängig voneinander. Sie sind miteinander verschränkt. Misst die Kamera nach rechts eine Eins, so misst die Kamera nach links eine Sechs. Man kann die Anzeigen des Würfels daher mit drei Kameras vollständig erfassen. Es treten sogar weitere Verschränkungen auf. Beobachtet eine Kamera ein nicht symmetrisches Zahlenbild auf ihrer Würfelfläche, etwa eine Sechs, so kann sie auch begründete Vermutungen darüber anstellen, welche Zahlen die Beobachter links und rechts bzw. unten und oben von ihm messen. Denn die Dreierreihen der Sechs können bei der Aufnahme horizontal oder vertikal ausgerichtet sein.

Benutzt man den Würfel für ein Würfelspiel, dann ergibt sich ein weiteres Problem. Die Anzeige welcher Kamera zieht man als verbindliche Zahl heran. Darüber müssen sich die Spieler vor dem Spiel verständigen. Bei einem klassischen Würfelspiel wählt man stets die Würfelfläche, die auf dem Tisch nach oben zeigt.

Dreht sich der Würfel nur um eine Raumachse, so ist die Gesamtstatistik nicht mehr für alle Beobachter gleich. Die beiden Kameras in der Drehrichtung erhalten stets die gleiche Zahl, für die restlichen vier ergibt sich in der Summe die gleiche Statistik. In ihr kommen allerdings die beiden Zahlen, die sich an den Stirnflächen der Drehachse befinden, nicht mehr vor.

Diese Überlegungen machen deutlich, wie schwierig quantenmechanische Messungen sind. Die Quantenmechanik verliert dadurch ihr mystisches Charisma. Die Natur ist einfach nur komplexer als den Physikern lieb ist. Die klassische physikalische Sichtweise, nach der alle Beobachter bei Messungen das gleiche Ergebnis erzielen müssen und das Ergebnis aus gegebenen Randbedingungen auch noch für alle Zeiten vorhergesagt werden kann, stößt in der Quantenmechanik rasch an ihre Grenzen.

10 Literaturverzeichnis

Vorwort:

- 1) Lee Smolin: Quantenwelt, Deutsche Verlags-Anstalt, München 2019
- 2) H.A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski: Das Relativitätsprinzip, Darmstadt 1974

1. Kapitel:

- 1) Feynman/Leighton/Sands: Feynman Vorlesungen über Physik, Band III: Quantenmechanik, Oldenbourg-Verlag, München 1996
- 2) Franco Selleri: Die Debatte um die Quantenmechanik 3.Auflage, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1990
- 3) Mandel u.a.: "Can an "Empty" de Broglie Pilot Wave induce Coherence", Physical Review Letters, Volume 68, Number 25, S.3667 usw.

2. Kapitel

- 1) v. Meyenn u. C.H.Beck (Hrsg): Die großen Physiker, Band II, S. 380, Verlag C.H.Beck, München 1997
- 2) Richard P. Feynman: QED The Strange Theory of Light and Matter, Princeton Science Library, Princeton 1988
- 3) H.Gerstberger: "Was strömt denn da?", PdN Physik Heft 2/47

3. Kapitel

- 1) Richard P. Feynman: QED The Strange Theory of Light and Matter, Princeton Science Library, Princeton 1988
- 2) Kuhn, Physik Band IIID, Schwingungen und Wellen, Westermann-Verlag, Braunschweig 1975

4. Kapitel

- 1) Kuhn, Physik Band IIID, Schwingungen und Wellen, Westermann-Verlag, Braunschweig 1975
- 2) Bronstein-Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, Teubner-Verlagsgesellschaft, Leipzig 1960

5. Kapitel

- 1) Bronstein-Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, Teubner-Verlagsgesellschaft, Leipzig 1960
- 2) Feynman/Leighton/Sands: Feynman Vorlesungen über Physik, Band III: Quantenmechanik, Oldenbourg-Verlag, München 1996
- 3) Richard P. Feynman: QED The Strange Theory of Light and Matter, Princeton Science Library, Princeton 1988

6. Kapitel

- 1) A. Suarez, V.Scarani, "Does entanglement depend on the timing of the impacts at the beam-splitters?", Physics Letters A 232 (1997) 9-14
- 2) C. Lämmerzahl, Lorentz forever?, Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule, Heft 4/54, S. 18-23, Köln/Leipzig 2005

- 3) D.L.Jacobson, S.A.Werner, H.Rauch: Phys.Rev. A49, 3196(1994)

7. Kapitel

- 1) Robert Gilmore: Alice im Quantenland, Eine Allegorie der modernen Physik, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1994
- 2) John Gribbin: Auf der Suche nach Schrödingers Katze, Quantenphysik und Wirklichkeit, Piper-Verlag, München 1988
- 3) John Gribbin, Schrödingers Kätzchen und die Suche nach der Wirklichkeit, S.Fischer-Verlag, Frankfurt am Main 1996
- 4) Hans Thomas(Hg), Naturherrschaft, Wie Mensch und Welt sich in der Wissenschaft begegnen, Busse Seewald-Verlag, Herford 1991, darin vor allem die Beiträge von Herrn Prof. Dr. Dr. Bell, Herrn Prof. Dr. Stehlik, Herrn Dr. Suarez und Herrn Prof. Dr. Zeilinger

8. Kapitel

- 1) John Horgan, Quanten-Philosophie, Spektrum der Wissenschaften, Heft9/92, Heidelberg 1992
- 2) R.Y.Chiao, P.G.Kwiat, A.M. Steinberg, Schneller als Licht?, Spektrum der Wissenschaften, Heft 10/93, Heidelberg 1993
- 3) P. Dobrinski, Das magnetische Vektorpotential, PdN Physik Heft 6/48 September 1999

9. Kapitel

- 1) F. Schlägl, Wahrscheinlichkeit und Information in der Physik, PdN Physik Heft 5/48, Juli 1999