

Feldfreiheit in einem Faradaykäfig

Alfons Reichert



Inhalt

1. Einleitung.....	3
2. Unterrichtsgang	4
3. Beweis.....	4

1. Einleitung

Eine beliebte Preisfrage lautet: Wo ist man bei Gewittern am sichersten. Die Antwort lautet ganz einfach: in einem geschlossenen Metallkäfig, also z.B. in einem Auto oder einem Haus aus Stahlbeton. Warum das so ist, erfahren Sie hier. Zunächst einmal sammeln sich Ladungen auf metallischen Oberflächen immer auf der Außenhaut an, da sie so aufgrund ihrer elektrostatischen Abstoßung den größtmöglichen Abstand voneinander einnehmen. Aber von elektrischen Ladungen gehen elektrische Feldlinien aus und zwar in alle Richtungen, also auch nach innen. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass sich die von den Oberflächenladungen ausgehenden elektrischen Felder im Innern gerade gegenseitig aufheben.

Stolberg im Juli 2007 und März 2021

2. Unterrichtsgang

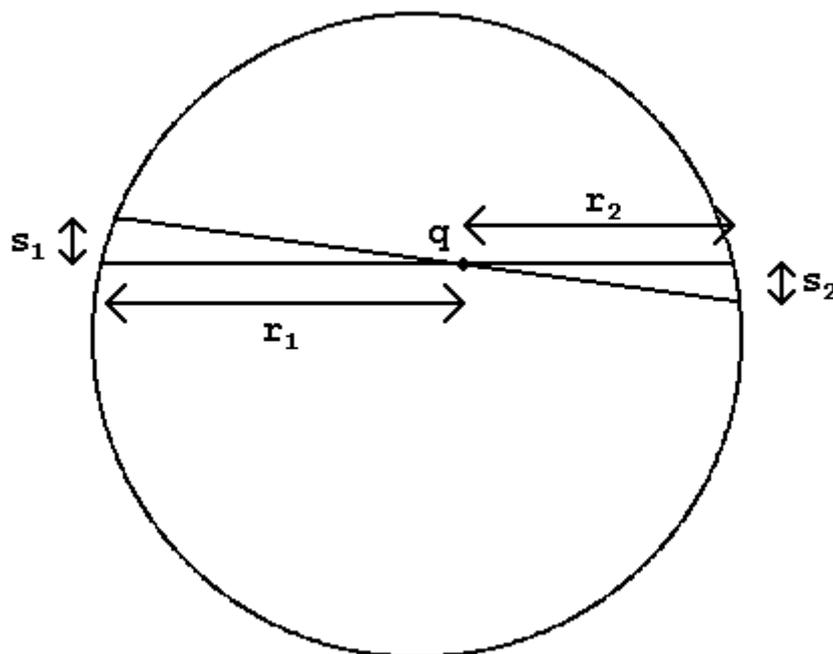
Nachdem das Coulombgesetz und das Superpositionsprinzip für elektrische Felder experimentell hergeleitet wurden, werden in der Regel einige spezielle Ladungsanordnungen untersucht, und zwar

- a) die geladene Hohlkugel und
- b) der Plattenkondensator.

Dabei wird meist experimentell vorgegangen, da hierfür von den Lehrmittelfirmen spezielle Versuche entwickelt wurden. Mit dem vorgestellten Beweis wird der Faradaykäfig auch theoretisch zugänglich.

3. Beweis

Gegeben ist eine gleichmäßig geladene Hohlkugel, deren Flächenladungsdichte σ sei (s. Abb.1). Man zerlegt die Oberfläche in kleine Ladungselemente, z.B. σs_1^2 , σs_2^2 , usw.



**Abb.1: Zerlegung der Oberfläche
in kleine Ladungselemente**

Aus Abb.1 folgt:

$$\frac{s_1}{r_1} = \frac{s_2}{r_2} \quad (1)$$

und damit auch

$$\frac{s_1^2}{r_1^2} = \frac{s_2^2}{r_2^2} \quad (2).$$

Die Kräfte, die von diesen beiden Ladungselementen auf die Probeladung q an der Stelle x ausgeübt werden, sind nach dem Coulombgesetz:

$$F_1 = \frac{q * \sigma * s_1^2}{4\pi * \epsilon_0 * r_1^2}$$

$$F_2 = -\frac{q * \sigma * s_2^2}{4\pi * \epsilon_0 * r_2^2}.$$

Das Minuszeichen bei F_2 rührt daher, dass die Kräfte der beiden Oberflächenelemente entgegengesetzt gerichtet sind. Für die Summe der Kräfte, die beide Elemente an der Stelle x ausüben, gilt:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ &= \frac{q * \sigma * s_1^2}{4\pi * \epsilon_0 * r_1^2} - \frac{q * \sigma * s_2^2}{4\pi * \epsilon_0 * r_2^2} \\ &= \frac{q * \sigma}{4\pi * \epsilon_0} * \left(\frac{s_1^2}{r_1^2} - \frac{s_2^2}{r_2^2} \right). \end{aligned}$$

Mit Gleichung (2) folgt:

$$F = 0.$$

Da sich zu jedem beliebigen Flächenelement 1 ein entsprechendes Element 2 konstruieren lässt, ist die Gesamtkraft, die von den Oberflächenladungen ausgeht, gleich Null. Durch analoge Überlegungen lässt sich diese Aussage auf alle Punkte im Innern der Kugel erweitern. Wenn aber keine Kräfte wirken, kann definitionsgemäß auch kein elektrisches Feld im Innern der Kugel herrschen.

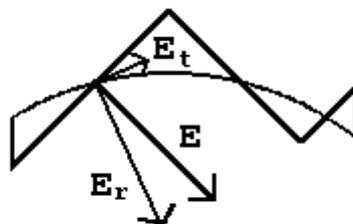


Abb.2: Zerlegung der elektrischen Feldstärke E in drei Komponenten E_t und E_r

Mit einer kleinen Zusatzüberlegung kann man diese Überlegung sogar auf beliebig geformte metallische Hohlkörper übertragen. Jedes beliebig geformte Oberflächenelement eines solchen Hohlkörpers kann durch ein Element einer Kugeloberfläche angenähert werden (s. Abb. 2). Das elektrische Feld E eines solchen Elementes, das bekanntlich auf metallischen Oberflächen senkrecht steht, kann man in drei Komponenten zerlegen. Zwei dieser Komponenten E_t , eine in der Zeichenebene von Abb. 2 und eine senkrecht dazu, verlaufen zur angenommenen Kugeloberfläche tangential, eine E_r radial. Nur sie kann in die Kugel eindringen. Für ihre Summe gelten die obigen Überlegungen, sie ist also Null. Die tangentialen Anteile beeinflussen das Innere der Kugel nicht, da sie gar nicht in die Kugel hineinreichen. Somit herrscht im Innern kein Feld. Man ist in ihr vor elektrischen Entladungen sicher. Ausgenutzt wird diese Erscheinung in Autos und bei Blitzableitern. Im Auto ist man bei Gewittern vor Blitzschlag sicher. Es kann allenfalls die Bordelektronik beschädigt werden. Auch können durch den hohen Strom die Reifen, durch die die Ladungen auf der Außenhaut der Karosserie in die Erde abfließen, verformt werden. Der Blitzableiter besteht aus einem Metallband, das über den Dachfirst geführt wird und mit der Erde verbunden ist. Es leitet die Ladungen, die durch den Blitzschlag induziert werden, in die Erde ab, so dass sie nicht ins Haus gelangen können.