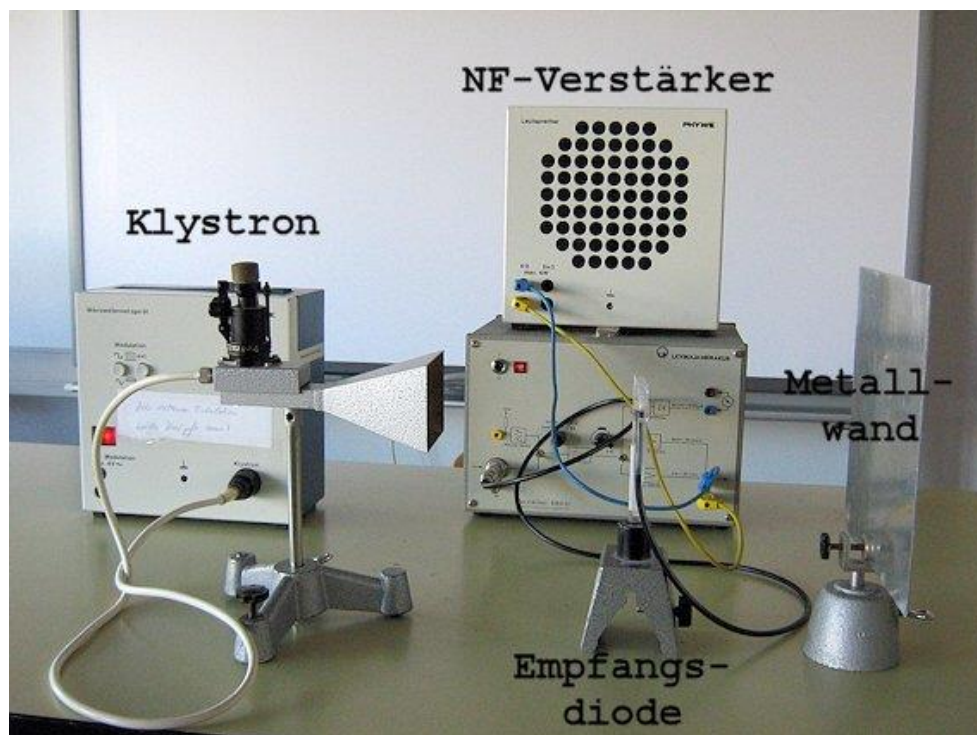


Elektromagnetische Wellen

Alfons Reichert



Inhalt

1. Einleitung.....	2
2. Grundlagen	3
2.1 Eigenschaften	3
2.2 Reflexion	10
2.3 Brechung.....	11
2.4 Modulation	13
2.5 Beugung	19
2.6 Stehende Wellen	23
2.7 Dopplereffekt.....	24
2.8 Polarisaton	26
3. Versuche.....	32
3.1 Eigenschaften	32
3.2 Reflexion	37
3.3 Brechung.....	39
3.4 Modulation	42
3.5 Beugung	42
3.6 Polarisaton	48
4. Aufgaben	51
5. Literatur.....	81

1. Einleitung

Jeder Lehrer kennt folgende Situation. Im Unterricht klingelt ein Handy, obwohl es ausgeschaltet sein müsste. Der Lehrer nimmt dem Schüler das Handy weg und liefert es im Sekretariat ab. Dem Schüler teilt er mit, er könne sein Handy gemäß der Hausordnung nach der 6. Stunde im Sekretariat abholen. Es dauert höchstens bis zur nächsten großen Pause und die arme Sekretärin wird mit Anrufen der erbosten Eltern konfrontiert, sie könnten ihr Kind nicht mehr per Handy erreichen. Wie konnte es so weit kommen? Schuld sind wie so oft die Physiker. Im Jahre 1864 begann der Siegeszug der elektromagnetischen Wellen, als der englische Physiker James Clerk Maxwell aus den bis dahin bekannten Gesetzen des Elektromagnetismus die Existenz elektromagnetischer Wellen vorhersagte. 23 Jahre später gelang es dem deutschen Physiker Heinrich Hertz erstmals EM-Wellen mit einer Wellenlänge $\lambda = 60 \text{ cm}$ zu erzeugen. Aber schon vorher nutzten die Menschen EM-Wellen, ohne es zu wissen, denn auch Lichtwellen sind EM-Wellen. Ohne sie würde die moderne Kommunikation komplett zusammenbrechen. Sie umspannen einen riesigen Frequenzbereich von den Wellen des Wechselstroms mit Wellenlängen von $\lambda = 6000 \text{ km}$ bis hin zu Gammastrahlen mit Wellenlängen im Picometerbereich und der Höhenstrahlung mit Wellenlängen von $0,01 \text{ Femtometer}$. Und fast alle Bereiche werden heute technisch genutzt. Funkuhren werden durch Langwellen gesteuert, Radio, Fernsehen und Funk arbeiten mit Kurz- und Ultrakurzwellen. Auf die Mikrowelle möchten viele nicht mehr verzichten, aufs Handy erst recht nicht (s.o.). Infrarotwellen übertragen Informationen über Lichtleiter rund um die Welt, aber auch von der Fernbedienung zum Fernsehgerät. Lichtwellen erschließen uns die sichtbare Welt der Farben. UV-Strahlen sorgen im Sommer für die Bräunung der Haut. Aus der Medizin sind Röntgenstrahlen und Gammastrahlen für diagnostische und therapeutische Zwecke nicht mehr wegzudenken. Und das Weltall erschließt sich uns ebenfalls mit Röntgenstrahlen. In Kernkraftwerken liefern Gammastrahlen einen Beitrag zur Erzeugung elektrischer Energie. Andererseits verursachen sie große Sicherheitsprobleme in KKWs, da sie sich nur mit erheblichem Aufwand abschirmen lassen. Außerdem werden sie in der Krebstherapie eingesetzt. Daher nimmt das Thema EM-Wellen in der Schulphysik zu Recht einen breiten Raum ein. Es ist bei Schülerinnen und Schülern recht beliebt, da es viele Bezugspunkte zur Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler bietet und viele Versuche ermöglicht. Abgerundet wird das Skript durch zahlreiche Aufgaben, die ich vielfach in Klausuren im Grund- und Leistungskursbereich eingesetzt habe.

Stolberg, im Februar 2016 und im Juni 2021

2. Grundlagen

2.1 Eigenschaften

In der Mitte des 19. Jahrhunderts fasste der schottische Physiker James Clark Maxwell die bis dahin bekannten Gesetzmäßigkeiten über elektrische und magnetische Felder mathematisch besonders elegant in vier Gesetzen zusammen. Sie werden heute als Maxwellsche Gleichungen bezeichnet. Sie lauten:

$$\oint \vec{E} * d \vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} * Q \quad (1)$$

$$\oint \vec{B} * d \vec{A} = 0 \quad (2)$$

$$\oint \vec{E} * d \vec{s} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} * d \vec{A} \quad (3)$$

$$\oint \vec{B} * d \vec{s} = \mu_0 * I + \mu_0 * \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} * d \vec{A} \quad (4).$$

Der Kreis an den Integralen deutet an, dass sich die Integration in den Gesetzen (1) und (2) über eine geschlossene Fläche A bzw. in den Gesetzen (3) und (4) über den geschlossenen Rand s einer Fläche erstreckt.

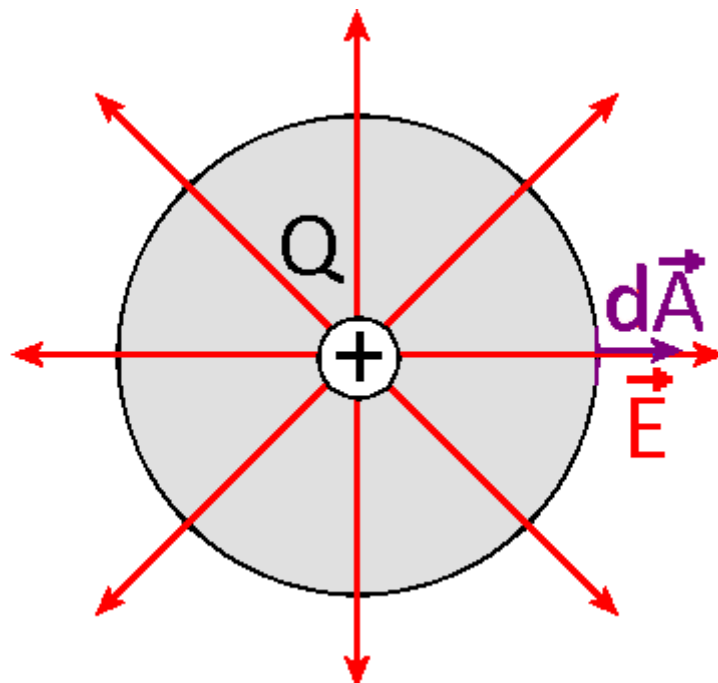


Abb. 1a: 1. Maxwellsches Gesetz: Quellen des elektrischen Feldes

Das 1. Gesetz besagt anschaulich, dass elektrische Ladungen Q die Quellen und Senken des elektrischen Feldes E sind. Legt man um eine positiv geladene Kugel eine geschlossene Fläche A, so treten aus der Oberfläche elektrische Feldlinien aus. Ist sie negativ geladen, so tre-

ten in sie in die Oberfläche ein (s. Abb.1a und b). Elektrische Feldlinien beginnen an positiven Ladungen und enden an negativen.

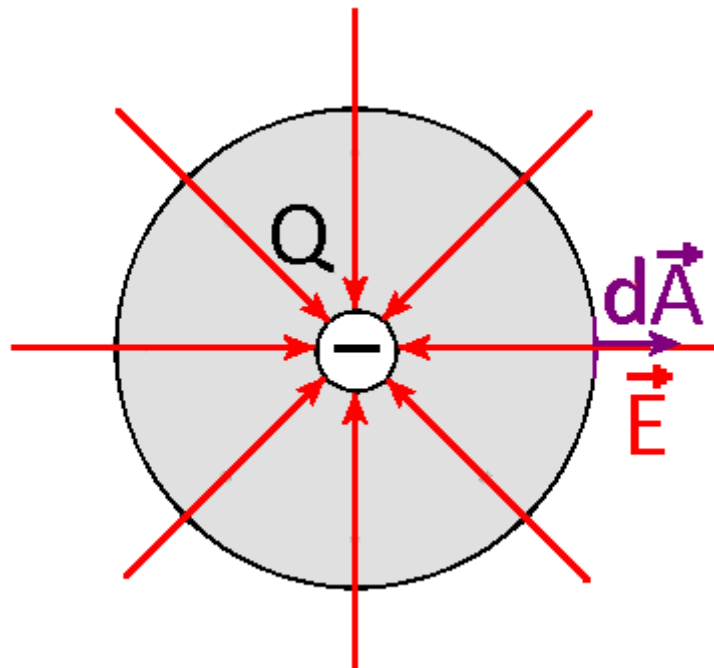


Abb.1b: 1. Maxwell'sches Gesetz: Senken des elektrischen Feldes

Nach der zweiten Gleichung gibt es keine magnetischen Monopole. Legt man um einen Magneten eine geschlossene Fläche A , so treten an einer Stelle genauso viele Feldlinien in die Fläche ein, wie an anderer Stelle aus ihr austreten. Das gilt selbst dann, wenn die Fläche nur einen Pol des Magneten umfasst. Magnetische Feldlinien B haben keinen Anfang und kein Ende. Sie sind in sich geschlossen (s. Abb.2).

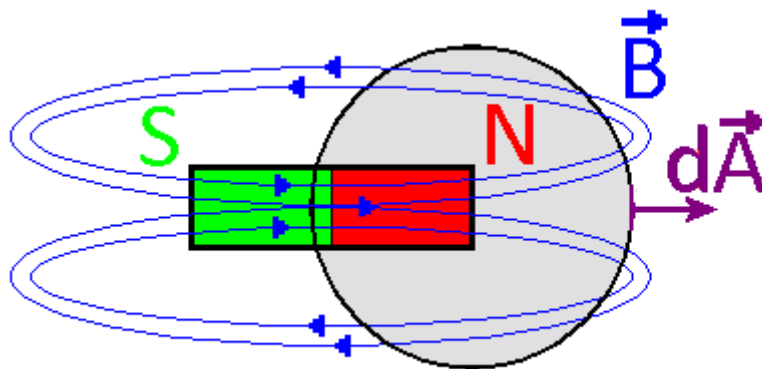


Abb.2: 2. Maxwell'sches Gesetz: Geschlossene Feldlinien des Magnetfeldes

Das dritte Gesetz ist eine mathematische Formulierung des Faradayschen Induktionsgesetzes. Durchsetzt ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld B die Fläche A , so wird auf dem Rand s der Fläche ein elektrisches Feld E induziert, das eine Induktionsspannung oder einen Induktionsstrom hervorruft. Das elektrische Feld existiert auch ohne Leiter und hat die Form eines Wirbelfeldes (s. Abb. 3). Es gilt die linke Handregel. Zeigt der Daumen der linken Hand in

Richtung der magnetischen Feldlinien B , so geben die restlichen Finger den Drehsinn des elektrischen Wirbelfeldes E an.

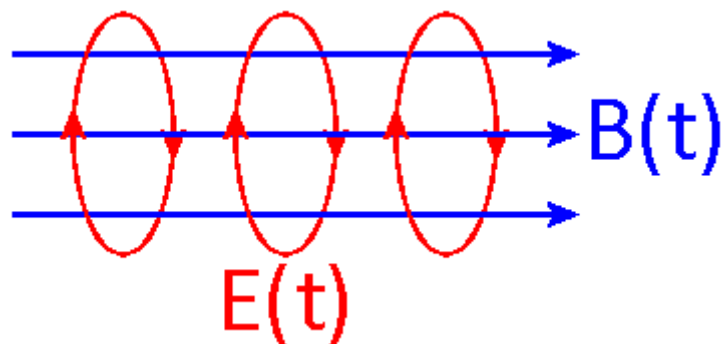


Abb. 3: 3. Maxwellsches Gesetz: Elektromagnetische Induktion

Das vierte Gesetz besteht aus zwei Teilen. Im 1. Teil werden die Beobachtungen und Gesetzmäßigkeiten von Oerstedt, Ampere und Biot-Savart zusammengefasst, dass ein vom Strom I durchflossener Leiter von einem magnetischen Wirbelfeld B umgeben ist. Den 2. Teil hat Maxwell ergänzt. Wird ein Kondensator durch einen Wechselstrom $I(t)$ umgeladen, so baut sich um die Zuleitung ein zeitlich veränderliches magnetisches Wirbelfeld $B(t)$ auf. Maxwell behauptete, dass dieses Wirbelfeld auch zwischen den Platten existiert, obwohl dort kein Strom fließt. Allerdings liegt ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld $E(t)$ vor, da die Platten ständig umgeladen werden. Und von Ladungen gehen nach dem 1. Gesetz elektrische Feldlinien aus. Nach Maxwell ist dieses elektrische Feld ebenfalls von einem magnetischen Wirbelfeld umgeben. Ein sich änderndes elektrisches Feld hat folglich die gleiche Wirkung wie ein elektrischer Strom. Diesen Strom nannte er Verschiebungsstrom (s. Abb. 4). Es gilt die rechte Handregel. Zeigt der Daumen der rechten Hand in Richtung des Stromes bzw. in Richtung des sich ändernden elektrischen Feldes, so geben die restlichen Finger den Drehsinn des erzeugten Magnetfeldes an.

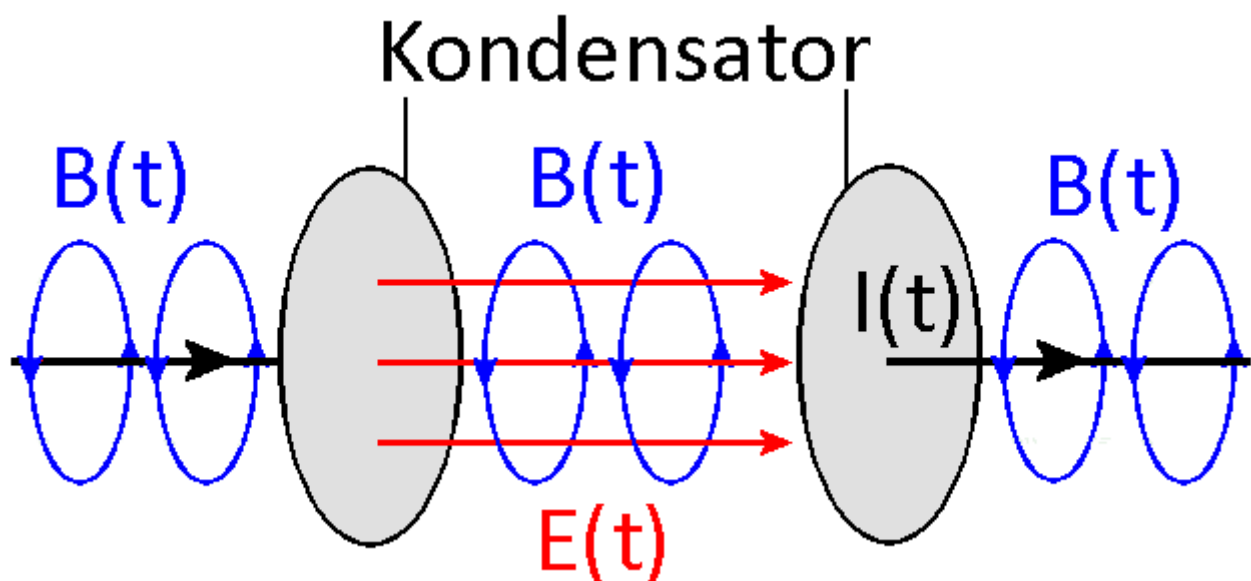


Abb.4: 4. Maxwellsches Gesetz: Magnetfeld eines Stromes und eines elektrischen Feldes

Die Gesetze (3) und (4) haben zur Folge, dass sich elektrische und magnetische Felder gegenseitig induzieren können, wenn sie sich zeitlich ändern. Hieraus folgte Maxwell, dass es elektromagnetische Wellen geben muss und stellte für sie die Wellengleichung auf. Durch Vergleich mit mechanischen Wellen erhielt er für ihre Geschwindigkeit den Ausdruck:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}.$$

Man kann diesen Ausdruck auch durch eine vereinfachte Anwendung der Maxwellschen Gleichungen erhalten (s. Abb. 5).

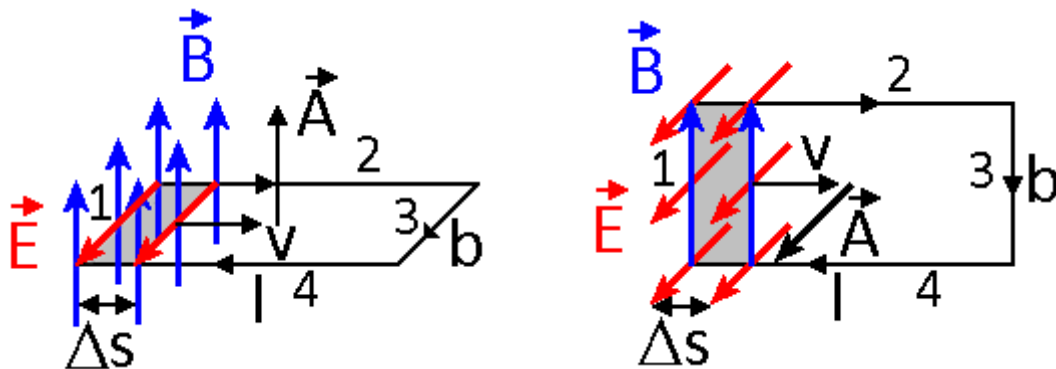


Abb. 5: Fortpflanzung einer EM-Welle

Ein magnetischer Feldimpuls B bewege sich mit der Geschwindigkeit v im Raum fort. Er durchsetzt bei seiner Bewegung nach und nach eine zu ihm senkrecht stehende Fläche A der Länge l und der Breite b . Im Rand der Fläche wird nach dem 3. Maxwellschen Gesetz ein elektrisches Feld E induziert (s. Abb. 5 linker Teil). Ersetzt man die Integrale durch Summen und die Differentialquotienten dt bzw. dA durch die Differenzenquotienten Δt bzw. ΔA , was mathematisch absolut korrekt ist, so gilt in den einzelnen Seiten:

$$-E_1 * b - E_2 * l + E_3 * b + E_4 * l = -\frac{B * \Delta A}{\Delta t} = -\frac{B * b * \Delta s}{\Delta t} = -B * b * v.$$

Die Minuszeichen im linken Teil rühren daher, dass das elektrische Feld wegen der linken Handregel teilweise gegen den Drehsinn der Umrundung gerichtet ist. In der Summe entfallen alle Faktoren bis auf den ersten. Beim 2. und 4. Faktor stehen E und l senkrecht aufeinander und sind somit 0, da es sich bei allen Teilsummen um Skalarprodukte von Vektoren handelt, beim dritten Faktor ist $E_3 = 0$, da das Magnetfeld diese Seite noch nicht erreicht hat. Somit kann man die Gleichung mit $E = E_1$ insgesamt vereinfachen zu

$$E = B * v \quad (1)$$

Aus dem magnetischen Feldimpuls B entsteht ein zum Magnetfeld senkrecht stehender elektrischer Feldimpuls E . Auf ihn kann man die gleiche Überlegung anwenden. Er durchsetzt eine Fläche A , die senkrecht zur ersten steht (s. Abb. 5 rechter Teil). Setzt man voraus, dass kein zusätzlicher Strom I fließt, so erhält man mit dem 4. Maxwellschen Gesetz:

$$B_1 * b + B_2 * l - B_3 * b - B_4 * l = \varepsilon_0 * \mu_0 \frac{E * b * \Delta s}{\Delta t} = \varepsilon_0 * \mu_0 * E * b * v .$$

Auch hier bleibt in der Summe nur der 1. Faktor erhalten. Somit vereinfacht sich mit $B = B_1$ die Gleichung zu:

$$B = \varepsilon_0 * \mu_0 * E * v \quad (2)$$

Fasst man Gleichung (2) und Gleichung (1) zusammen, so folgt:

$$E = \varepsilon_0 * \mu_0 * E * v * v = \varepsilon_0 * \mu_0 * E * v^2 .$$

Daraus ergibt sich, wenn man die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle wie allgemein üblich mit c bezeichnet:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 * \mu_0}} .$$

Setzt man die elektrische und magnetische Feldkonstante in die Formel ein, so erhält man für die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im Vakuum:

$$c = \frac{1}{\sqrt{8,854 * 10^{-12} (As/Vm) * 1,257 * 10^{-6} (Vs/Am)}} = 2,998 * 10^8 m/s .$$

Diese Geschwindigkeit entspricht der Lichtgeschwindigkeit. Daher vermutete Maxwell, dass Licht eine elektromagnetische Welle sein muss. Außerdem sollten EM-Wellen mit anderen Frequenzen existieren. Sie wurden zuerst von Heinrich Hertz erzeugt und nachgewiesen. Heute sind sie aus unserem Alltag nicht mehr wegzudenken. Die ganze moderne Kommunikation wie Radio, Fernsehen, WLAN und Funk beruhen auf ihnen.

Elektromagnetische Wellen kann man erzeugen, wenn man Elektronen oder allgemein elektrische Ladungen in Schwingungen versetzt, z.B. in einem Metallstab (s. Abb. 6). Durch die vorübergehende Trennung der Ladungen wird er zum Dipol, zwischen dessen Enden sich ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld (rote Linien in Abb. 6) aufbaut. Die entstehende Spannung U treibt die Ladungen in ihre Ausgangslage zurück. Es fließt ein Strom I , umgeben von einem magnetischen Feld (blaue Linien in Abb. 6). Beide Felder können sich vom Metallstab lösen und als Welle im Raum ausbreiten. Da sich elektrische und magnetische Felder nach den obigen Überlegungen gegenseitig bedingen, pflanzt sich die Welle auch im Vakuum fort. Sie benötigt keinen Träger, kein Ausbreitungsmedium wie etwa die Schallwellen oder die Wasserwellen. Da sich bei der Schwingung der Ladungen die potentielle Energie im elektrischen Feld in kinetische Energie im magnetischen Feld umwandelt und umgekehrt, muss die Energiedichte des elektrischen Feldes gleich der Energiedichte des magnetischen Feldes sein. Somit gilt mit den Gesetzen der Elektrodynamik:

$$\frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2 \mu_r \mu_0} B^2 .$$

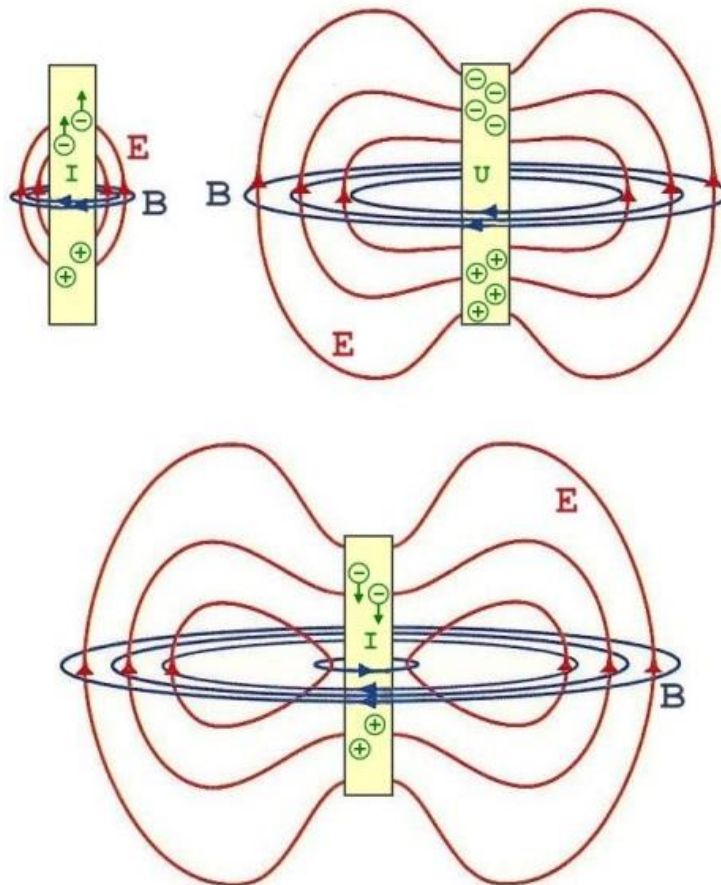


Abb. 6: elektrisches und magnetisches Dipolfeld

Nach Maxwell besteht ferner zwischen den sich mit der Geschwindigkeit c ausbreitenden elektrischen und magnetischen Feldern gemäß dem Faradayschen Induktionsgesetz bzw. dem dritten Maxwellschen Gesetz folgende Beziehung (s.o.):

$$E = c * B.$$

Beide Felder sind in Phase. Ist $B = 0$, so muss auch $E = 0$ sein. Setzt man die zweite Gleichung in die erste ein, so erhält man:

$$\frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 c^2 B^2 = \frac{1}{2 \mu_r \mu_0} B^2$$

und damit wie oben schon erläutert

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}.$$

In Medien mit dielektrischen Eigenschaften ist ϵ_r , in Medien mit magnetischen Eigenschaften μ_r größer als 1, so dass in diesen Medien die Lichtgeschwindigkeit stets kleiner als im Vakuum ist. Heute weiß man, dass die Lichtgeschwindigkeit eine Grenzgeschwindigkeit ist, die

von keinem materiellen Körper erreicht geschweige denn übertroffen werden kann. Diese Erkenntnis bildet die Grundlage der Relativitätstheorie Albert Einsteins.

Frequenz in Hz	Wellenlänge in m	Bezeichnung	Art der Welle	Erzeugung	Auftreten Verwendung	Nachweis
10^5 - 10^6	$3 \cdot 10^7$ - $3 \cdot 10^6$	elektrische Wellen	Technischer Wechselstrom	Generatoren	Wechselstrom	Voltmeter Amperemeter Oszilloskop
10^2 - 10^4	$3 \cdot 10^6$ - $3 \cdot 10^4$		Töne	Elektrische Schwingkreise	Übertragung akustischer Signale	Resonanzkreis Oszilloskop Antenne
10^5	$3 \cdot 10^3$	Radiowellen	Langwellen		Funkuhr, Zahnbürste	
10^6	300		Mittelwellen		Radio	
10^7	30		Kurzwellen		Radio	
10^8	3		Ultrakurzwellen		Radio Fernsehen (VHF)	
10^9	0,3	Funkwellen	Zentimeter- wellen	Gunn-Dioden	Fernsehen (UHF) Funk, Handy	Resonanzkreis Antenne
10^{10} - 10^{12}	$3 \cdot 10^{-2}$ - $3 \cdot 10^{-4}$	Mikrowellen	Millimeter- wellen	Klystron Molekül- schwingungen	Kochen Radar	Radioteleskop
10^{13}	$3 \cdot 10^{-5}$	Infrarot IR	langwelliges Infrarot	Molekül- schwingungen	Wärme- strahlen	Thermo- element Fotozelle
10^{14}	$3 \cdot 10^{-6}$		kurzwelliges Infrarot		Lichtleiter Glühlampen	
$3,75 \cdot 10^{14}$ - $7,5 \cdot 10^{14}$	$8 \cdot 10^{-7}$ - $4 \cdot 10^{-7}$	sichtbares Licht	Rot violett	Atom- schwingungen äußere Hülle	Sehen Glühlampen Sonne	Auge, Mikroskop Fotozelle
10^{15} - 10^{17}	$3 \cdot 10^{-7}$ - $3 \cdot 10^{-9}$	Ultraviolett UV	UV-Licht	Atom- schwingungen äußere Hülle	Solarium Lampen Sonne	Fotozelle
10^{18} - 10^{19}	$3 \cdot 10^{-10}$ - $3 \cdot 10^{-11}$	Röntgen- strahlung	weiche Röntgen- strahlung	Atom- schwingungen innere Hülle	Röntgenröhre	Fotoplatte GM-Zähler Computer- Tomograph
10^{20} - 10^{21}	$3 \cdot 10^{-12}$ - $3 \cdot 10^{-13}$		harte Röntgen- Strahlung			
10^{22} - 10^{23}	$3 \cdot 10^{-14}$ - $3 \cdot 10^{-15}$	radioaktive Strahlung	Gamma- Strahlung	Kern- schwingungen	Radioaktiver γ -Zerfall	Fotoplatte GM-Zähler Ionisation
10^{24} - 10^{25}	$3 \cdot 10^{-16}$ - $3 \cdot 10^{-17}$	Höhen- Strahlung	Höhen- Strahlung	Kern- schwingungen Synchrotron- Strahlung	Stoß kosmischer Materie	Ionisation GM-Zähler

Tabelle 1: elektromagnetisches Spektrum

Außerdem kennt man heutzutage elektromagnetische Wellen mit sehr unterschiedlicher Frequenz bzw. Wellenlänge (s. Tabelle 1). Wechselströme mit einer Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ strahlen elektromagnetische Wellen mit einer Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,998 * 10^8 \text{ m/s}}{50 \text{ Hz}} = 6 * 10^6 \text{ m}$$

ab, Atomkerne mit der Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,998 * 10^8 \text{ m/s}}{1 * 10^{23} \text{ Hz}} = 3 * 10^{-15} \text{ m}.$$

In der Höhenstrahlung hat man Wellenlängen bis $\lambda = 3 * 10^{-17} \text{ m}$ gemessen (s. Tabelle 1). Und sie alle breiten sich im Vakuum mit der gleichen Geschwindigkeit von $c = 3 * 10^8 \text{ m/s}$ aus. Viele Arten werden genutzt, um Informationen oder Energie zu übertragen. Ohne sie wären die modernen Kommunikationsmittel wie Fernsehen, Radio, Handy und Internet undenkbar. Die moderne medizinische Diagnostik verdanken wir der Röntgenstrahlung. In der Krebstherapie werden Gammastrahlen eingesetzt, um Krebszellen abzutöten. Andererseits verursachen sie große Sicherheitsprobleme in Kernkraftwerken, da sie durch dicke Betonabschirmungen zwar geschwächt, aber niemals vollständig absorbiert werden.

Sendet eine Quelle kugelförmige elektromagnetische Wellen aus, etwa eine punktförmige Lichtquelle, so nimmt die Intensität I der Welle quadratisch mit der Entfernung r ab, da sich die abgestrahlte Energie E auf eine immer größer werdende Kugeloberfläche A verteilt. Es gilt:

$$I = \frac{E}{A} = \frac{E}{4\pi r^2}.$$

Da andererseits die Energie proportional zum Quadrat der Amplitude der Welle ist (s.o.), sinkt die Amplitude bei elektromagnetischen Wellen antiproportional mit der Entfernung r von der Quelle.

2.2 Reflexion

Trifft eine ebene elektromagnetische Welle auf die Grenzfläche zweier Medien, so wird ein Teil der Welle reflektiert, ein Teil dringt ins Medium ein und wird beim Übergang gebrochen. Für die Reflexion gilt das so genannte Reflexionsgesetz. Nach ihm liegen einfallender, reflektierter Strahl und Lot in einer Ebene. Außerdem sind der Winkel zwischen der einfallenden Wellennormale und dem Lot, auch Einfallswinkel α genannt, und der Winkel zwischen der reflektierten Wellennormale und dem Lot, auch Reflexionswinkel β genannt, gleich groß. Kurz formuliert gilt: Einfallswinkel α gleich Reflexionswinkel β . Dieses Gesetz lässt sich mit den Huygenschen Elementarwellen wie folgt herleiten (s. Abb.1). Trifft eine ebene Wellenfront AB schräg auf ein gerades Hindernis, so erreichen nicht alle Punkte der Wellenfront die Grenzfläche zur gleichen Zeit. Während die Erregung von B nach C fortschreitet, schwingt das Teilchen bei A bereits so, dass von ihm als Zentrum eine kreisförmige Elementarwelle ausgeht mit dem Radius

$$AD = BC.$$

Die von der Mitte H der Wellenfront weiterlaufende Erregung braucht nur die halbe Zeit, bis sie zum Punkt F am Hindernis gelangt. Die sich um F ausbreitende Elementarwelle besitzt daher nur den Radius

$$FG = \frac{AD}{2}.$$

Entsprechende Überlegungen gelten für alle von den Punkten zwischen A und C ausgehenden Elementarwellen. Sie bilden als Einhüllende die neue Wellenfront CD. Die Senkrechte FG darauf gibt die neue Ausbreitungsrichtung an. Der Einfallswinkel α tritt in dem Dreieck BAC, der Reflexionswinkel β in dem Dreieck DCA noch einmal auf, da die Schenkel der beteiligten Winkel paarweise aufeinander senkrecht stehen. Die beiden rechtwinkligen Dreiecke sind kongruent ($AC=AC$; $AD=BC$). Damit gilt: Einfallswinkel α gleich Reflexionswinkel β .

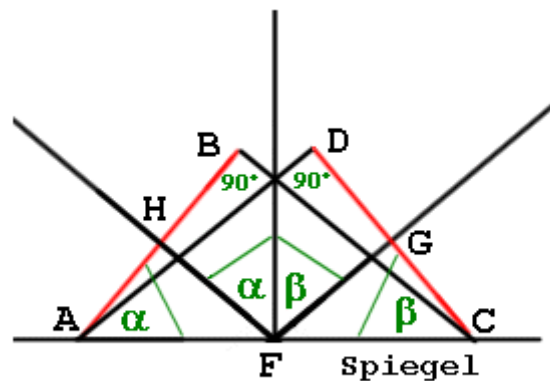


Abb. 1: Ableitung des Reflexionsgesetzes

Besitzt die reflektierende Schicht eine Struktur in der Größenordnung der Wellenlänge der EM-Welle, so werden die Elementarwellen unter unterschiedlichen Winkeln gestreut, da jede auf ein etwas anders gerichtetes Oberflächenelement trifft. Die Elementarwellen interferieren miteinander und es können sich Maxima und Minima ausbilden (s. Kapitel 2.5).

2.3 Brechung

Geht eine ebene EM-Welle von einem Medium in ein anderes über, so ändert sich ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit. Das hat zur Folge, dass sie aus ihrer Richtung abgelenkt wird. Sie wird gebrochen. Die Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Lot, Einfallswinkel α genannt, und zwischen dem gebrochenen Strahl und dem Lot, als Brechungswinkel β bezeichnet, sind nicht gleich. Mit Hilfe der Huygenschen Prinzipien lässt sich wie folgt ein Gesetz herleiten, das den Vorgang quantitativ beschreibt, das Brechungsgesetz (s. Abb. 1). Die Welle breite sich im Medium 1 mit der Geschwindigkeit c_1 aus, im Medium 2 mit c_2 . Die Wellenfront erreicht im Punkt A die Grenze beider Medien und bildet dort eine Elementarwelle aus. Während die ursprüngliche Erregung in der Zeit t noch von B nach C fortschreitet, wobei

$$BC = c_1 * t$$

ist, breitet sich um A eine kreisförmige Elementarwelle mit dem Radius

$$AD = c_2 * t$$

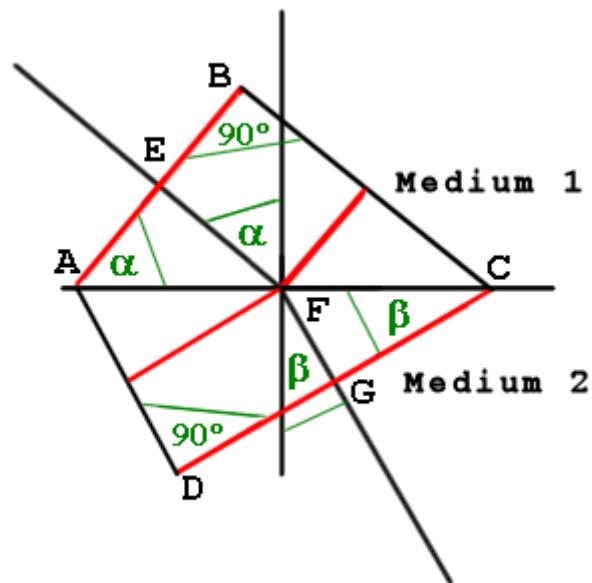


Abb. 1: Ableitung des Brechungsgesetzes

aus. Die von der Mitte E der ursprünglichen Wellenfront weiter schreitende Erregung braucht nur die halbe Zeit, um die Grenzfläche in F zu erreichen. Deshalb hat die von F ausgehende Elementarwelle nur den Radius

$$FG = \frac{c_2 * t}{2}.$$

Alle von den Punkten zwischen A und C ausgehenden Elementarwellen haben als Einhüllende die ebene Wellenfläche CD. Die neue Richtung, in der die Wellenfront fortschreitet, wird durch die darauf senkrecht stehende Wellennormale FG angegeben. Sie bildet mit dem Einfallslot den Brechungswinkel β , der im rechtwinkligen Dreieck ADC als Winkel ACD noch einmal vorliegt, da die Schenkel der beiden Winkel paarweise aufeinander senkrecht stehen. Es gilt:

$$\sin \beta = \frac{AD}{AC} = \frac{c_2 * t}{AC}.$$

Die Richtung, in der sich ursprünglich die Welle ausbreitet, wird durch die Wellennormale EF angegeben, die mit dem Einfallslot den Einfallswinkel α bildet. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist der Winkel BAC gleich dem Einfallswinkel α und damit

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{c_1 * t}{AC}.$$

Durch Division erhält man:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1 * t * AC}{c_2 * t * AC} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

Den Quotienten n nennt man Brechungsindex. Da die Geschwindigkeit der EM-Wellen in vielen Stoffen von der Wellenlänge abhängt, gilt für jede Frequenz ein anderer Brechungsindex. Somit wird z.B. weißes Licht bei der Brechung in seine Farben aufgespalten. Diese Erscheinung nennt man Dispersion. Sie lässt sich experimentell am einfachsten mit einem Prisma zeigen. Ist die Geschwindigkeit im zweiten Medium größer als im Medium, aus dem die EM-Welle auf die Grenzfläche trifft, so übersteigt der Brechungswinkel den Einfallswinkel. Die Wellennormale wird vom Lot weg gebrochen und nicht wie beim umgekehrten Vorgang zum Lot hin. Ab einem bestimmten Einfallswinkel müsste der Brechungswinkel größer als 90° sein, die EM-Welle tritt nicht mehr ins zweite Medium ein, sondern verbleibt im ersten. Sie wird an der Grenzfläche nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Da ein Teil der EM-Welle auch schon bei kleineren Winkeln an der Grenzfläche reflektiert wurde, spricht man ab dem Grenzwinkel von Totalreflexion. Sie wird z.B. in Lichtleitern ausgenutzt. Für den Grenzwinkel der Totalreflexion gilt nach dem Brechungsgesetz mit $\alpha = 90^\circ$

$$\sin \beta_g = \frac{1}{n},$$

denn der Lichtweg ist umkehrbar. Für den Übergang Glas-Luft gilt das gleiche Gesetz wie für den Übergang Luft-Glas. Es sind nur die Winkel vertauscht. β entspricht im Gesetz dem Einfallswinkel, α dem Brechungswinkel.

2.4 Modulation

Überlagern sich mindestens zwei Wellen unterschiedlicher Frequenz oder Amplitude, so spricht man von Interferenz. Besitzt die eine der beiden Wellen eine niedrige Frequenz, die zweite eine hohe Frequenz, so bezeichnet man die Überlagerung als Modulation. Sie wird ausgenutzt, um niederfrequente Informationen mit einer hochfrequenten Trägerschwingung zu übertragen. Man verwendet vor allem Amplituden- und Frequenzmodulation. Bei Amplitudenmodulation AM variiert man mit dem niederfrequenten Informationssignal die Amplitude der hochfrequenten Trägerwelle. Sie wird eingesetzt, um die Bildinformation beim Fernsehen analog oder digital zu übertragen. Bei der Frequenzmodulation FM moduliert man die Frequenz des Trägersignals mit dem niederfrequenten Informationssignal. Mit ihr wird beim Radio und Fernsehen das Audiosignal analog oder digital übertragen. Erzeugt wird die Amplitudenmodulation z.B. mit Hilfe eines Schwingkreises der Trägerfrequenz f , dessen Amplitude mit einer Tonfrequenz f_T variiert wird. Die so entstandene Schwingung wird als Welle in den Raum abgestrahlt. Bei sinusförmigem Verlauf beider Signale lässt sich die Gesamtschwingung mathematisch wie folgt beschreiben

$$\begin{aligned} A(t) &= (A_0 + A_T \sin(2\pi f_T t)) * \sin(2\pi f t) \\ &= A_0 \sin(2\pi f t) + \frac{1}{2} A_T \cos(2\pi(f - f_T) * t) - \frac{1}{2} A_T \cos(2\pi(f + f_T) * t). \end{aligned}$$

Darin bedeuten:

$A(t)$: momentane Elongation des Gesamtsignals

A_0 : Amplitude des Trägersignals

f : Frequenz des Trägersignals

A_T : Amplitude des Informationssignals

f_T : Frequenz des Informationssignals

t : Zeit.

Außerdem wurde die Formel

$$\sin\alpha * \sin\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$$

verwendet. Wertet man diese Funktion mit Excel z.B. für folgende Werte

$$f = 100 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, A_0 = 1, A_T = 0,5$$

graphisch aus, so erhält man die Kurve in Abb.1a. An der Formel erkennt man, dass eine amplitudenmodulierte Schwingung drei Frequenzen abstrahlt, die im Bereich zwischen $f+f_T$ und $f-f_T$ liegen. Eine amplitudenmodulierte Trägerwelle für den Mittelwellenbereich mit $f = 1000 \text{ kHz}$ und einer Modulationsfrequenz von $f_T = 10 \text{ kHz}$ belegt damit den Frequenzbereich von 990 kHz bis 1010 kHz . Damit passen in das Frequenzband eines Sendebereiches nicht beliebig viele Sender. Außerdem muss zwischen den einzelnen Sendern ein Sicherheitsabstand der Frequenzen eingehalten werden, damit sich die Sender nicht gegenseitig stören.

Sollen digitale Signale übertragen werden, so moduliert man die Amplitude des Trägersignals so, dass seine Amplitude zwischen zwei Werten schwankt. Die Amplitude 1 entspricht z.B. dem Bit-Wert 1, die Amplitude 0,5 dem Bit-Wert 0. Für die Bitfolge 10110 erhält man so Abb. 1b.

Da beim digitalen Fernsehen oder bei Audio-Stereoübertragungen eine riesige Datenmenge anfällt, haben die Elektrotechniker die Amplitudenmodulation zur Quadraturamplitudenmodulation QAM erweitert. Es werden zwei Trägersignale gleicher Frequenz abgestrahlt, die gegeneinander um 90° phasenverschoben sind. Beide Trägerschwingungen werden mit einem Teil der Datenmenge moduliert. Anschließend werden sie zu einem Signal gemischt, gesendet und im Empfänger durch einen speziellen Demodulator wieder getrennt, um die beiden niederfrequenten Informationssignale zurück zu gewinnen. Mathematisch kann man die QAM im analogen Fall wie folgt beschreiben:

$$A(t) = (A_0 + A_{T1} \sin(2\pi f_{T1} t)) * \cos(2\pi f t) \\ - (A_0 + A_{T2} \sin(2\pi f_{T2} t)) * \sin(2\pi f t).$$

Darin bedeuten:

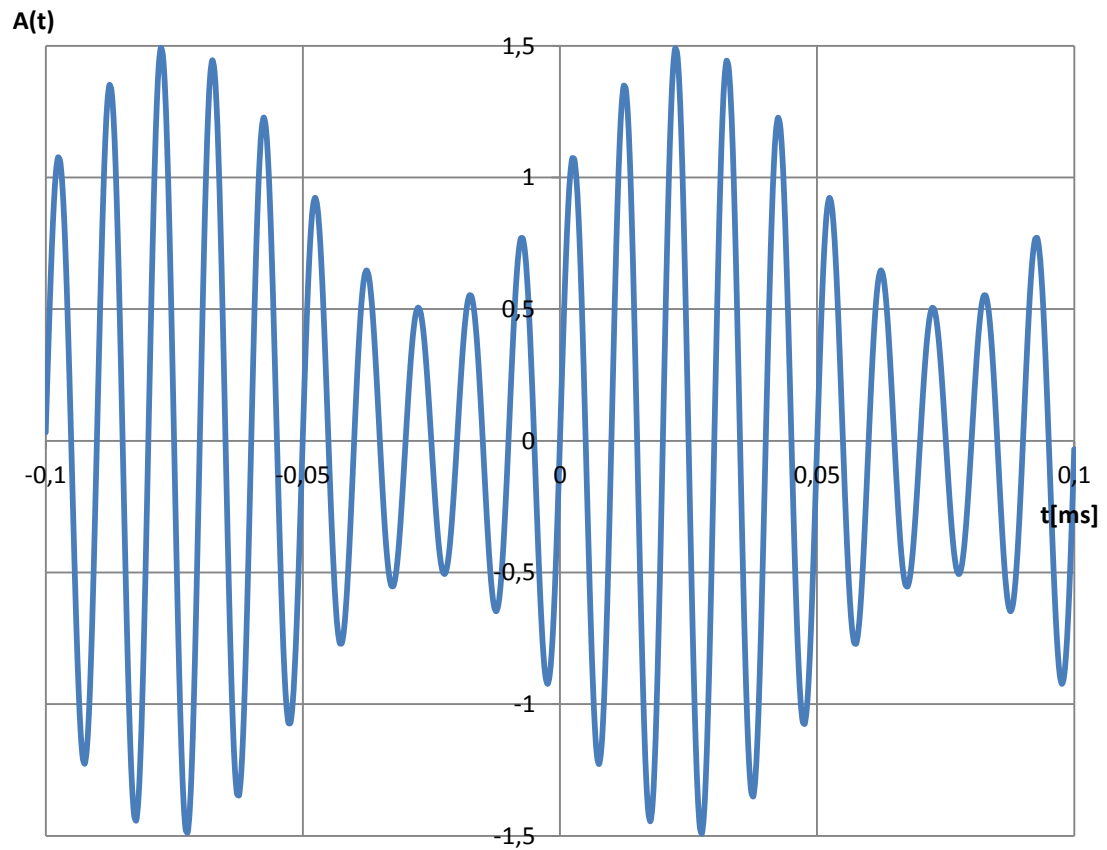


Abb.1a: Analoge Amplitudenmodulation

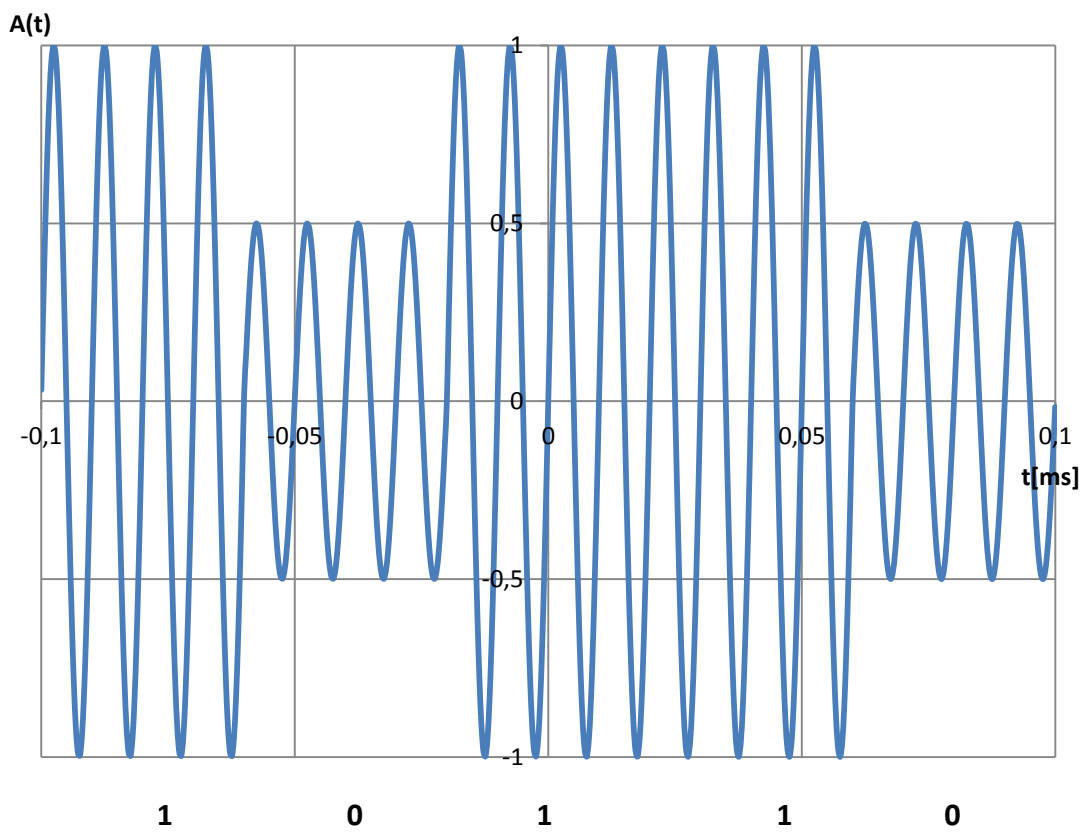


Abb.1b: Digitale Amplitudenmodulation

$A(t)$: momentane Elongation des Gesamtsignals

A_0 : Amplitude der Trägerschwingung

f : Frequenz der Trägerschwingung

t : Zeit

f_{T1} : 1. Modulationsfrequenz

f_{T2} : 2. Modulationsfrequenz

A_{T1} : Amplitude der 1. Tonfrequenz

A_{T2} : Amplitude der 2. Tonfrequenz.

Wertet man diese Funktion mit Excel z.B. für folgende Werte

$$f = 100 \text{ kHz}, A_0 = 1, f_{T1} = 10 \text{ kHz}, f_{T2} = 20 \text{ kHz}, A_{T1} = A_{T2} = 0,5$$

graphisch aus, so erhält man die Kurve in Abb. 2a. Überträgt man per Quadraturamplitudenmodulation ein digitales Signal, z.B. auf dem 1. Trägerkanal die Bitfolge 10110 und auf dem 2. Kanal die Bitfolge 11010, so erhält man mit Excel die Kurve in Abb. 2b. Dabei wurde dem Bit-Wert 1 der Amplitudenwert 1 und der Bit-Wert 0 der Amplitudenwert 0,5 zugeordnet. Interessant ist der Phasensprung bei $t = -0,02\text{ms}$. Er markiert den Wechsel in den beiden Bitfolgen von 01 auf 10, wobei die Gesamtamplitude erhalten bleibt. Er macht deutlich, dass der Demodulator die genaue Phasenlage des Signals analysieren muss. Modulatoren für quadraturamplitudenmodulierte Signale weisen zwei Zweige auf, die sich in ihrer Phasenlage um 90° unterscheiden. Sie sind vom elektronischen Aufbau erheblich aufwendiger als Demodulatoren für einfache amplitudenmodulierte Signale³⁾. Häufig werden die einzelnen Bits einer Binärzahl jeweils durch ein eigenes Amplitudenmuster codiert. Oft werden sie auch in Bitfolgen zusammengefasst, wobei sich die einzelnen Folgen nur in einem Bit voneinander unterscheiden. Jeder Bitfolge wird dann ein Amplitudenmuster zugeordnet. Je nach Anzahl der verwendeten Muster unterscheidet man QAM-64 oder QAM-256 usw.

Die analoge Frequenzmodulation lässt sich bei sinus- bzw. cosinusförmigem Verlauf der Signale mathematisch mit folgender Formel beschreiben:

$$A(t) = A_0 \sin(2\pi f_M * t)$$

mit

$$f_M = f + A_T \cos(2\pi f_T * t).$$

Darin bedeuten:

$A(t)$: momentane Elongation des Gesamtsignals

A_0 : Amplitude der Trägerschwingung

f : Frequenz der Trägerschwingung

f_M : Modulationsfrequenz

t : Zeit

A_T : Amplitude der Tonfrequenz in Hz

f_T : Tonfrequenz.

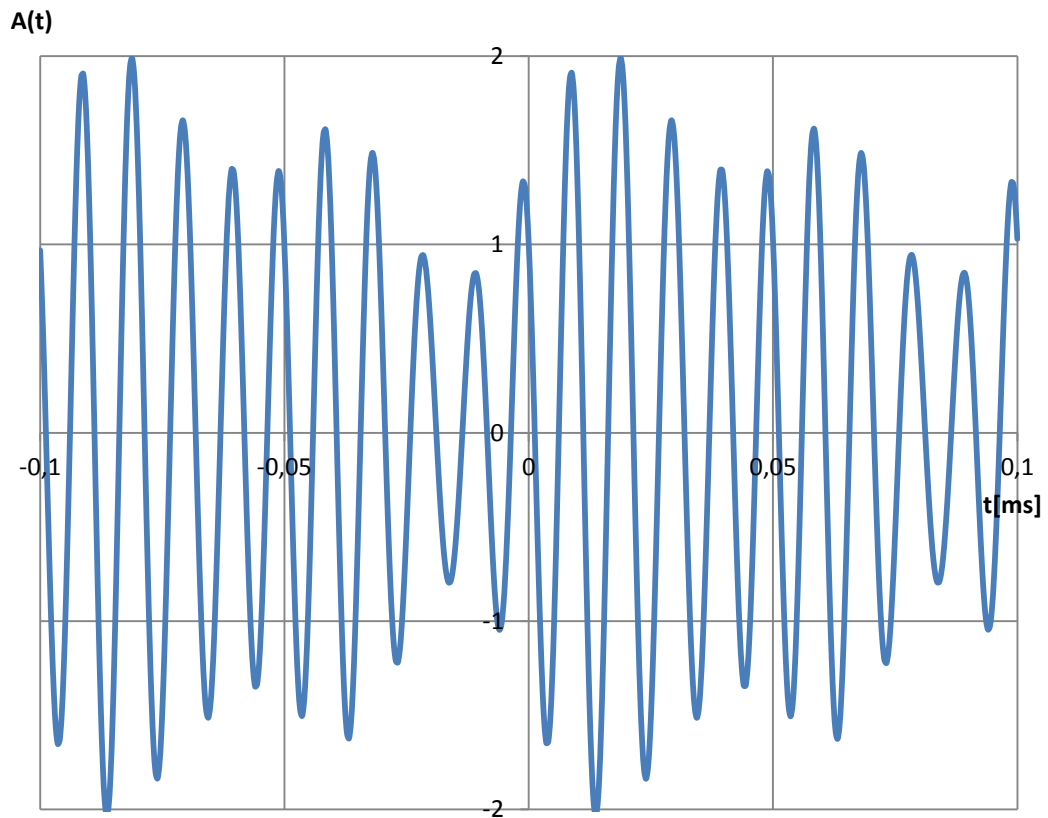


Abb. 2a: Analoge Quadraturamplitudenmodulation

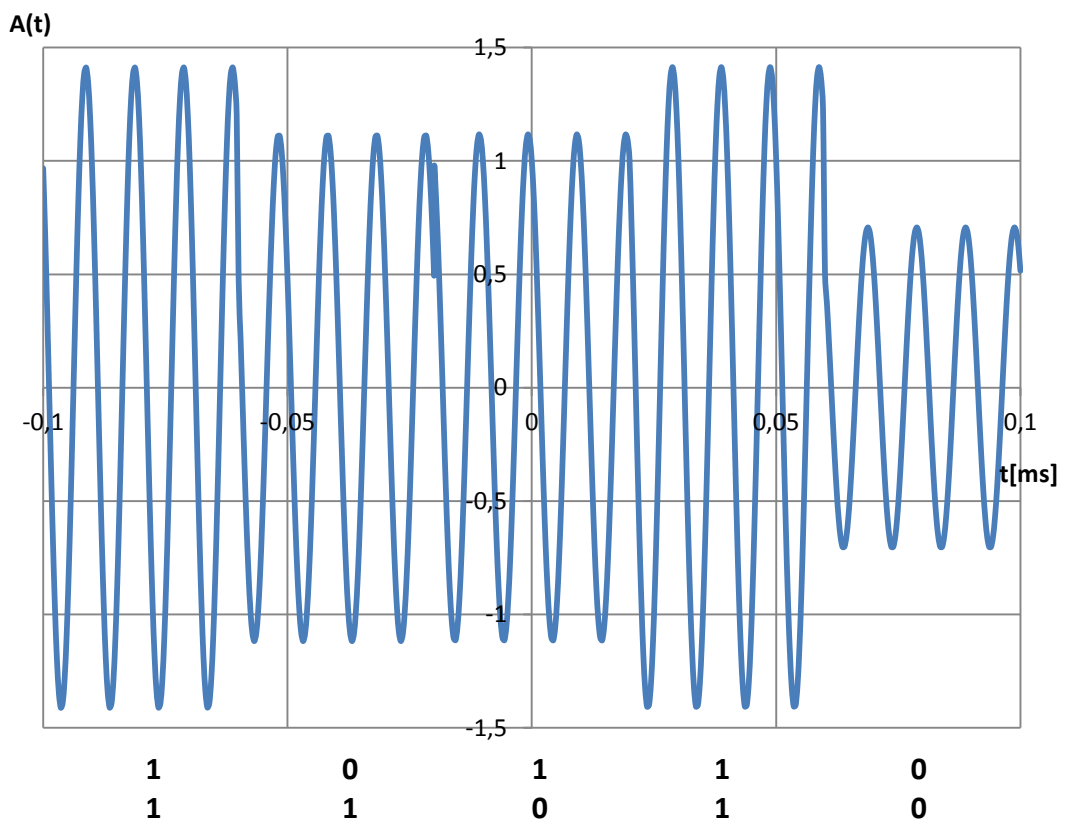


Abb.2b: Digitale Quadraturamplitudenmodulation

Wertet man die Funktion mit Excel z.B. für folgende Werte

$$f = 100 \text{ kHz}, f_T = 10 \text{ kHz}, A_0 = 1, A_T = 20 \text{ kHz}$$

graphisch aus, so erhält man die Kurve in Abb. 3a. Die Frequenz der modulierten Schwingung schwankt zwischen $f + A_T$ und $f - A_T$. Sie belegt damit wie bei der amplitudenmodulierten Schwingung nicht eine einzelne Frequenz, sondern ein Frequenzband, weshalb auch hier in einen Frequenzbereich wie etwa UKW von 88 - 108 MHz nicht beliebig viele Sender passen. Da die Frequenz bei Radiosendern jedoch nur im Bereich von etwa ± 10 kHz schwankt, können zahlreiche Sender in den Bereich gelegt werden, ohne sich zu überschneiden. Durch Frequenzmodulation kann man auch digitale Informationen übertragen. Dann springt die Frequenz des Trägersignals zwischen zwei Werten hin und her. Für die Bitfolge 10110 ergibt sich Abb. 3b. Auch bei Frequenzmodulation kann man zwei Signale gleichzeitig über zwei parallele Kanäle gleicher Grundfrequenz, die um 90° phasenverschoben sind, übertragen. Man spricht dann von Quadraturfrequenzmodulation QFM.

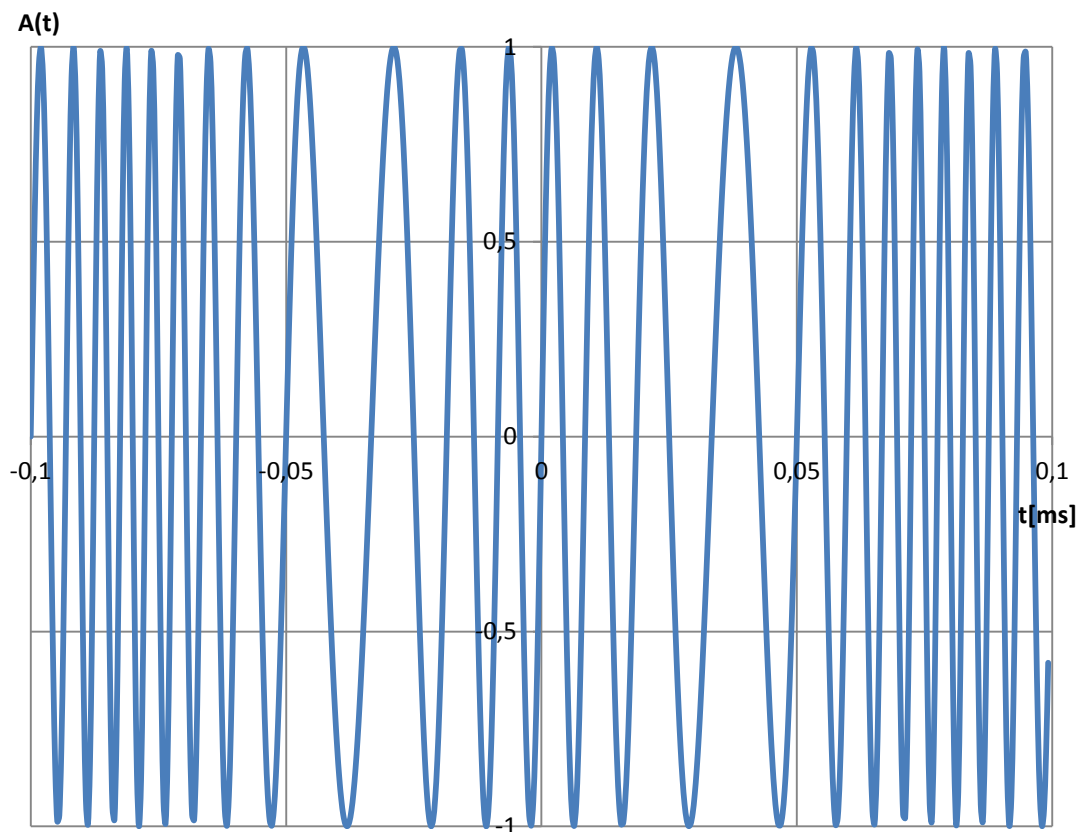


Abb.3a: Analoge Frequenzmodulation

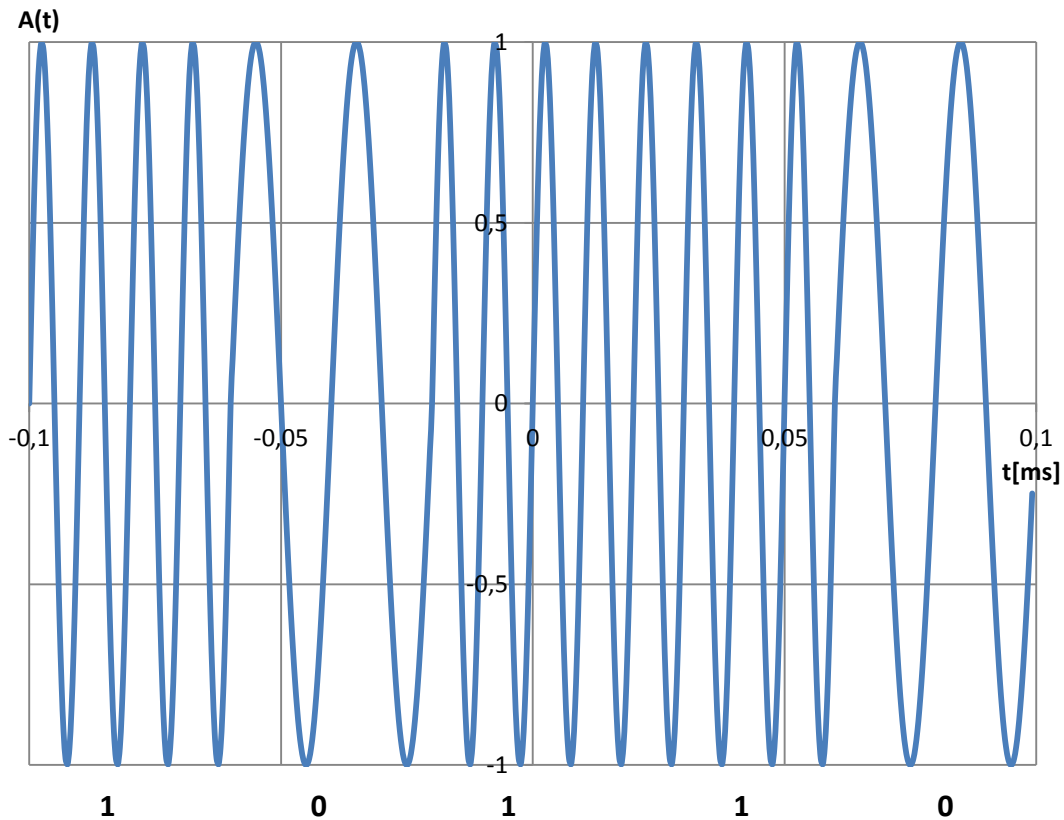


Abb.3b: Digitale Frequenzmodulation

2.5 Beugung

Stellt man in eine ebene räumlich begrenzte elektromagnetische Welle mit einheitlicher Frequenz eine schmale Spaltblende, deren Breite im Bereich der Wellenlänge der EM-Welle liegt, so beobachtet man hinter der Blende eine kreisförmige Wellenfront. Auf einem Schirm hinterlässt sie einen kreisförmigen Fleck, der einen größeren Durchmesser hat als das ursprüngliche Wellenbündel. Er ist rechts und links von Stellen umgeben, in denen man keine Teilwelle empfangen kann. Dazwischen liegen Stellen, an denen Empfang möglich ist. Diese Bereiche heißen Minima und Maxima. Man sagt, die EM-Welle wurde beim Durchgang durch die Blende gebeugt. Nach Huygens ist jeder Punkt des Spaltes Ausgangspunkt einer Elementarwelle, die sich überlagern und ein Interferenzmuster ergeben, das sich durch Maxima und Minima auszeichnet. Enthält die Blende mehrere Spaltöffnungen, so interferieren die Elementarwellen aller Spalte miteinander und ergeben ein anderes Interferenzmuster mit Maxima und Minima. Die Muster lassen sich berechnen, wenn man die Intensität der einzelnen Elementarwellen unter Berücksichtigung ihrer Phasenverschiebung addiert. Die Herleitung der so erhaltenen Formel findet man in vielen Hochschullehrbüchern²⁾. Das Ergebnis lautet:

$$I = I_0 * \left(\frac{\sin\left(\pi b \sin \frac{\alpha}{\lambda}\right) * \sin\left(\pi g \sin \frac{\alpha}{\lambda}\right)}{\pi b * \sin\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) * \sin\left(\pi g \sin \frac{\alpha}{\lambda}\right)} \right)^2.$$

Darin bedeuten:

I: Intensität in Abhängigkeit vom Beugungswinkel α

I_0 : Intensität bei $\alpha = 0^\circ$

b: Breite eines Spaltes in m

g: Abstand zweier Spalte in m

λ : Wellenlänge in m

n: Anzahl der Spalte.

Auswerten lässt sich die sehr komplizierte Formel nur mit Computerprogrammen, etwa Excel. Man kann für verschiedene Spaltanzahlen, Spaltbreiten, Spaltabstände und Wellenlängen die Intensitätsverteilung berechnen und graphisch darstellen, bei Bedarf auch für mehrere Wellenlängen gleichzeitig, etwa bei weißen Lichtquellen.

Mit einfachen geometrischen Überlegungen, wie man sie in jedem Physikoberstufenbuch¹⁾ findet, lassen sich Formeln herleiten für die Winkel, unter denen man Maxima und Minima beim Spalt, Doppelspalt und Gitter beobachtet. Sie werden in der Schule meist benutzt, um die Wellenlänge verschiedener EM-Wellen zu bestimmen. Die Überlegungen lassen sich am einfachsten am Beispiel des Doppelspaltes erläutern. Betrachten Sie dazu Abb.1.

Die Ziffern 1 und 2 bezeichnen die Wellennormalen der Elementarwellen, die von den Mitten der beiden Spalte ausgehen. Man liest ab:

$$\sin \alpha = \frac{s}{g}$$

$$\tan \alpha = \frac{z}{l}$$

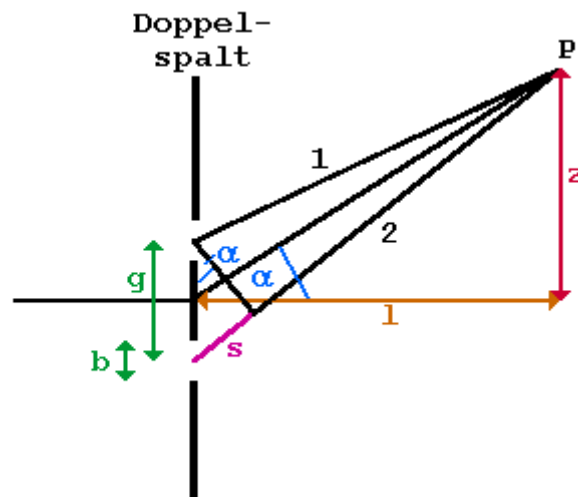


Abb.1: Beugung am Doppelspalt

Damit sich die beiden Elementarwellen im Punkt P verstärken, muss für ihren Gangunterschied s

$$s = k * \lambda$$

gelten mit

$$k = 0,1,2,3 \dots$$

Damit sie sich auslöschen, muss

$$s = \frac{(2k - 1) * \lambda}{2}$$

sein mit

$$k = 1,2,3 \dots$$

Für die anderen Elementarwellen der beiden Spalten gelten die gleichen Bedingungen, wenn man die jeweils passenden Elementarwellen beider Spalte miteinander kombiniert. Damit beobachtet man Maxima unter Winkeln α_k , für die gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{k * \lambda_k}{g}$$

$$\tan \alpha_k = \frac{z_k}{l}$$

und Minima unter Winkeln, für die gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{(2k - 1) * \lambda_k}{2 * g}$$

$$\tan \alpha_k = \frac{z_k}{l}.$$

Darin bedeuten:

α_k : Winkel des Nebenmaximums/Nebenminimums k. Ordnung

k: Ordnung des Nebenmaximums/Nebenminimums

λ : Wellenlänge

g: Gitterkonstante

z: Abstand des Nebenmaximums/Nebenminimums vom Hauptmaximum

l: Entfernung Gitter-Schirm.

Die Winkel, unter denen Maxima und Minima auftreten, hängen von der Wellenlänge der EM-Welle ab, wie die obigen Formeln zeigen. Daher wird weißes Licht bei Beugung und Interferenz am Doppelspalt in seine Farben aufgespalten. Nur das Hauptmaximum erscheint weiß, da sich dort alle Farben überlagern. Je größer die Wellenlänge der Welle, umso stärker wird sie gebeugt. Die gleichen Formeln ergeben sich für die Beugung an einem Gitter aus einer Vielzahl von Spalten.

Beugung tritt auch auf, wenn eine schmale ebene EM-Welle an einem Gegenstand mit schmalen Stegen, die wie bei einer CD nahe beieinanderliegen, reflektiert wird. Es gelten die gleichen mathematischen Gesetze wie bei der Beugung an einem Transparenzgitter. Nach

Huygens breiten sich die Elementarwellen in alle Richtungen aus, also auch rückwärts in Richtung des einfallenden Strahles. Daher beobachtet man bei einem durchscheinenden Gitter aus Glas ein Transparenz- und ein Reflexionsspektrum.

Für die Beugung an einem Spalt oder einem Steg erhält man in ähnlicher Weise folgende Bedingungen für die Nebenmaxima

$$\sin \alpha_k = \frac{(2k + 1) * \lambda_k}{2 * g}$$

$$\tan \alpha_k = \frac{z_k}{l}.$$

und für die Minima:

$$\sin \alpha_k = \frac{k * \lambda_k}{g}$$

$$\tan \alpha_k = \frac{z_k}{l}$$

mit

$$k = 1, 2, 3 \dots$$

Nebenmaxima und Minima treten auf, weil jeder Punkt des Spaltes Elementarwellen aussendet, die im Punkt P einen Gangunterschied aufweisen und sich daher verstärken oder auslöschen können. Zusätzlich beobachtet man unter 0° das Hauptmaximum, da der Gangunterschied bei diesem Winkel für alle Elementarwellen null beträgt.

Bei kreisrunden Blendenöffnungen beobachtet man Beugungs- und Interferenzphänomene in Form von Ringen, weil das Loch rotationssymmetrisch ist. Ein heller weißer Fleck in der Mitte bildet das Hauptmaximum, das für alle Wellenlängen an der gleichen Stelle liegt. Die einzelnen Farben überlagern sich zu weiß. Für alle Nebenmaxima und Nebenminima sind die Winkel α_k , unter denen sie auftreten, von der Wellenlänge abhängig. Für die ersten drei Minima gilt mit r als Durchmesser der kreisförmigen Öffnung und λ als Wellenlänge³⁾:

$$\sin \alpha_1 = 0,61 * \frac{\lambda}{r}$$

$$\sin \alpha_2 = 1,116 * \frac{\lambda}{r}$$

$$\sin \alpha_3 = 1,619 * \frac{\lambda}{r}.$$

Die Maxima liegen dazwischen bei Winkeln, für die gilt:

$$\sin \alpha_1 = 0,819 * \frac{\lambda}{r}$$

$$\sin \alpha_2 = 1,346 * \frac{\lambda}{r}$$

$$\sin \alpha_3 = 1,85 * \frac{\lambda}{r}.$$

Die Beugungsordnung ist keine ganze Zahl mehr. Die Beugungswinkel für eine kreisrunde Öffnung sind etwas größer als die für einen Spalt. Die Formeln erhält man, wenn man über alle Elementarwellen der Kreisscheibe integriert. Die Rechnung ist sehr aufwändig und mathematisch anspruchsvoll.

2.6 Stehende Wellen

Eine stehende Welle entsteht, wenn sich eine hin- und eine rücklaufende Welle überlagern. Die rücklaufende Welle kann dabei durch Reflexion der hinlaufenden Welle an einem Hindernis erzeugt werden. Eine stehende Welle zeichnet sich dadurch aus, dass es entlang des Ausbreitungsweges ortsfeste Stellen dauerhafter Ruhe bzw. dauerhafter Bewegung gibt. In der Abb.1 ist die hinlaufende Welle blau, die rücklaufende rot und die resultierende stehende Welle grün eingezeichnet. Die Stellen ständiger Ruhe nennt man die Knoten der stehenden Welle, die Orte ständiger Bewegung Bäuche. Die Entfernung zweier Knoten bzw. zweier Bäuche entspricht der halben Wellenlänge. Daher benutzt man stehende Wellen gerne, um die Wellenlänge einer unbekannten Welle zu bestimmen. Kennt man zusätzlich die Frequenz, so kann man mit der Grundgleichung auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit errechnen. Mathematisch kann man eine stehende Welle folgendermaßen beschreiben:

Hinwelle:

$$s_1(t, x) = s_0 * \sin(\omega * t - k * x)$$

Rückwelle:

$$s_2(t, x) = s_0 * \sin(\omega * t + k * x).$$

Für die **stehende Welle** gilt mit dem Additionstheorem:

$$\begin{aligned} s(t, x) &= s_1(t, x) + s_2(t, x) \\ &= 2 * s_0 * \cos(k * x) * \sin(\omega * t) \\ &= s(x) * \sin(\omega * t). \end{aligned}$$

Diese Gleichung beschreibt eine sinusförmige Schwingung, deren Amplitude cosinusförmig vom Ort abhängt. Das bedeutet: Es gibt Orte x, an denen die Amplitude und damit die Elongation dauerhaft null ist und Stellen, an denen die Schwinger mit der doppelten Amplitude der Ausgangswelle schwingen (s. Abb.1). Eine stehende Welle erhöht die Intensität der Welle. Stehende Welle kann man erzeugen, in dem man eine Metallwand mit einem Mikrowellensender anstrahlt. Die Intensität der Welle zwischen Quelle und Wand registriert man mit einem Empfangsdipol. Stehende Wellen werden im Laser ausgenutzt, um die Intensität des Lichtes zu erhöhen. In ihm wird ein Wellenzug durch stimulierte Emission ausge-

sendet und zwischen zwei Spiegeln mehrfach hin und her reflektiert. So entsteht ein monochromatischer Wellenzug hoher Intensität mit großer Kohärenzlänge.

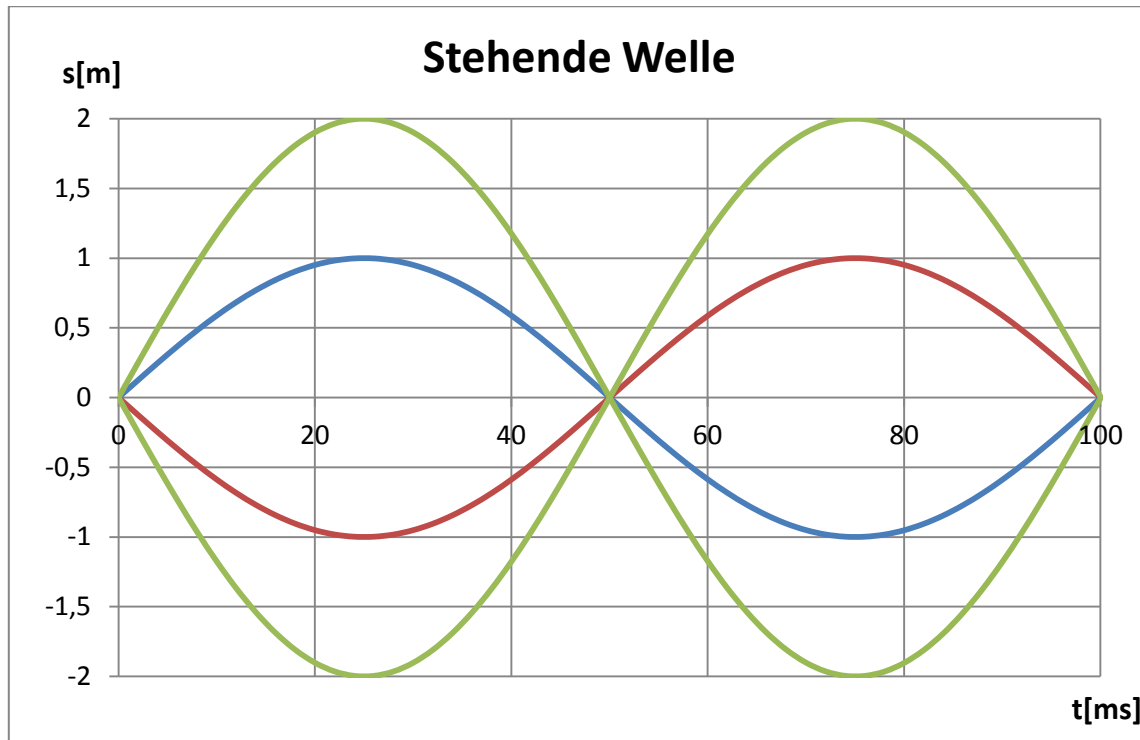


Abb.1: stehende Welle

2.7 Dopplereffekt

Elektromagnetische Wellen benötigen zur Ausbreitung kein Trägermedium. Außerdem breitet sich die EM-Welle relativ zum Sender und Empfänger stets mit der gleichen Geschwindigkeit c aus. Man muss folglich die gleiche Formel für den Dopplereffekt erhalten, unabhängig davon, ob sich der Sender oder der Empfänger bewegt. Überträgt man die Formeln des akustischen Dopplereffektes auf EM-Wellen, so muss man in beiden Fällen die relativistische Zeitdilatation beachten. Im Fall des bewegten Senders geht die Uhr des Senders langsamer, die des Empfängers schneller. Er registriert daher eine kleinere Frequenz f_S des Senders, für die gilt:

$$f_S = f_0 * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

mit f_0 als Frequenz im Ruhesystem der EM-Quelle. Setzt man diese Frequenz in die bekannte Dopplerformel

$$f_E = f_S * \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

für einen bewegten Sender ein, so erhält man für die Frequenz f_E , die der Empfänger misst:

$$f_E = f_0 * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} * \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$= f_0 * \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}.$$

Bewegt sich der Empfänger, so geht seine Uhr langsamer, die des Senders schneller. Er registriert daher eine größere Frequenz f_S des Senders, für die gilt:

$$f_S = f_0 * \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Mit der bekannten Dopplerformel für einen bewegten Empfänger

$$f_E = f_S * \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

ergibt sich insgesamt für die Frequenz f_E des Empfängers:

$$f_E = f_0 * \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} * \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$= f_0 * \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}.$$

In beiden Fällen gilt die gleiche Formel für die empfangene Frequenz f_E . Nähern sich Sender und Empfänger an, so ist v negativ und damit die vom Empfänger registrierte Frequenz f_E größer als die Ruhefrequenz f . Entfernen sie sich voneinander, so ist v positiv und die empfangene Frequenz f_E kleiner als die Ruhefrequenz f . Ersetzt man in den obigen Formeln die Frequenzen durch die Wellenlängen, so erhält man:

$$\lambda_E = \lambda_0 * \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (1).$$

Mit Hilfe des Dopplereffektes bestimmt man in der Astronomie die Fluchtgeschwindigkeiten der Gestirne. Das Universum dehnt sich seit dem Urknall ständig aus, so dass sich alle Himmelskörper von uns entfernen. Dabei gibt man die Verschiebung z der Wellenlängen als Quotienten aus der Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ und der Ruhewellenlänge λ_0 an. In Tabellen findet man so findet den Wert z , für den gilt:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_E - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda_E}{\lambda_0} - 1.$$

Berücksichtigt man die Definition von z in Gleichung (1), so erhält

$$\sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} = z + 1.$$

Aus dieser Formel folgt nach einigen mathematischen Umformungen für die Fluchtgeschwindigkeit v eines Himmelskörpers der Ausdruck

$$v = \frac{(z + 1)^2 - 1}{(z + 1)^2 + 1} * c.$$

E. Hubble fand zwischen den Fluchtgeschwindigkeiten der Himmelskörper und ihrer Entfernung zur Erde die proportionale Beziehung

$$v = H * r.$$

Für den Proportionalitätsfaktor, den man auch als Hubble-Konstante H bezeichnet, gilt nach heutigem Stand

$$H = 2,33 * 10^{-18} (1/s).$$

Somit kann man aus der Rotverschiebung z eines Himmelskörpers nicht nur dessen Fluchtgeschwindigkeit v , sondern auch seine Entfernung r von der Erde ermitteln.

2.8 Polarisation

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen. Die elektrischen und magnetischen Feldvektoren stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung und senkrecht zueinander. Dies lässt sich zeigen, in dem man einen Metallstab in eine hochfrequente EM-Welle hält. Der Anteil des elektrischen Feldes, der parallel zu den Stäben verläuft, setzt die Elektronen in ihnen in Bewegung. Sie schwingen mit einer Phasenverschiebung von 180° gegenüber der einfallenden Welle, da die Resonanzfrequenz des Stabes wegen seiner Länge sehr viel kleiner ist als die Frequenz der Erregerwelle. Sie strahlen eine elektromagnetische Welle mit einem Gangunterschied von $\lambda/2$ zur ursprünglichen Welle ab. Hinter dem Stab löschen sich beide aus. Vor dem Stab bildet sich eine reflektierte Welle. Der senkrecht zum Stab schwingende Anteil des E-Vektors kann den Metallstab ungestört passieren, da er keine Energie an die

Elektronen übertragen kann. Hinter einem Metallstab hat man daher eine linear polarisierte Welle, deren E-Vektor senkrecht zum Metallstab schwingt. Bringt man ins Feld einen zweiten Metallstab senkrecht zum ersten, so wird die Welle hinter den beiden Stäben komplett ausgelöscht. Sie wird vollständig reflektiert, an jedem der beiden Stäbe eine Teilwelle. Das Gleiche geschieht an einer Metallwand. Wären EM-Wellen Longitudinalwelle, so könnten sie, unabhängig von der Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes die Elektronen in einem Stab, der senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht, nicht zum Schwingen anregen. Sie würden die beiden Stäbe ungeschwächt passieren. Überlagert man zwei linear polarisierte Wellen, deren E-Felder senkrecht aufeinander stehen und um 90° phasenverschoben zueinander sind, so ergeben sie insgesamt eine zirkular polarisierte Welle, deren E-Vektor auf einem Kreis umläuft. Mathematisch gilt in diesem Fall:

$$E_x = E_0 * \sin(2\pi f * t)$$

$$E_y = E_0 * \cos(2\pi f * t)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_0^2 * (\sin^2(2\pi f * t) + \cos^2(2\pi f * t))} = E_0.$$

Darin bedeuten:

E_x : Komponente des E-Feldes in x-Richtung
 E_y : Komponente des E-Feldes in y-Richtung
 E_0 : Amplitude der beiden Teilwellen
 E : momentaner Wert des gesamten E-Feldes
 f : Frequenz des E-Feldes
 t : Zeit.

Stellt man zwei Polarisationsfilter, im Folgenden als Polarisator und Analysator bezeichnet, hintereinander auf, die einen Winkel α miteinander bilden (s. Abb.1), so passiert den zweiten Filter nur die Komponente E des E-Feldes, für die gilt:

$$E = E_0 * \cos\alpha.$$

Darin sind:

E : Komponente des E-Feldes nach dem Analysator
 E_0 : Komponente des E-Feldes nach dem Polarisator
 α : Winkel zwischen Polarisator und Analysator.

Da die Intensität einer Welle proportional zum Quadrat der Feldstärke ist, misst man hinter dem Analysator eine Intensität I , für die gilt:

$$I = I_0 * \cos^2\alpha.$$

Darin bedeuten:

I: Intensität hinter dem Analysator
 I_0 : Intensität hinter dem Polarisator.

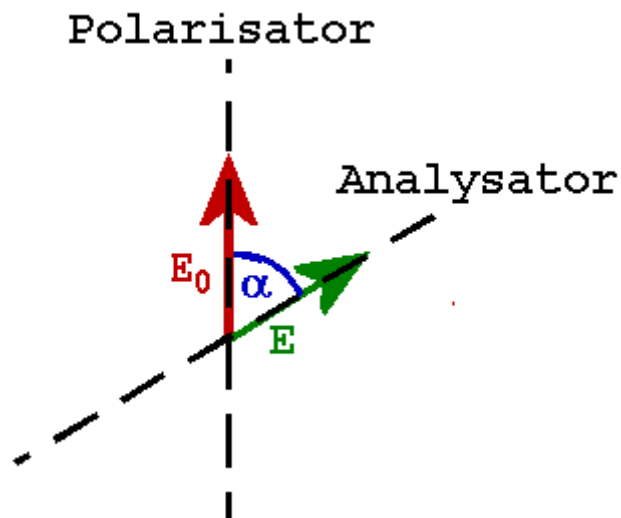


Abb.1: Zwei gekreuzte Polarisationsfilter

Stehen Analysator und Polarisator senkrecht aufeinander, so wird das einfallende Licht komplett absorbiert, da der Analysator die Feldkomponente, die der Polarisator durchgelassen hat, verschluckt. Bringt man zwischen beide eine Folie oder einen Stoff, der die Ebene des polarisierten Lichtes drehen kann, so besitzt das elektrische Feld vor dem Analysator eine Komponente, die ihn passieren kann. Dreht man ihn, bis kein Licht mehr durchgelassen wird, so weiß man, um welchen Winkel die Folie die Ebene des polarisierten Lichtes gedreht hat. Dieses Phänomen ist in der Chemie von größter Bedeutung. Kohlenstoffatome können grundsätzlich vier Bindungen zu Nachbaratomen eingehen. C-Atome, an die vier unterschiedliche Gruppen, auch Substituenten genannt, gebunden sind, nennt man asymmetrische C-Atome. Die Substituenten können räumlich um das C-Atom auf zwei verschiedene Weisen angeordnet sein, die sich nicht durch Drehung im Raum ineinander überführen lassen. Sie verhalten sich wie rechte und linke Hand oder Bild und Spiegelbild. Moleküle, die ein asymmetrisches Kohlenstoffatom besitzen, kommen daher in zwei Modifikationen vor, die entweder als D- und L-Enantiomer oder nach einer anderen Namensgebung als R- und S-Enantiomer bezeichnet werden. Die Abkürzungen leiten sich von den lateinischen Begriffen für rechts dexter oder rectus und links laevis oder sinister ab. Die genauen Regeln beider Nomenklaturen sind recht kompliziert und können hier nicht im Einzelnen diskutiert werden. Gebräuchlicher ist die Benennung als D und L. Eine Modifikation der beiden dreht die Ebene des polarisierten Lichtes nach links im Gegenuhrzeigersinn, die andere nach rechts im Uhrzeigersinn. Die Bezeichnungen D/L bzw. R/S haben jedoch nichts mit dem wirklichen Drehsinn zu tun. Er wird durch ein Plus- oder Minuszeichen hinter D/ L bzw. R/S im Namen eingefügt. So sind Bezeichnungen wie R(+), D(+), S(+), L(+), S(-), L(-), R(-), D(-) möglich. Enthält ein Molekül zwei asymmetrische C-Atome, wie es häufig bei Zuckern der Fall ist, so ist eine weitere Unterklassifizierung nötig, z. B. in α - und β -Form. Die Größe des Drehwinkels α ist proportional zur Massenkonzentration c des Stoffes in der Lösung und zur Länge des Lichtweges durch die Lösung und damit zur Länge l der Messküvette. Es gilt:

$$\alpha = \alpha_s * c * l.$$

Darin ist α_s eine Stoffkonstante und wird als spezifisches Drehvermögen bezeichnet. Sein Wert und sein Vorzeichen hängen außerdem von der Temperatur, der Wellenlänge des Lichtes und vom verwendeten Lösungsmittel ab. Diese Größen müssen bei Tabellenwerten mit angegeben werden. Das spezifische Drehvermögen hat die Einheit

$$[\alpha_s] = \frac{grad * cm^3}{g * dm} = \frac{^\circ * ml}{g * dm},$$

da die Länge der Küvette l in dm und die Massenkonzentration c in g/cm^3 oder g/ml angegeben wird. Der Drehwinkel wird mit einem Polarimeter gemessen. Es besteht aus einer Lichtquelle, meist einer Na-Dampflampe, zwei Polarisatoren und einer Messküvette. (s. Abb. 2). Der erste Polarisator erzeugt aus dem Licht der Lichtquelle linear polarisiertes Licht, so dass der elektrische Feldvektor nur noch in eine Richtung schwingt. Der zweite Polarisator, auch Analysator genannt, steht zunächst senkrecht zum ersten. Er verschluckt das polarisierte Licht vollständig. Bringt man zwischen beide die Küvette mit der Lösung, so dreht sie die Ebene des polarisierten Lichtes um einen bestimmten Winkel α . Die Schwingungsrichtung des elektrischen Feldvektors steht nicht mehr senkrecht auf der Polarisationsrichtung des Analysators. Ein Teil des Lichtes kann ihn passieren. Nun dreht man den Analysator bis wieder Dunkelheit hinter ihm herrscht. Sein Drehwinkel entspricht dem Drehwinkel α , der von der Lösung verursacht wurde. Bei guten Polarimetern ist der Analysator in zwei Halbfelder unterteilt, eines ist starr und permanent dunkel, das andere drehbar und je nach Drehwinkel mehr oder weniger hell. Man dreht bei der Messung den Analysator so, dass beide Felder gleich dunkel erscheinen. Benutzt man eine geeichte Küvette, so kann man mit Hilfe des Drehwinkels einerseits den Stoff identifizieren, wenn man die Konzentration des Stoffes in der Lösung kennt oder bei bekanntem Stoff seine Konzentration bestimmen. Winzer nutzen diese Erscheinung, um den Zuckergehalt des Traubensaftes zu messen, der in Öechsle angegeben wird. Je höher er ist, umso mehr Alkohol kann sich bei der Gärung bilden. Dabei kommt ihnen zugute, dass natürlich vorkommende Zuckerlösungen wie Traubensaft nur eine der beiden Modifikationen aufweisen. Ansonsten wäre die Deutung des gemessenen Drehwinkels schwieriger. Viele andere natürliche Stoffe zeigen ebenfalls die Erscheinung der optischen Aktivität, wie Aminosäuren und Fruchtsäuren.

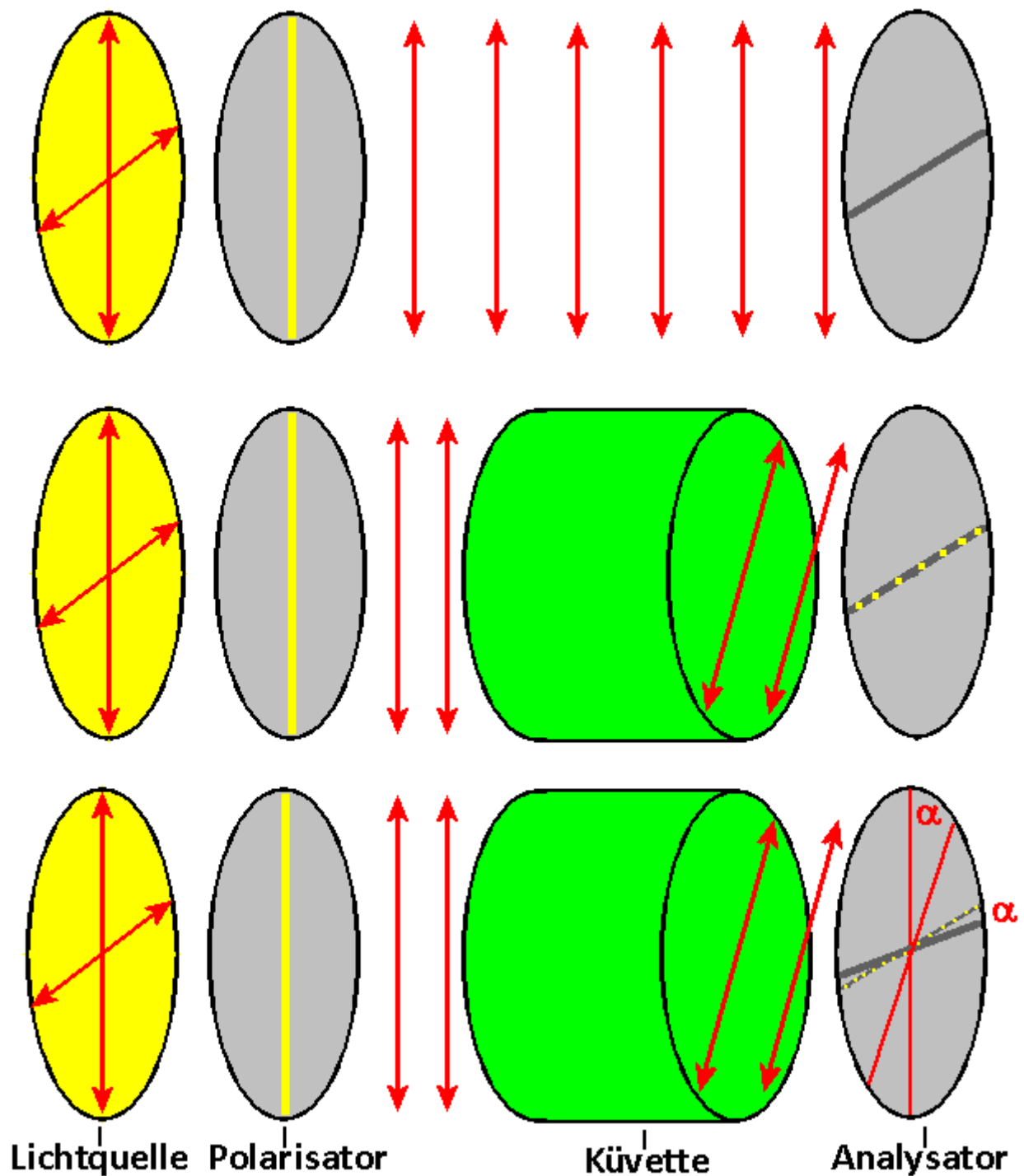


Abb.2: Polarimeter

Polarisation tritt auch auf, wenn ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen durchsichtigen Materialien wie Luft und Glas trifft. Der auftreffende Strahl regt die Moleküle an der Oberfläche zum Schwingen an, die ihrerseits EM-Wellen aussenden. Sie breiten sich sowohl in der Luft, als auch im Material aus. Ein Teil des Strahles wird gebrochen, ein Teil reflektiert (s. Abb. 3).

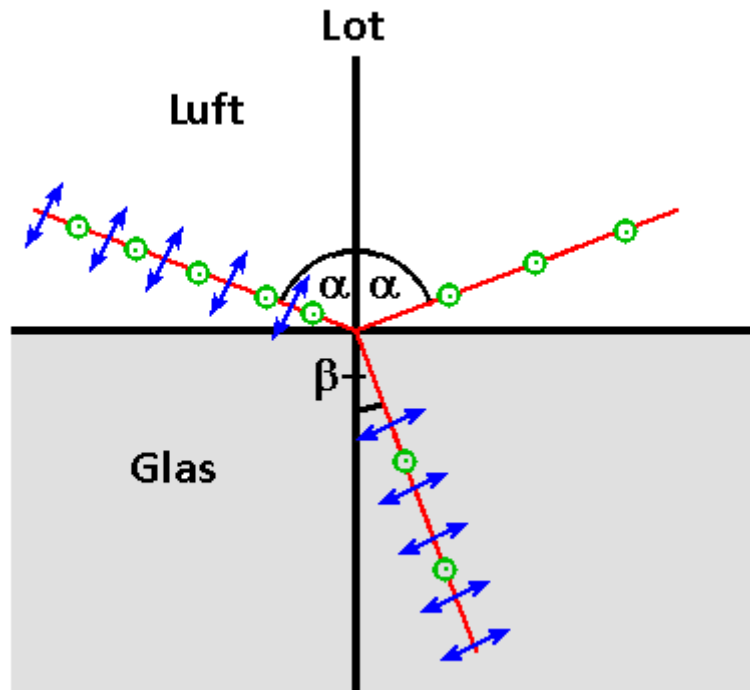


Abb.3: Brewsterwinkel

Die ausgesandten EM-Wellen schwingen in zwei Richtungen senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung, in der Zeichnung als blaue Pfeile in der Papierebene und grüne Kreise mit Punkten senkrecht zur Papierebene dargestellt. Stehen der gebrochene und der reflektierte Strahl senkrecht aufeinander, was bei einem bestimmten Einfallswinkel der Fall ist, so zeigt der blaue Feldvektor genau in Richtung der Ausbreitungsrichtung des reflektierten Strahles. Er müsste sich als Longitudinalwelle in der Luft ausbreiten. Da Licht aber eine Transversalwelle ist, kann der reflektierte Strahl keine Anteile des elektrischen Feldvektors enthalten, der in der Papierebene schwingt. Der reflektierte Strahl ist vollkommen linear polarisiert senkrecht zur Papierebene. Im gebrochenen Strahl überwiegt der Anteil des elektrischen Feldvektors, der in der Papierebene liegt. Er enthält aber auch einen Teil des elektrischen Feldvektors senkrecht zur Papierebene schwingt. Er ist teilpolarisiert. Der Einfallswinkel α_B , nach seinem Entdecker Brewsterwinkel genannt, bei dem diese Erscheinung auftritt, lässt sich aus dem Brechungsgesetz herleiten. Es gilt:

$$n = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta_B} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin(90^\circ - \alpha_B)} = \tan \alpha_B.$$

3. Versuche

3.1 Eigenschaften

Die Geschwindigkeit der EM-Wellen lässt sich auf dreierlei Art messen, einmal mit Lichtwellen, zum zweiten mit Mikrowellen und zum dritten mit Funkwellen. Für alle drei Versuche gibt es von den Lehrmittelfirmen fertige Versuchsaapparaturen.

Versuch 1:

Aufbau und Geräte:

Man benötigt beim 1. Verfahren den Versuchsaufbau etwa der Firma Leybold nach Abb.1.

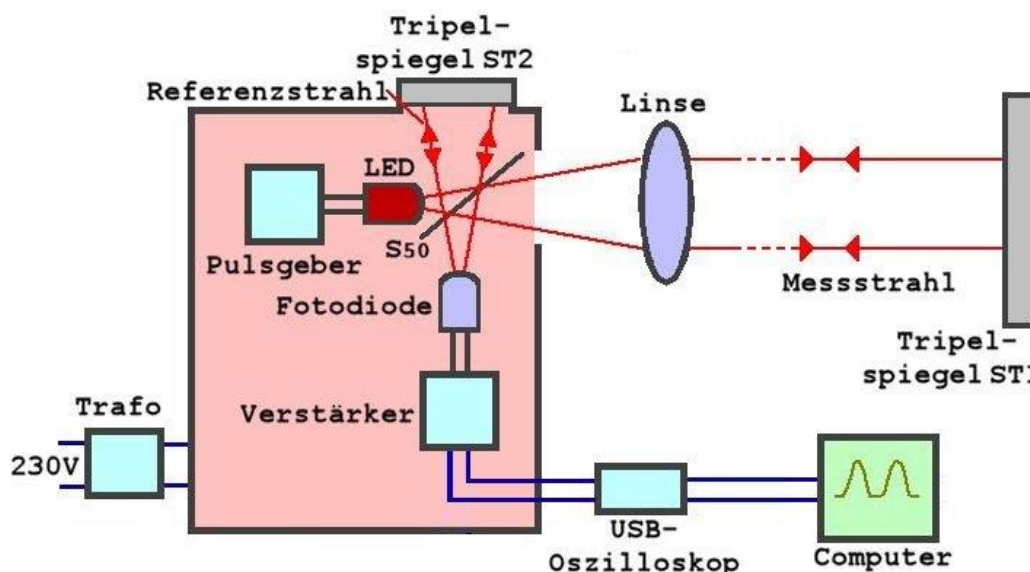


Abb.1: Lichtgeschwindigkeitsmessung mit LED

Eine rote LED sendet regelmäßig sehr kurze Lichtimpulse aus. An einem halbdurchlässigen Spiegel S₅₀ werden sie in einen Messstrahl nach rechts und einen Referenzstrahl nach oben aufgeteilt. Mit einer Linse der Brennweite $f = 200 \text{ mm}$ wird der Messstrahl gebündelt. Beide Teilstrahlen werden an je einem Tripelspiegel ST1 bzw. ST2 reflektiert und im Spiegel S₅₀ zur Fotodiode gelenkt. Der Messstrahl legt einen um s längeren Weg zurück. Die Spannungsimpulse in der Fotodiode werden verstärkt und mit einem USB-Oszilloskop gespeichert. So können die Schülerinnen und Schüler den Versuch selbstständig auswerten. Den realen Versuchsaufbau entnehmen Sie Abb. 2. Dabei muss beim Messen der Abstand zwischen Linse und Tripelspiegel ST1 erheblich vergrößert werden.

Beobachtung:

Die reflektierten Pulse treffen nach dem Durchgang durch den halbdurchlässigen Spiegel auf eine Fotodiode und liefern nacheinander einen Spannungsimpuls. An einem klassischen Oszilloskop oder USB-Oszilloskop kann man zwischen den beiden Pulsspitzen den Unterschied in der Laufzeit Δt ablesen. Abb.3 zeigt die mit einem USB-Oszilloskop erhaltene Messkurve.

Auswertung:

Für die Lichtgeschwindigkeit erhält man:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{10,6 \text{ m}}{36,01 \text{ ns}} = 2,94 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

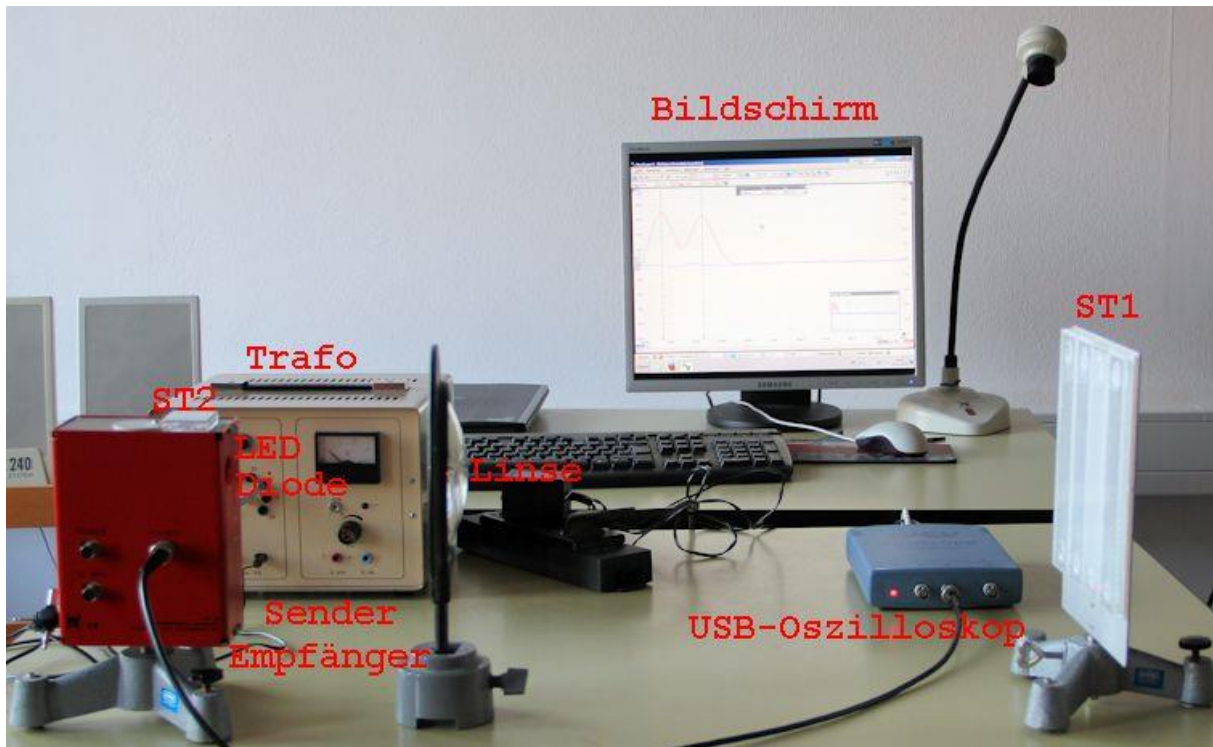


Abb.2: realer Versuchsaufbau

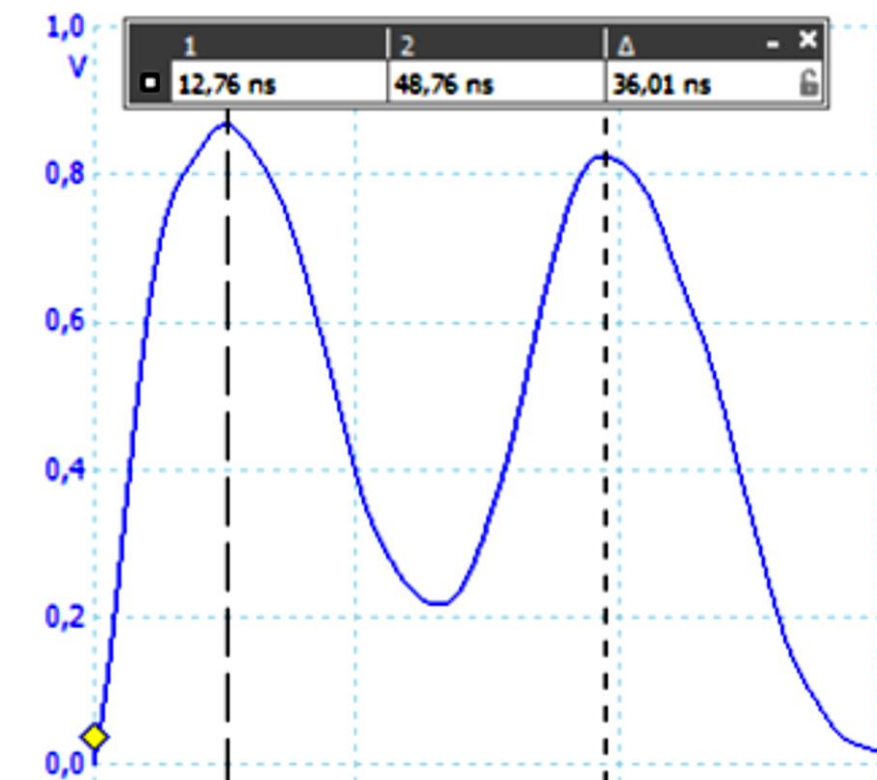


Abb.3: Messkurve mit einem USB-Oszilloskop

Beim 2. Verfahren zur Messung der Lichtgeschwindigkeit erzeugt man mit den EM-Wellen stehende Wellen. Nach Kapitel 2.6 haben die beobachteten Maxima bzw. Minima einen Abstand von $\lambda/2$. Kennt man außerdem die Frequenz des Senders, so kann man mit Hilfe der Grundgleichung der Wellenlehre die Geschwindigkeit ermitteln.

Versuch 2:

Aufbau und Geräte:

Man benötigt einen Mikrowellensender mit $f = 10,7 \text{ GHz}$, auch Klystron genannt, eine Metallwand und einen Empfangsdipol mit Voltmeter oder einem NF-Verstärker mit Lautsprecher. Den genauen Aufbau entnehmen Sie Abb. 4.

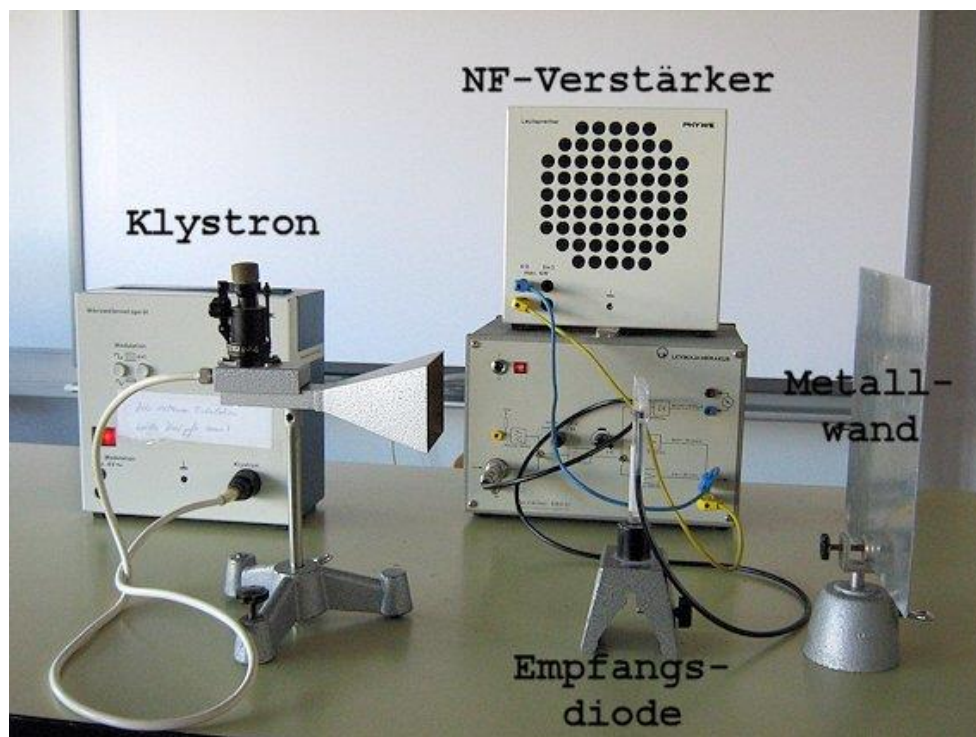


Abb. 4: Bestimmung der Geschwindigkeit von Mikrowellen

Durchführung:

Man richtet das Klystron im Abstand von etwa 30 cm auf die Metallwand. Mit dem Empfangsdipol fährt man den Bereich zwischen beiden ab und beobachtet am Voltmeter Maxima und Minima. Schließt man an den Empfänger einen NF-Verstärker und einen Lautsprecher an, so hört man die Modulationsfrequenz und kann so die Stellen der Maxima und Minima akustisch orten. Man bestimmt den Abstand von z.B. zehn Maxima.

Beobachtung:

Man erhält

$$s = 14 \text{ cm.}$$

Auswertung:

Mit den Überlegungen aus Kapitel 2.6 errechnet man die Wellenlänge:

$$\lambda = 14 \text{ cm} * \frac{2}{10} = 2,8 \text{ cm}.$$

Damit erhält man für die Geschwindigkeit der EM-Wellen:

$$c = \lambda * f = 0,028 \text{ m} * 1,07 * 10^{10} \text{ Hz} = 2,996 * 10^8 \text{ m/s}.$$

Alle EM-Wellen haben in Luft bzw. genau genommen im Vakuum die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit, unabhängig von ihrer Frequenz. In anderen Stoffen ist sie kleiner, wie der folgende Versuch zeigt.

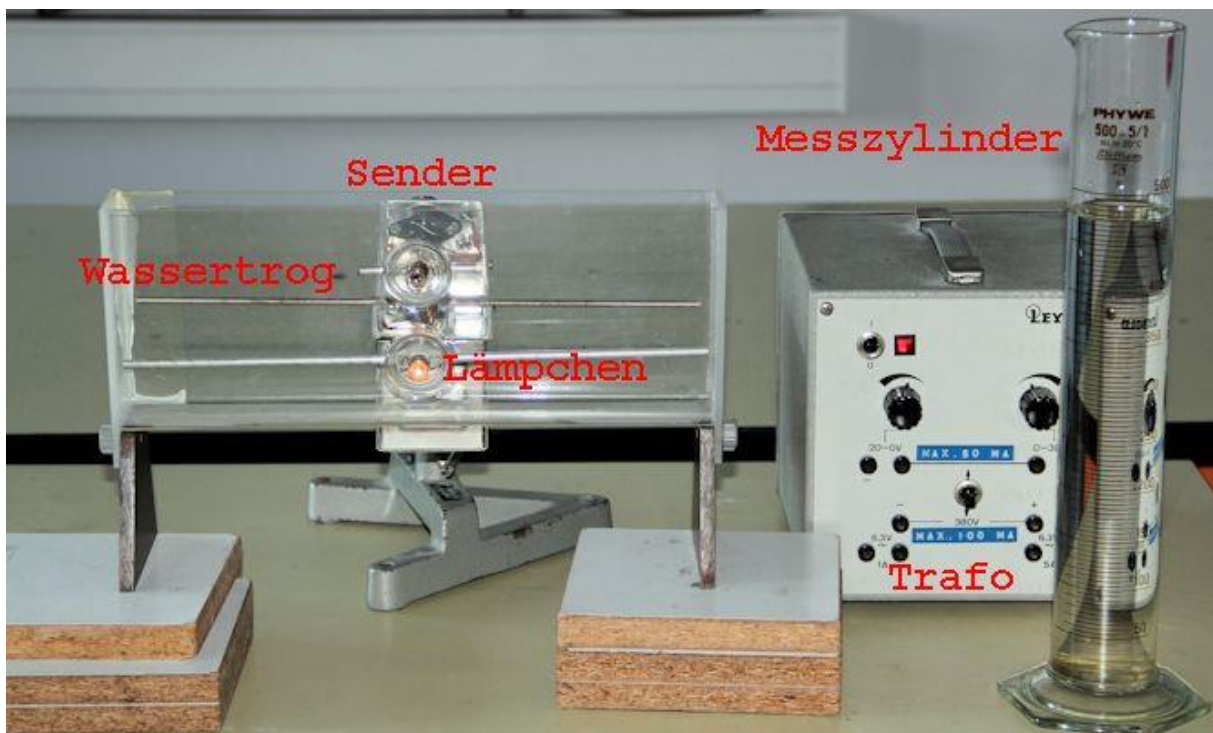


Abb. 5: Bestimmung der Geschwindigkeit von Funkwellen

Versuch 3:

Aufbau und Geräte:

Man benötigt einen EM-Wellen-Sender mit $f = 487 \text{ MHz}$ mit einer passenden Sendeantenne, einen Wassertrog mit zwei auf Luft bzw. Wasser abgestimmten Empfangsantennen, in die zwei Lämpchen eingebaut sind (s. Abb. 5).

Durchführung:

Man schaltet den Sender ein und stellt den Empfangstrog so auf, dass das Empfangslämpchen an der Antenne für Luft leuchtet. Dann füllt man den Trog mit Wasser.

Beobachtung:

Das Lämpchen an der längeren Empfangsantenne erlischt, das an der kürzeren Antenne leuchtet auf. Die längere hat eine Länge $l_1 = 31 \text{ cm}$, die kürzere $l_2 = 6 \text{ cm}$.

Auswertung:

In der Antenne bildet sich jeweils eine stehende Welle aus mit einer Wellenlänge von

$$\lambda = 2 * l.$$

Damit erhält man für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der EM-Wellen in Luft

$$\begin{aligned}c(Luft) &= \lambda * f \\&= 2 * l * f \\&= 2 * 0,31 \text{ m} * 4,87 * 10^8 \text{ Hz} \\&= 3,02 * 10^8 \text{ m/s}\end{aligned}$$

und in Wasser

$$\begin{aligned}c(Wasser) &= 2 * 0,06 \text{ m} * 4,87 * 10^8 \text{ Hz} \\&= 5,84 * 10^7 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Wasser besitzt eine Dielektrizitätszahl von $\epsilon_r = 81$. Damit sollte die Ausbreitungsgeschwindigkeit der EM-Wellen in Wasser nach Kapitel 2.1 nur

$$\begin{aligned}c(Wasser) &= \frac{c(Luft)}{\sqrt{81}} \\&= 3,33 * 10^7 \text{ m/s}\end{aligned}$$

betragen. Der gemessene Wert ist etwa doppelt so hoch und hängt außerdem von der Frequenz der EM-Welle ab, wie in Kapitel 3.3 gezeigt wird. Die angegebene Dielektrizitätszahl von 81 gilt nur für statische elektrische Felder.

In Kapitel 2.1 wurde erklärt, dass die Intensität einer punktförmigen Lichtquelle quadratisch mit der Entfernung r sinkt. Das lässt sich am besten mit einer High-Power-LED zeigen, die nahezu punktförmig ist.

Versuch 4:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt eine weiße 1 W High-Power-LED, ein Fotometer, ein Lineal und Stativmaterial. Man positioniert vor der LED mit dem Stativmaterial das Photometer in verschiedenen Entfernungen.

Durchführung:

Man misst mit dem Lineal die Entfernung r zwischen beiden und liest die Lichtintensität ab. Man führt den Versuch in einem abgedunkelten Raum aus, oder zieht von den Messwerten die Nullrate ab. Sie erhält man bei ausgeschalteter LED.

Beobachtung:

Man erhält die Messtabelle 1.

Auswertung:

Um die umgekehrt quadratische Abhängigkeit der Lichtstärke I vom Abstand r zwischen Lampe und Fotometer zu überprüfen, multipliziert man I mit r^2 und erhält so die Spalte 3 in Tabelle 1. Es ergibt sich eine Konstante, womit sich die Überlegungen aus Kapitel 2.1 bestätigen. Alternativ kann man die Messwerte auch mit Excel grafisch auswerten und auf eine

$1/r^2$ -Abhängigkeit überprüfen. Man erhält so Abb. 6, woraus sich die umgekehrt quadratische Abhängigkeit zwischen I und r ebenfalls ergibt.

$r[m]$	$I[Lx]$	$I \cdot r^2 [Lx \cdot m^2]$
0,1	1570	15,7
0,2	390	15,6
0,3	170	15,3
0,4	95	15,2
0,5	61	15,3
0,6	43	15,5

Tabelle 1: Messtabelle

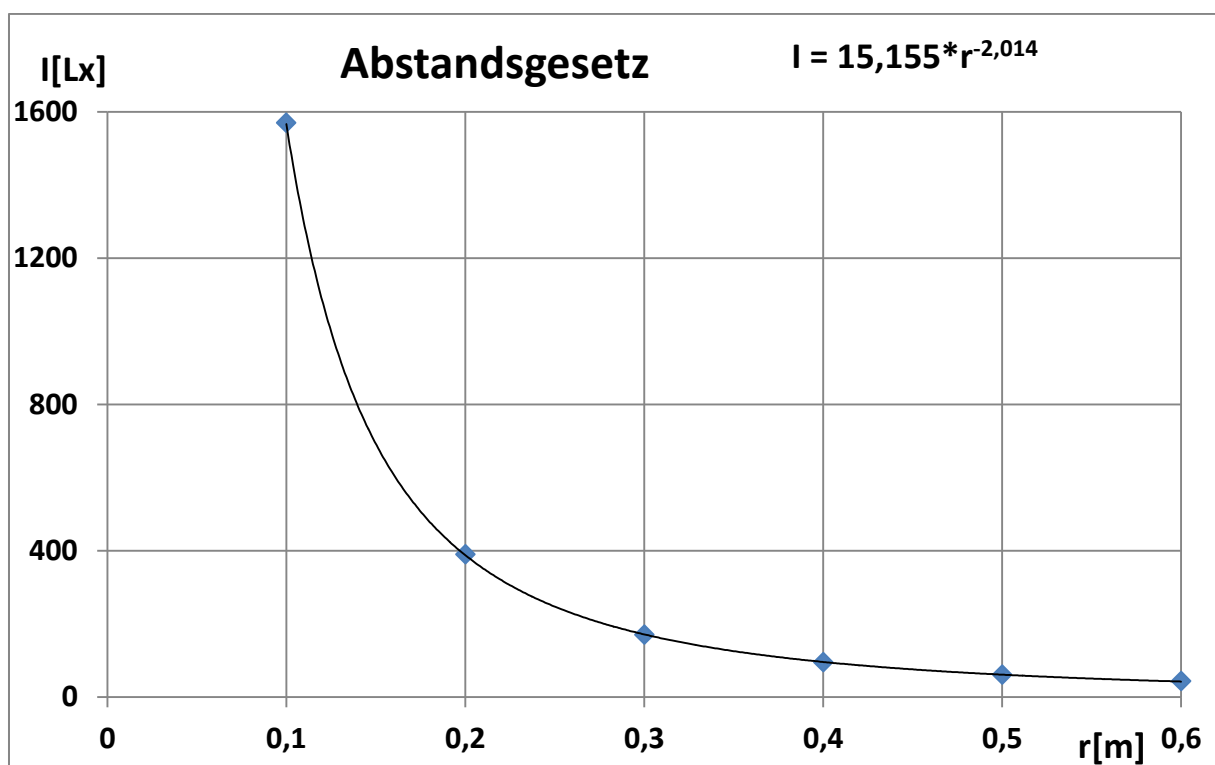


Abb. 6: Abstandsgesetz für eine punktförmige Lichtquelle

3.2 Reflexion

Das Reflexionsgesetz kann man auf zweierlei Art experimentell zeigen, entweder mit Hilfe von Lichtwellen oder mit Mikrowellen.

Versuch 1:

Geräte und Aufbau:

Beim ersten Verfahren benötigt eine Lichtquelle, die einen geradlinigen Lichtstrahl erzeugt, einen Spiegel und eine Winkelscheibe. Den genauen Versuchsaufbau entnehmen Sie Abb. 1.

Durchführung:

Man stellt mit der Lampe verschiedene Einfallswinkel ein und misst jeweils den Reflexionswinkel.

Beobachtung:

Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind stets gleich. Außerdem liegen einfallender, reflektierter Strahl und Lot in einer Ebene. Das erkennt man daran, dass der Lichtstrahl vor und nach der Reflexion entlang der Winkelscheibe verläuft.

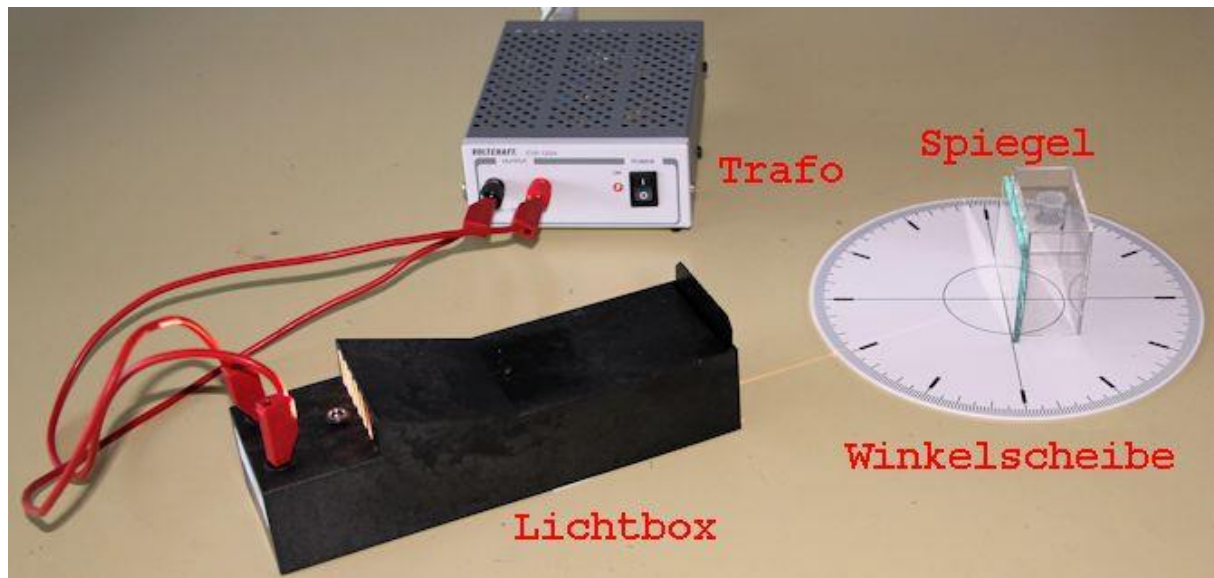


Abb.1: Reflexion von Lichtwellen

Beim zweiten Verfahren nutzt man Mikrowellen, die an einer Metallplatte reflektiert werden.

Versuch 2:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt ein Klystron, eine Metallwand, einen Empfangsdipol, ein Lineal, ein Geodreieck und einen Filzstift.

Durchführung:

Man richtet das Klystron unter einem Winkel von links gegen die Metallplatte. Auf der rechten Seite der Metallplatte fährt man mit einer Empfangsdiode den Reflexionsbereich ab. Man ermittelt die Stelle, an der der Empfang maximal ist. Man zeichnet entlang der Längsachse des Klystrons in Richtung Spiegel eine gerade Linie auf dem Tisch und errichtet an der Stelle, an der diese Gerade auf die Metallplatte trifft das Lot. Dann verbindet man den Auftreffpunkt des Lotes mit dem Empfangsdipol. Man misst einem Winkelmesser die Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Lot bzw. zwischen dem Lot und dem ausfallenden Strahl. Man wiederholt den Versuch für andere Positionen des Klystrons.

Beobachtung:

Man stellt fest, dass auch in diesem Fall der Einfallswinkel stets gleich dem Reflexionswinkel ist.

Erklärung:

Die ebene Lichtwelle bzw. Mikrowelle erzeugt beim Auftreffen auf den Spiegel bzw. die Metallwand Huygensche Elementarwellen, die sich in alle Richtungen ausbreiten. Ihre Einhül-

lende liefert die neue Wellenfront, deren Wellennormale unter dem gleichen Winkel gegen das Lot verläuft wie die Normale der einfallenden Welle (vgl. Kapitel 2.2).

3.3 Brechung

Auch zum Thema Brechung bieten sich zwei Versuche an, ein Versuch mit Mikrowellen und einer mit Lichtwellen. Mit Mikrowellen kann man zeigen, dass alle elektromagnetischen Wellen gebrochen werden beim Übergang von einem Medium in ein anderes mit unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit. Mit Licht kann man das Brechungsgesetz experimentell überprüfen.

Versuch 1:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt ein Klystron, ein mit Salz gefülltes gleichseitiges Prisma, eine mit Salz gefüllte Linse und einen Empfangsdipol.

Durchführung:

Man richtet das Klystron unter einem Winkel von links gegen eine Seite des gleichseitigen Prismas. Die gegenüberliegende Seite fährt man mit dem Empfangsdipol ab. Im zweiten Teil stellt man den Empfangsdipol etwa 30 cm vom Klystron entfernt auf. Dann stellt man zwischen beide die mit Salz gefüllte Linse.

Beobachtung:

Der Empfangsdipol zeigt mit dem Prisma unter einer bestimmten Richtung optimalen Empfang an. Sie stimmt nicht mit der Richtung überein, unter der die Mikrowellen auf das Prisma treffen. Mit der Linse wird der Empfang stärker. Sollte das nicht der Fall sein, muss man den Empfangsdipol und die Linse entsprechend verschieben.

Erklärung:

Beim Durchgang durch das Prisma werden die Mikrowellen zweimal gebrochen, beim Eintritt zum Lot hin, beim Austritt vom Lot weg. Beide zusammen bewirken eine Richtungsänderung der Mikrowellen. Im zweiten Teilversuch bündelt die Linse die Mikrowellen, in dem sie beim Durchgang durch die Linse zweimal gebrochen werden. Der Empfang wird dadurch stärker.

Versuch 2:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt eine Lichtquelle, die einen geradlinigen Lichtstrahl erzeugt, einen halbkreisförmigen Glaskörper und eine Winkelscheibe. Den genauen Versuchsaufbau entnehmen Sie Abb. 1.

Durchführung:

Man richtet den Lichtstrahl der Lampe unter verschiedenen Winkeln auf die Mitte der geraden Fläche des Glaskörpers. Man liest den Einfallswinkel und den Brechungswinkel ab.

Beobachtung:

Man erhält für den Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β Messtabelle 1.

Auswertung:

Um das in Kapitel 2.3 hergeleitete Brechungsgesetz zu überprüfen, bildet man den Quotienten $\sin\alpha/\sin\beta$ und erhält die Spalte 3 in Tabelle 1. Da der Quotient konstant ist, bestätigt sich das Brechungsgesetz. Setzt man die Lichtgeschwindigkeit in Luft mit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ins Gesetz ein, so ergibt sich in Glas eine Geschwindigkeit von

$$c(\text{Glas}) = \frac{c(\text{Luft})}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,504} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

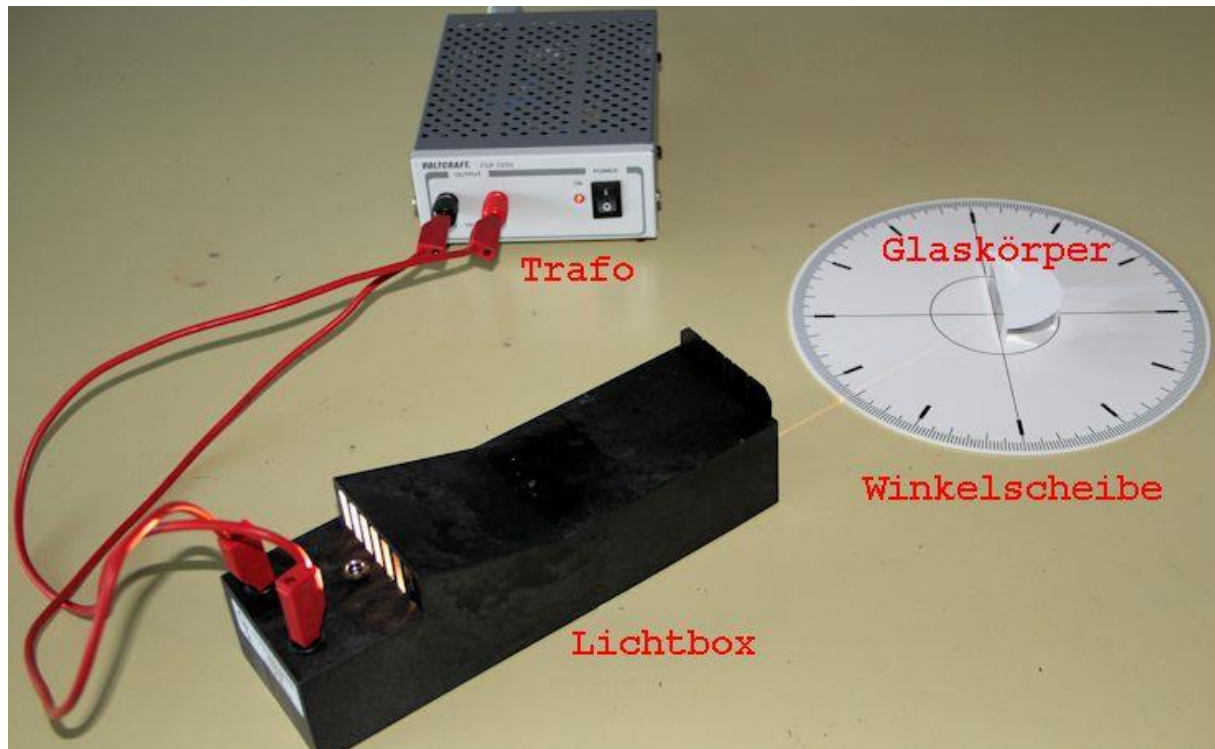


Abb.1: Brechungsgesetz mit Lichtwellen

$\alpha[^\circ]$	$\beta[^\circ]$	$\sin\alpha/\sin\beta$
0	0	-
10	6,5	1,53
20	13,0	1,52
30	19,5	1,50
40	25,5	1,49
50	30,5	1,51
60	35,0	1,51
70	39,0	1,49
80	41,0	1,50
90	42,0	1,49
		1,504

Messtabelle 1: Brechungsgesetz

Das Gesetz gilt auch für den Übergang von Luft in andere Stoffe wie Wasser oder Diamant, wie die Abb. 2 zeigt. Man erhält lediglich einen anderen Brechungsindex n . Für Wasser beträgt er

$$n(\text{Wasser}) = 1,35$$

für Diamant

$$n(\text{Diamant}) = 2,46.$$

Für die Lichtgeschwindigkeiten in beiden Stoffen gilt damit:

$$c(\text{Wasser}) = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c(\text{Diamant}) = 1,22 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Allerdings hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit in verschiedenen Medien auch von der Frequenz der elektromagnetischen Wellen ab. So beobachtet man mit einem Prisma eine Aufspaltung des weißen Lichtstrahles in seine Farben, wie der folgende Versuch zeigt.

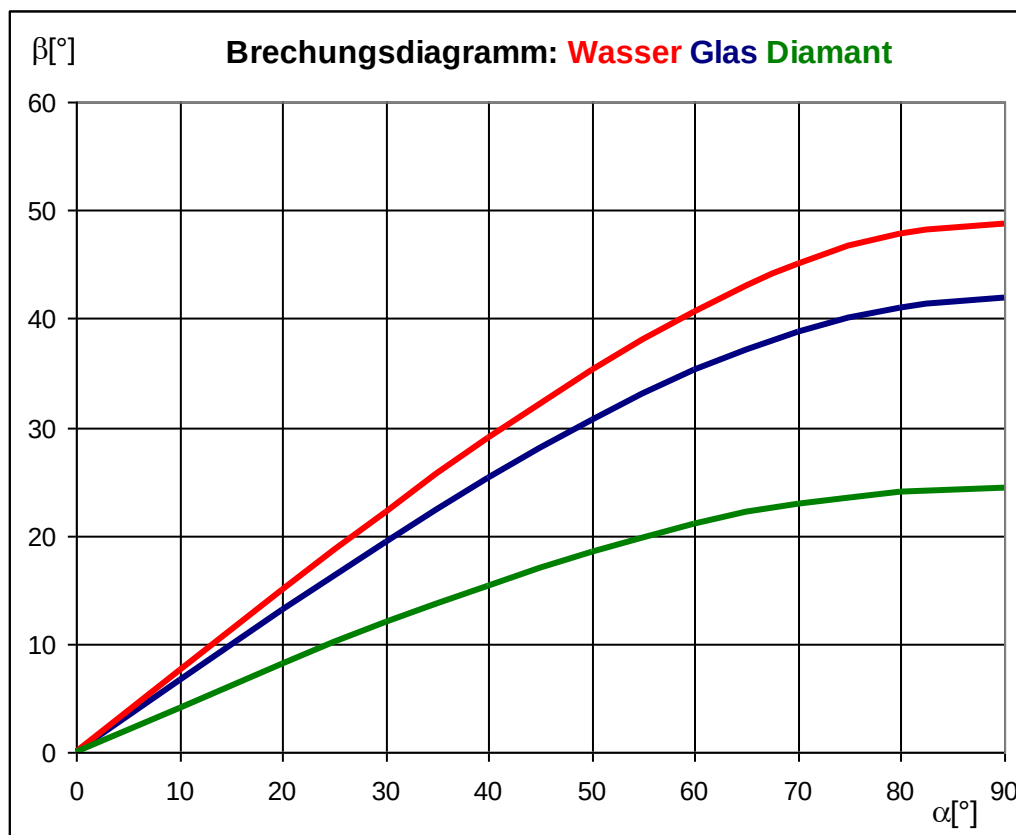


Abb.2: Brechungsdiagramm für Wasser, Glas und Diamant

Versuch 3:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt eine weiße Lichtquelle, etwa eine LED- oder Halogenlampe, zwei Linsen mit $f = 15 \text{ cm}$, einen Spalt, ein Geradsichtprisma und einen Schirm. Den genauen Versuchsaufbau entnehmen Sie Abb. 3.

Durchführung:

Man leuchtet mit einer der beiden Linsen den Spalt optimal aus und bildet ihn mit der zweiten Linse auf dem Schirm scharf ab. Dann positioniert man zwischen Spalt und Schirm das Geradsichtprisma.

Beobachtung:

Auf dem Schirm beobachtet man ein Regensbogenspektrum (s. Abb.3 rechts oben).

Erklärung:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in Glas hängt von der Frequenz ab. Sie ist für rotes Licht größer als für blaues Licht. Daher wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes. Das weiße Licht spaltet sich in seine Farben auf.



Abb.3: Farbzerlegung mit einem Prisma

3.4 Modulation

Zahlreiche Versuche zum Thema Amplituden- und Frequenzmodulation finden Sie auf dieser Webseite im Skript Radio, im Skript Schwingquarz, Kapitel Funkuhr und im Skript Optoelektronik, Kapitel Fotosensoren.

3.5 Beugung

Versuche zur Beugung und Interferenz dienen vor allem dazu, die Wellenlänge verschiedener elektromagnetischer Wellen zu bestimmen. Sie lassen sich für alle Wellenlängenbereiche einsetzen. Man benötigt nur einen Einzelspalt, Doppelspalt oder ein Gitter mit einer Spaltbreite und einem Spaltabstand, der in der Größenordnung der untersuchten Wellenlänge liegt. Die Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers lässt sich ganz einfach mit einem optischen Gitter bestimmen.

Versuch 1:**Geräte und Aufbau:**

Man benötigt einen roten Helium-Neon-Laser oder einen grünen Laserpointer, ein optisches Gitter mit 570 Linien pro mm, also einem Gitterabstand $g = 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, eine Haltevorrichtung für das Gitter, einen Schirm bzw. eine weiße Wand sowie ein Lineal oder einen Zollstock. Den genauen Aufbau entnehmen Sie Abb. 1.

Durchführung:

Man stellt das Gitter in einer Entfernung von etwa $l = 1,50 \text{ m}$ vor der Wand auf. Auf der der Wand abgewandten Seite des Gitters platziert man den Laser so, dass er das Gitter in der Mitte anstrahlt. Man misst den genauen Abstand l zwischen Gitter und Wand und den Abstand d der beiden 1. Maxima auf dem Schirm.

Beobachtung:

Man erhält für den He-Ne-Laser folgende Werte:

$$l = 1,44 \text{ m}$$

$$d = 1,12 \text{ m}$$

und für einen Laserpointer:

$$l = 1,44 \text{ m}$$

$$d = 0,92 \text{ m.}$$

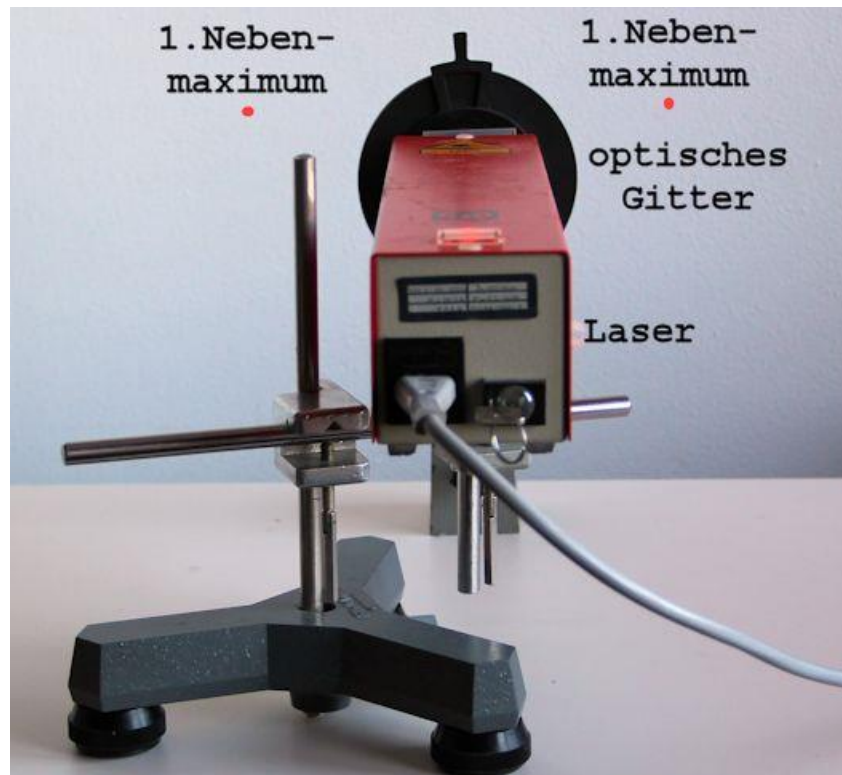


Abb.1: Bestimmung der Wellenlänge eines He-Ne-Lasers

Auswertung:

Mit den in Kapitel 2.5 hergeleiteten Formeln kann man die Wellenlänge des Lasers errechnen. Es gilt mit z als Abstand zwischen 1. Nebenmaximum und Hauptmaximum:

$$\tan \alpha = \frac{z}{l} = \frac{d}{2l} = 0,389$$

und damit

$$\alpha = 21,3^\circ.$$

Man erhält für die Wellenlänge des Lasers

$$\lambda = g * \sin \alpha = 1,75 * 10^{-6} \text{ m} * \sin(21,3^\circ) = 634 \text{ nm.}$$

Auf dem Laser liest man $\lambda = 632,8\text{nm}$ ab. Gemessener Wert und Aufschrift stimmen sehr genau überein. Für den Laserpointer ergibt sich mit einer analogen Rechnung:

$$\lambda = 533 \text{ nm.}$$

In der Bedienungsanleitung wird sie mit $\lambda = 530\text{nm}$ angegeben.

Wertet man die theoretische Funktion für die Intensitätsverteilung aus Kapitel 2.5 mit Excel für die im Experiment gegebenen Werte aus, so erhält man Abb. 2. Aus dem Diagramm kann man ablesen, dass das punktförmige 1. Nebenmaximum bei etwa $\alpha = 22^\circ$ auftritt. Theoretischer und experimenteller Wert stimmen sehr gut überein.

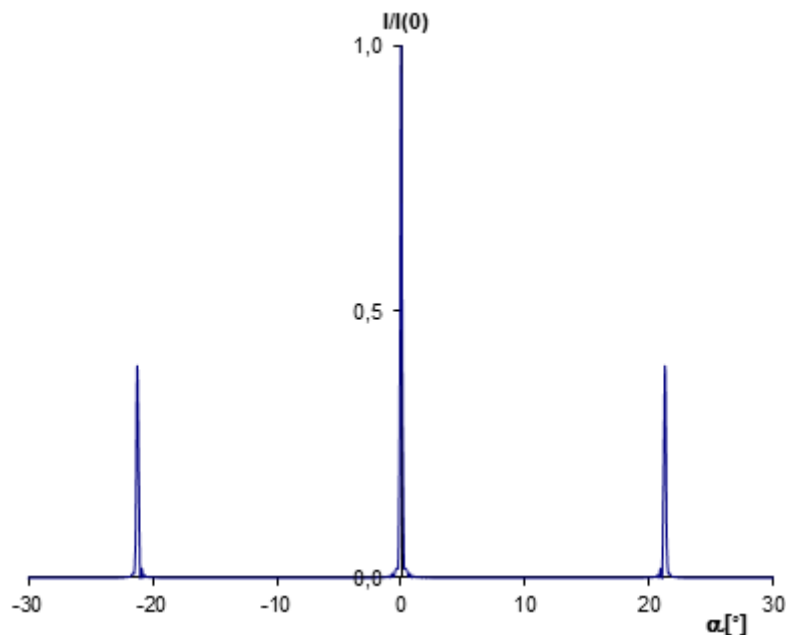


Abb.2: Theoretische Intensitätsverteilung

Auf die gleiche Weise kann man die Wellenlängen der Farblinien einer Quecksilberdampflichtquelle, einer Natriumdampflichtquelle, einer UV-LED, einer LED-Taschenlampe, einer Energiesparlampe usw. bestimmen. Das zeigt der folgende Versuch.

Versuch 2:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt eine Quecksilberdampflichtquelle, eine UV-LED, eine LED-Taschenlampe, zwei Linsen mit $f = 15 \text{ cm}$, einen Spalt, ein optisches Gitter und einen Schirm bzw. einen Zinksulfidschirm. Den genauen Versuchsaufbau entnehmen Sie Abb. 3.

Durchführung:

Man leuchtet mit einer der beiden Linsen den Spalt mit der Lampe bzw. LED optimal aus und bildet ihn mit der zweiten Linse auf dem Schirm scharf ab. Dann positioniert man zwischen Spalt und Schirm das optische Gitter. Die Linie der UV-Led kann man mit dem Zinksulfidschirm sichtbar machen. Man misst den Abstand d der beiden ersten Nebenmaxima für verschiedene Farben und den Abstand l des Gitters vom Schirm.



Abb.3: Farbzerlegung mit einem optischen Gitter

Beobachtung:

Auf dem Schirm beobachtet man bei der Hg-Lampe rechts und links vom Hauptmaximum jeweils ein oder zwei farbige Linienspektren erster bzw. zweiter Ordnung. Sie bestehen jeweils aus einer UV-Linie (UV), zwei violetten (v_1 , v_2), einer grünen (gr) und einer orangenen Linie (or). Bei der UV-LED sieht man auf dem Zinksulfidschirm pro Ordnung nur eine gelbgrün fluoreszierende Linie. Mit der LED-Taschenlampe erhält man ein kontinuierliches Spektrum, wobei der hellblaue Anteil fehlt (s. Abb. 4).



Abb.4: Spektren der einzelnen Lampen

Für die Abstände der ersten Nebenmaxima misst man für die verschiedenen Farben der Hg-Lampe folgende Werte:

$$l = 1,40 \text{ m}$$

$$d_{UV} = 0,60 \text{ m}$$

$$d_{v1} = 0,66 \text{ m}$$

$$d_{v2} = 0,72 \text{ m}$$

$$d_{gr} = 0,92 \text{ m}$$

$$d_{or} = 0,98 \text{ m}$$

für die LED-Taschenlampe:

$$l = 1,35 \text{ m}$$

$$d_{vi} = 0,73 \text{ m}$$

$$d_{gr} = 0,84 \text{ m}$$

$$d_{ge} = 0,92 \text{ m}$$

$$d_{ro} = 1,06 \text{ m}$$

und für die UV-LED:

$$l = 0,29 \text{ m}$$

$$d_{vi} = 0,064 \text{ m}.$$

Auswertung:

Man wertet den Versuch analog zu Versuch 1 aus und erhält für die verschiedenen Farben die Wellenlängen in Spalte 2 der Tabelle 1 bzw. 2. In Spalte 3 finden Sie die theoretischen Werte, entnommen aus dem Taschenbuch der Physik⁴⁾. Gemessene und theoretische Werte stimmen im Rahmen der Messgenauigkeit sehr gut überein. Je nach Helligkeit der Quecksilberdampf Lampe kann man zwischen der zweiten violetten und der grünen Linie zusätzlich eine sehr lichtschwache blaugrüne Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 496 \text{ nm}$ beobachten. Sie ist in Abb. 4 nicht zu erkennen. Genau genommen handelt es sich bei der orangenen Linie um eine Doppellinie. Sie kann mit der Apparatur aber nicht getrennt aufgelöst werden. Sie erscheint auf dem Foto außerdem eher gelbgrün.

Farbe	$\lambda(\text{exp})[\text{nm}]$	$\lambda(\text{theo})[\text{nm}]$
UV	368	366
violett v_1	403	405
violett v_2	437	436
grün gr	548	546
orange or	580	578

Tabelle 1: Spektrallinien einer Hg-Lampe

Für die LED-Taschenlampe erhält man für die einzelnen Farben folgende Wellenlängen:

Farbe	$\lambda(\text{exp})[\text{nm}]$	$\lambda(\text{theo})[\text{nm}]$
violett vi	458	400-460
grün gr	521	500-550
gelb ge	566	550-570
rot ro	641	600-800

Tabelle 2: Spektralfarben einer LED-Lampe

Theoretische und gemessene Werte stimmen gut überein. Für die UV-LED ergibt sich $\lambda = 378 \text{ nm}$. Laut Hersteller beträgt sie $\lambda = 375 \text{ nm}$. Beide Werte stimmen sehr gut überein.

Kennt man die Wellenlänge des eingesetzten Lichtes, so kann man bei kleinen Gegenständen, die auf ihrer Oberfläche rillenförmige Strukturen aufweisen, den Abstand der Rillen ermitteln. Solche Feinstrukturen findet man heute auf CDs und DVDs. Dazu dient der folgende Versuch.

Versuch 3:

Geräte:

Man benötigt einen He/Ne-Laser oder einen Laserpointer, eine CD bzw. DVD, eine Haltevorrichtung für die CD/DVD, einen Schirm bzw. eine weiße Wand, ein Lineal oder einen Zollstock.

Durchführung:

Man stellt die CD in einem Abstand von z.B. $l = 1 \text{ m}$, die DVD mit $l = 0,5 \text{ m}$ vor der Wand auf. Man bestrahlt die CD/DVD mit dem He/Ne-Laser bzw. dem Laserpointer so, dass das reflektierte Licht auf die Wand fällt.

Beobachtung:

Man beobachtet auf der Wand ein Interferenzmuster mit Maxima und Minima. Man bestimmt den genauen Abstand zwischen CD/DVD und Wand und den Abstand d der beiden ersten Nebenmaxima. Man erhält z.B. bei der CD

$$l = 0,86 \text{ m}$$

$$d = 0,60 \text{ m}$$

und für die DVD:

$$l = 0,49 \text{ m}$$

$$d = 1,00 \text{ m}.$$

Auswertung:

Für den Beugungswinkel α gilt mit den Formeln aus Kapitel 2.5:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{d}{2l}\right) = \arctan\left(\frac{0,60 \text{ m}}{2 * 0,86 \text{ m}}\right) = 19,23^\circ$$

und damit für den Rillenabstand g :

$$g = \frac{\lambda}{\sin\alpha} = \frac{5,3 * 10^{-7} \text{ m}}{\sin(19,23^\circ)} = 1,61 * 10^{-6} \text{ m}.$$

Für die DVD erhält man durch eine analoge Rechnung:

$$g = 7,42 * 10^{-7} \text{ m}.$$

In der Literatur¹⁾ findet man als Anzahl der Rillen pro mm für eine CD den Wert 600 Rillen pro mm und für eine DVD 1350 Rillen pro mm. Daraus erhält man für den Rillenabstand g jeweils:

$$g(CD) = \frac{1 * 10^{-3} \text{ m}}{600} = 1,67 * 10^{-6} \text{ m}$$

und für die DVD:

$$g(DVD) = 7,41 * 10^{-7} \text{ m}.$$

Theoretische und gemessene Werte stimmen sehr gut überein.

3.6 Polarisation

Die Polarisation von EM-Wellen kann man mit Mikrowellen oder Lichtwellen zeigen.

Versuch 1:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt ein Klystron, ein Metallgitter mit Metallstäben und einen Empfangsdipol.

Durchführung:

Man stellt Sender und Empfänger in einer Entfernung von ca. einem halben Meter so auf, dass sie sich direkt anstrahlen. Dann hält man zwischen Sender und Empfänger das Gitter und dreht es um 90° nach links bzw. rechts.

Beobachtung:

Der Empfang am Empfangsdipol ändert sich. Zwischen maximalem und minimalem Empfang liegt ein Winkel von 90°. Stehen die Stäbe parallel zu den elektrischen Feldvektoren, so zeigt der Empfänger keinen Empfang, stehen sie senkrecht dazu, so registriert der Empfänger maximalen Empfang.

Erklärung:

Ein Gitterstab stellt für die Mikrowelle einen Empfangsdipol dar, dessen Eigenfrequenz aufgrund seiner großen Länge viel kleiner ist als die Frequenz der Mikrowelle. Daher schwingt das Feld im Gegentakt zum E-Feld der auftreffenden Welle. Die Stäbe strahlen in beide Richtungen elektromagnetische Wellen ab. Hinter dem Gitter läuft sie in die gleiche Richtung wie die ursprüngliche Welle. Da beide um $\lambda/2$ phasenverschoben sind, löschen sie sich aus. Vor dem Gitter wird sie teilweise reflektiert. Dreht man die Stäbe um 90°, so können sie wegen ihrer Kürze nicht zu Schwingungen angeregt werden. Die eintretende Welle geht einfach hindurch.

Versuch 2:

Geräte und Aufbau:

Man benötigt zwei Polarisationsfolien mit einstellbarem Durchlasswinkel, eine Halogenlampe, ein Photometer und Stativmaterial. Man stellt vor der Lampe mit dem Stativmaterial in einem Abstand von ca. $l = 5 \text{ cm}$ die beiden Polarisationsfilter auf, im Folgenden als Polarisator und Analysator bezeichnet. Hinter dem Analysator positioniert man das Photometer. Den genauen Aufbau entnehmen Sie Abb. 1.

Durchführung:

Man stellt zunächst die Winkel am Polarisator und Analysator auf 0°. Man liest am Photometer die Intensität I_{0m} ab. Anschließend erhöht man den Winkel α am Analysator in 10°-Schritten bis auf 90° und notiert sich jeweils die Intensität I_m am Photometer.

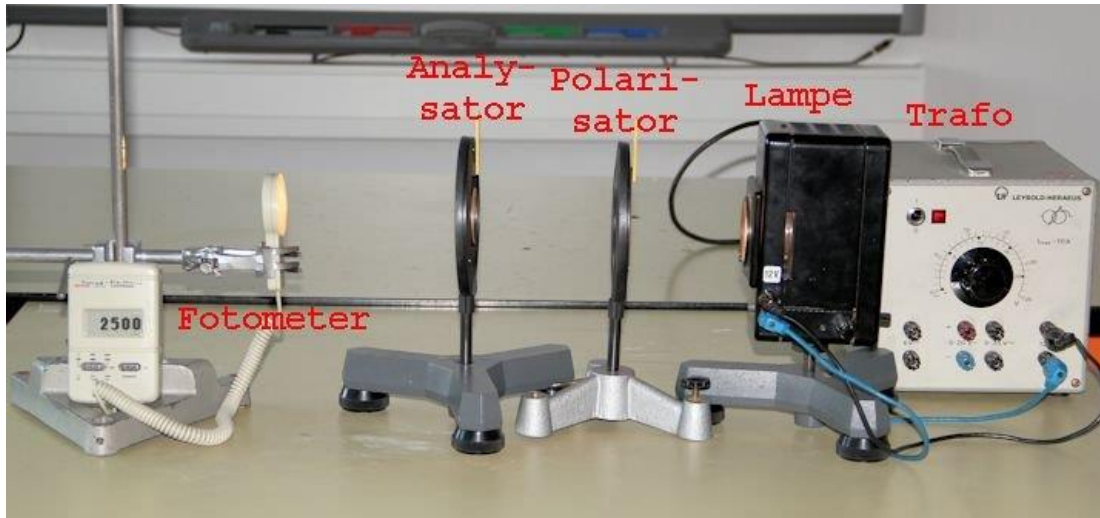


Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung:

Man erhält die Spalten 1 und 2 in Tabelle 1.

$\alpha[^\circ]$	$I_m[\text{Lx}]$	$I[\text{Lx}]$	I/I_0	$\cos^2 \alpha$
0	2500	2200	1,000	1,000
10	2430	2130	0,968	0,970
20	2260	1960	0,891	0,883
30	1960	1660	0,755	0,750
40	1620	1320	0,600	0,587
50	1230	930	0,423	0,414
60	870	570	0,259	0,250
70	550	250	0,114	0,117
80	360	60	0,027	0,030
90	300	0	0,000	0,000

Tabelle 1: Messtabelle

Auswertung:

Dass die Helligkeit bei 90° nicht auf null sinkt, liegt an der Umgebungshelligkeit und an der Güte der Filter. Diese Nullrate muss man von allen Messwerten abziehen. Sie beträgt $I_{\text{null}} = 300 \text{ Lx}$. Es ergibt sich Spalte 3 in Tabelle 1. Nach den Überlegungen aus Kapitel 2.8 gilt für die Intensität I in Abhängigkeit von I_0 :

$$I = I_0 * \cos^2 \alpha.$$

Diese Gleichung überprüft man, in dem man für die einzelnen korrigierten Messwerte jeweils den Quotienten aus I und I_0 bildet und ihn mit dem Quadrat des Cosinus des Winkels vergleicht. Man erhält die Spalten 4 und 5 in Tabelle 1. Daraus geht hervor, dass die jeweiligen Werte sehr gut übereinstimmen. Die theoretischen Überlegungen sind damit bestätigt.

4. Aufgaben

Aufgabe: Beugung Doppelspalt

Einfarbiges Licht der Wellenlänge λ fällt senkrecht auf einen Doppelspalt. Der Abstand der Spaltmitten sei $g = 0,4 \text{ mm}$. Hinter dem Doppelspalt befindet sich im Abstand $l = 1,8 \text{ m}$ ein Schirm.

- Leiten Sie die Formeln her für die Winkel, unter denen man Maxima bzw. Minima beobachtet, in Abhängigkeit von d und λ . Fertigen Sie eine Skizze an und erläutern Sie Ihre Herleitung.
- Berechnen Sie die Wellenlänge λ des benutzten Lichtes, wenn der Abstand der Nebenmaxima 1. Ordnung vom Hauptmaximum auf dem Schirm $z = 2,5 \text{ mm}$ beträgt. Erläutern Sie, welche Farbe das Licht hat.
- Berechnen Sie den Abstand, den die beiden Maxima bzw. Minima 3. Ordnung auf dem Schirm haben.
- Beschreiben Sie, was sich am Beugungsmuster ändern würde, wenn man d bzw. λ vergrößern würde. Begründen Sie.

Lösungen:

- a) Aus der Abb.1 liest man für den Gangunterschied s ab:

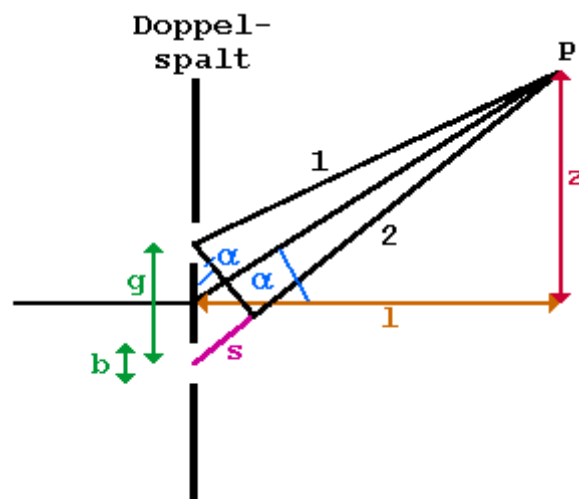


Abb.1: Beugung am Doppelspalt

$$\sin \alpha = \frac{s}{g}$$

Damit sich ein Maximum ausbildet, muss dieser Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches von λ sein. Somit gilt:

$$s = k * \lambda$$

und damit:

$$\sin \alpha_{kmax} = k * \frac{\lambda}{g} \text{ mit } k = 0, 1, 2, \dots$$

Für ein Minimum muss gelten:

$$s = \frac{(2k - 1) * \lambda}{2}$$

also

$$\sin \alpha_{kmin} = k * \frac{(2k - 1) * \lambda}{2 * g} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

b) Aus der Abb.1 erhält man:

$$\tan \alpha_{1max} = \frac{z}{l} = 1,39 * 10^{-3}$$

und damit:

$$\alpha_{1max} = 0,0796^\circ.$$

Für die Wellenlänge λ ergibt sich:

$$\lambda = g * \sin \alpha_{1max} = 5,56 * 10^{-7} m = 556 nm.$$

Das Licht hat die Farbe gelb-grün.

c) Für das 3. Maximum gilt:

$$\sin \alpha_{3max} = \frac{3 * \lambda}{g} = 4,17 * 10^{-3}$$

und damit

$$\alpha_{1max} = 0,24^\circ.$$

Für den Abstand z_{3Max} der beiden 3. Maxima findet man daher:

$$z_{3max} = 2 * l * \tan \alpha_{3max} = 0,015 m.$$

Für das 3. Minimum gilt:

$$\sin \alpha_{3min} = \frac{(2 * 3 - 1) * \lambda}{2 * g} = 3,475 * 10^{-3}$$

und damit

$$\alpha_{3min} = 0,199^\circ.$$

Für den Abstand z_{3Min} der beiden 3.Minima findet man daher:

$$z_{3min} = 2 * l * \tan \alpha_{3min} = 0,0125 \text{ m}.$$

- d)** Wird g größer, so wird der Winkel α kleiner. Damit rücken die Maxima und Minima näher zusammen. Wird λ größer, so steigt der Winkel α . Somit rücken die Maxima und Minima weiter auseinander.

Aufgabe: Beugung Doppelspalt

Die Abb. 1 - 4 zeigen die Intensitätsverteilungen bei Beugung am Doppelspalt mit g als Abstand der beiden Spalte und zwar für verschiedene Spaltbreiten b .

- a) Leiten Sie eine Formel her für die Winkel, unter denen Maxima auftreten sollten, wenn man die Spaltbreite zunächst außer Acht lässt.
- b) Berechnen Sie für die in den Abbildungen angegebenen Daten mit der Formel aus a) die Winkel, unter denen man Maxima beobachten sollte. Vergleichen Sie diese Werte mit den Winkeln, die sich aus den Abbildungen ergeben.
- c) Erläutern und erklären Sie, welche Einflüsse die Spaltbreite auf die gefundene Intensitätsverteilung hat.

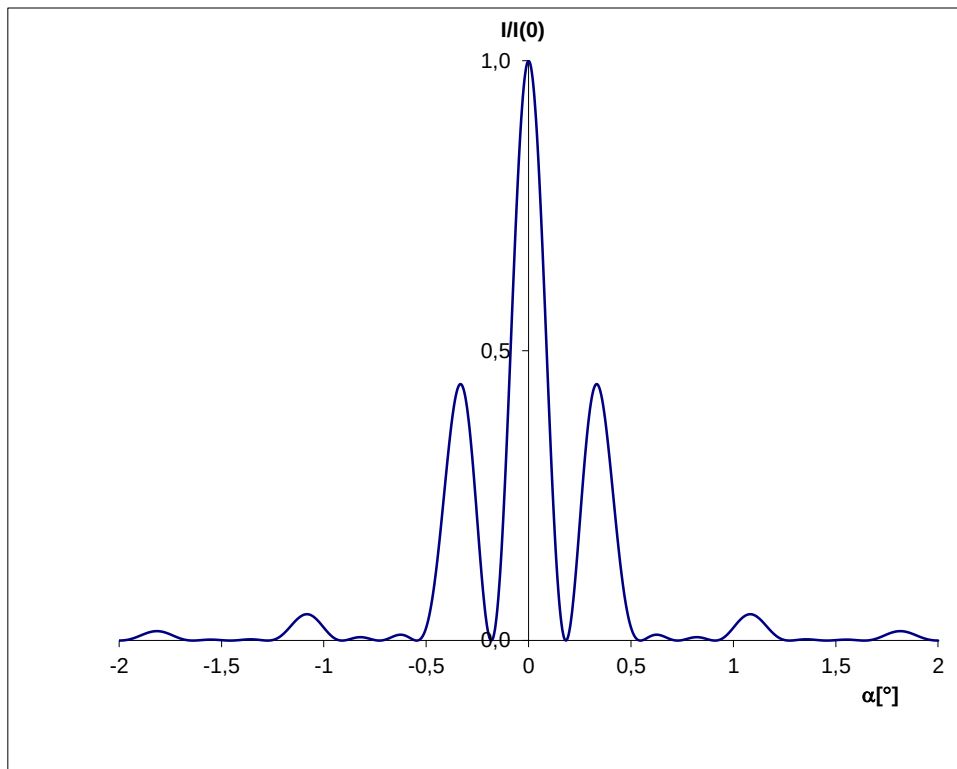


Abb.1: $b = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $g = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $\lambda = 635 \text{ nm}$

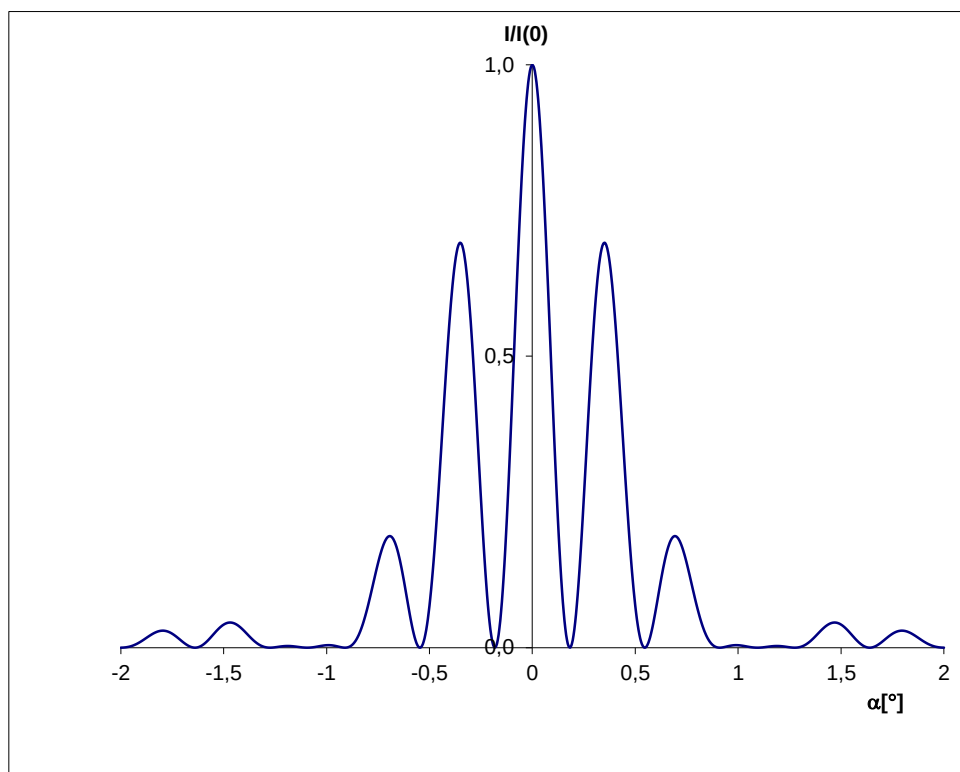


Abb.2: $b = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $g = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $\lambda = 635 \text{ nm}$

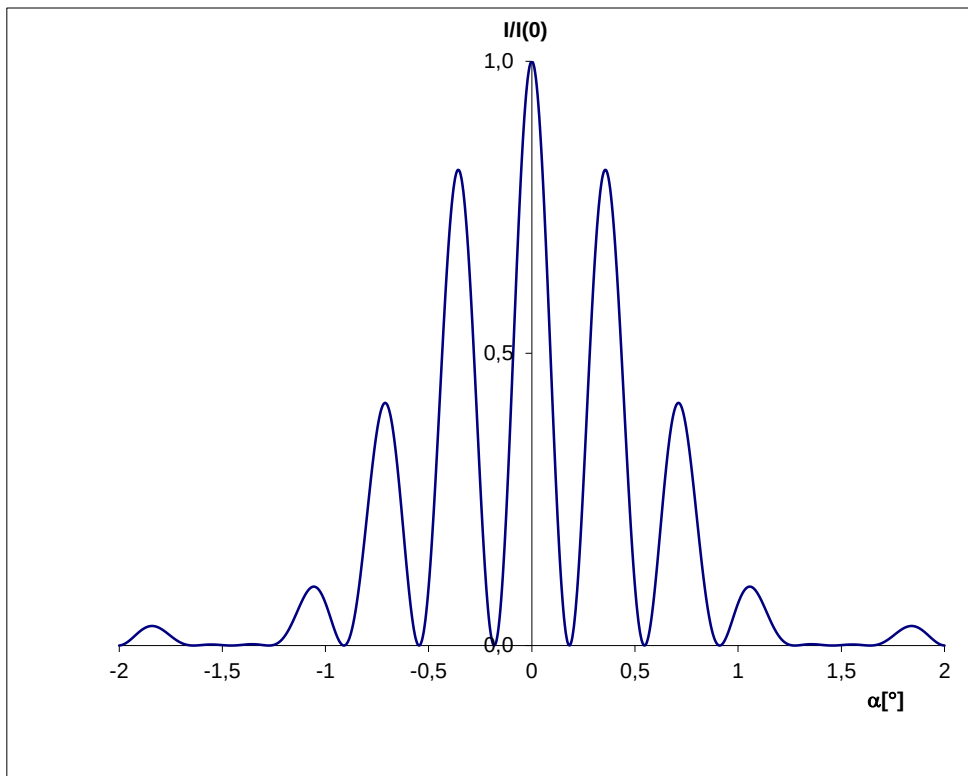


Abb.3: $b = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $g = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $\lambda = 635 \text{ nm}$

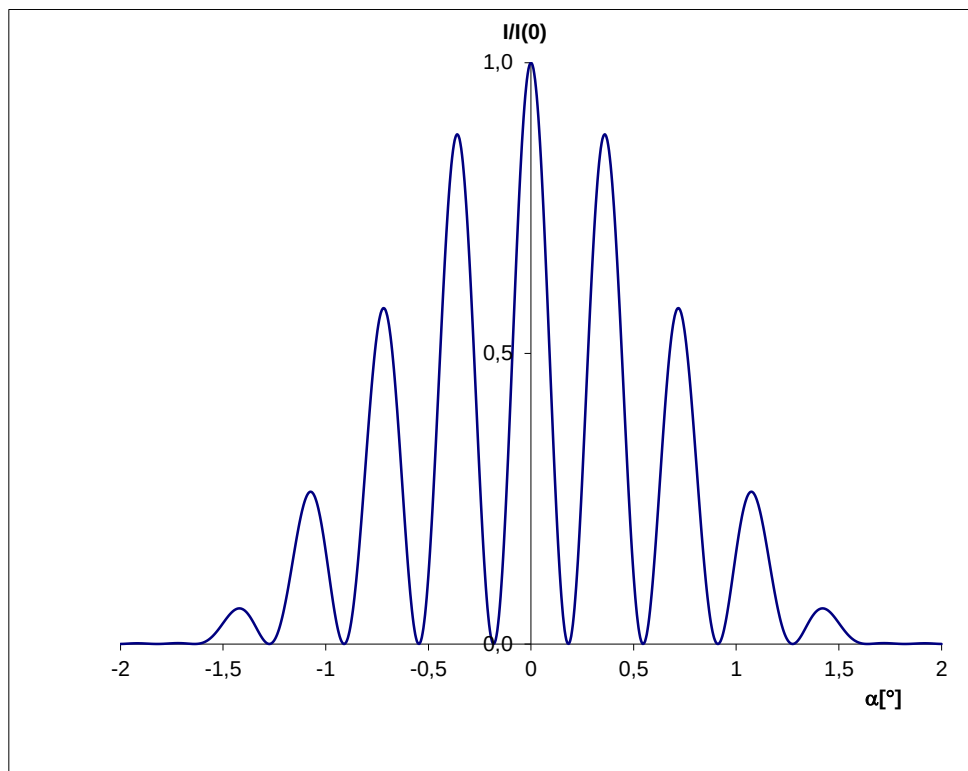


Abb.4: $b = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $g = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $\lambda = 635 \text{ nm}$

Lösungen:

- a) Die Ableitung der allgemein bekannten Formel für Beugung am Doppelspalt (s. Kapitel 2,5) liefert für die Maxima:

$$\sin \alpha_{kmax} = k * \frac{\lambda}{g} \text{ mit } k = 0, 1, 2, \dots$$

und für die Minima:

$$\sin \alpha_{kmin} = k * \frac{(2k - 1) * \lambda}{2 * g} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

- b) Es ist

$$\lambda = 6,35 * 10^{-7} \text{ m}; g = 1 * 10^{-4} \text{ m}.$$

Somit errechnet man für die ersten fünf Maxima:

$$\alpha_0 = 0^\circ; \alpha_1 = 0,36^\circ; \alpha_2 = 0,73^\circ; \alpha_3 = 1,09^\circ; \alpha_4 = 1,46^\circ; \alpha_5 = 1,82^\circ;$$

Entsprechende Werte erhält man für den negativen Bereich. Ein Vergleich der errechneten Werte mit denen aus den Kurven liefert folgende Tabelle, wobei für die gemessenen und berechneten Maxima die Winkel übereinstimmen:

Abb.	Verhältnis g/b	auf tretende Maxima	fehlende Maxima
1	2	1,3,5	2,4
2	3	1,2,4,5	3
3	4	1,2,3,5	4
4	5	1,2,3,4	5

- c) Je breiter ein Spalt, umso weniger ausgeprägt sind die auftretenden Maxima. Es fehlen immer die Maxima, die einem ganzzahligen Vielfachen des Verhältnisses Entfernung zweier Spalte/Spaltbreite g/d entsprechen. Ein Beispiel soll das verdeutlichen. In Abb.1 gilt: Entfernung zweier Spalte/Spaltbreite $g/d = 2$. Folglich fehlen die Maxima 2 und 4. Beide Phänomene lassen sich damit erklären, dass bei nicht vernachlässigbarer Spaltbreite die von einem Spalt ausgehenden Elementarwellen sich gegenseitig schwächen und unter bestimmten Winkeln sogar vollständig auslöschen können. Für diese Winkel kann daher die Beugung am Doppelspalt keine Maxima mehr liefern. Die Beugung am Doppelspalt wird also von Beugungserscheinungen am Einzelspalt überlagert.

Aufgabe: Beugung Draht

Ein Stück Draht unbekannter Dicke d wird in einen verstellbaren Spalt eingeklemmt, um so eine Spaltbreite zu erhalten, die der Drahtdicke entspricht. Der Spalt wird mit einem Laser der Wellenlänge $\lambda = 635 \text{ nm}$ angestrahlt. Man zeichnet die Intensität des Beugungsmusters mit einer Photodiode auf und erhält die Intensitätsverteilung in Abb.1.

- Erklären Sie, wie die Kurve zustande kommt.
- Leiten Sie eine Formel her für die Winkel α , unter denen man Maxima bzw. Minima beobachten sollte.
- Bestimmen Sie die Winkel für das 1. - 3. Maximum aus der Abbildung.
- Errechnen Sie mit ihren Ergebnissen aus c) und der Formel aus b) die Breite des Spaltes und damit die Dicke des Drahtes.
- Ersetzt man in der Anordnung den Spalt durch einen Metallstreifen gleicher Breite, so beobachtet man im reflektierten Licht die gleiche Intensitätsverteilung wie beim Spalt. Erklären Sie.
- Beschreiben Sie, wie sich das Beugungsmuster ändert, wenn man die Wellenlänge λ des Lichtes verringert bzw. die Dicke des Drahtes d erhöht. Begründen Sie ausführlich.

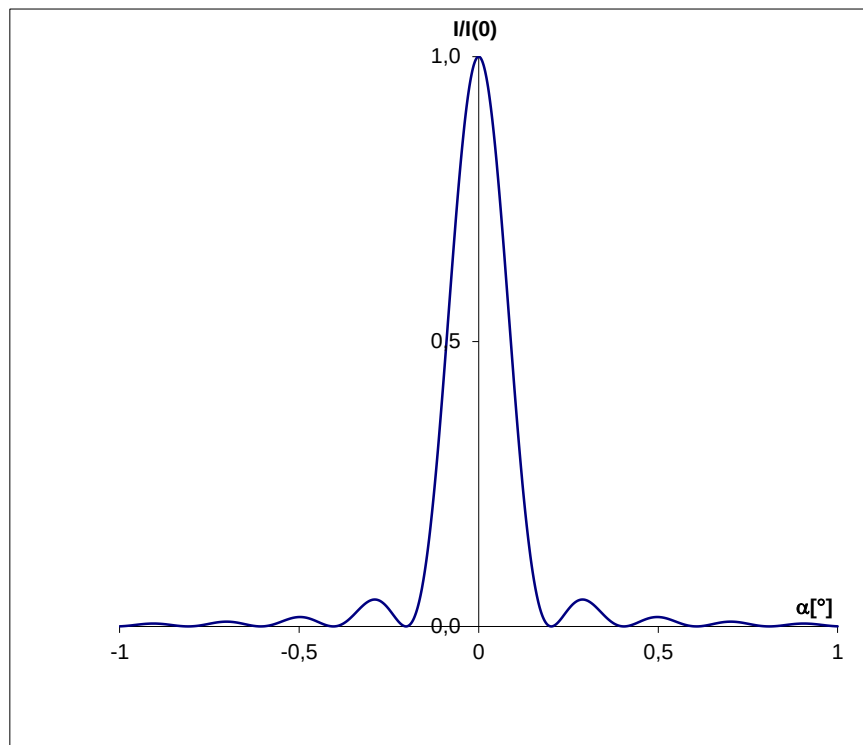


Abb.1: Intensitätsverteilung

Lösungen:

- Es findet Beugung und Interferenz am Einzelspalt statt. Dabei überlagern sich die von den einzelnen Stellen des Spaltes ausgehenden Elementarwellen gleich- bzw. gegenphasig. So entstehen Stellen maximaler bzw. minimaler Intensität.
- Die Formeln wurden in Kapitel 2.5 hergeleitet. Für die Minima gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{k * \lambda_k}{d} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

Dann löschen sich die Elementarwellen der oberen und der unteren Spalthälfte gerade gegenseitig aus, da der Gangunterschied paarweise $\lambda/2$ beträgt. Für die Maxima gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{(2k + 1) * \lambda_k}{2 * d} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

Unter diesen Bedingungen löschen sich die Elementarwellen der oberen und unteren Spaltbreite nicht mehr vollständig gegenseitig aus. Es bleibt ein Rest an Elementarwellen übrig, die interferieren.

c) Aus der Zeichnung liest man für die ersten drei Maxima folgende Winkel ab:

$$\alpha_1 = 0,3^\circ; \alpha_2 = 0,5^\circ; \alpha_3 = 0,7^\circ;$$

d) Mit Hilfe der Formeln aus b) und der Winkel aus c) erhält man:

$$d_1 = \frac{(2k + 1) * \lambda}{2 * \sin \alpha_1} = \frac{3 * 6,35 * 10^{-7} m}{2 * \sin(0,3^\circ)} = 0,182 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{5 * 6,35 * 10^{-7} m}{2 * \sin(0,5^\circ)} = 0,182 \text{ mm}$$

$$d_3 = \frac{7 * 6,35 * 10^{-7} m}{2 * \sin(0,7^\circ)} = 0,182 \text{ mm.}$$

e) Dass das Metallstück im reflektierten Licht das gleiche Beugungsmuster liefert wie der Spalt, liegt daran, dass bei der Reflexion am Metall Elementarwellen entstehen, die sich überlagern. Da sie von den gleichen Stellen ausgehen wie beim Spalt, entsteht das gleiche Beugungsmuster.

f) Verringert man die Wellenlänge, so werden die Winkel, unter denen man Maxima und Minima beobachtet nach obigen Formeln kleiner. Das Gleiche passiert, wenn man die Dicke des Drahtes erhöht. Die Maxima und Minima rücken in beiden Fällen näher zusammen.

Aufgabe: Beugung Gitter Halogenlampe

In einem Physikraum soll mit einem optischen Gitter das Spektrum einer Halogenlampe erzeugt werden. Dazu dient eine Leinwand als Schirm, die $l = 1,5 \text{ m}$ vom Gitter entfernt ist und eine Breite $b = 1,6 \text{ m}$ hat. Das Hauptmaximum des entstehenden Spektrums liegt in der Schirmmitte. Das Gitter besitzt 2500 Striche pro cm. Die Wellenlängen des Lichtes liegen im sichtbaren Bereich zwischen $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 800 \text{ nm}$.

- a) Skizzieren oder beschreiben Sie den erforderlichen Versuchsaufbau. Erläutern Sie ihn.
- b) Erklären Sie, warum ein farbiges Spektrum entsteht.
- c) Erläutern und erklären Sie, welche Bedingung das Licht erfüllen muss, damit überhaupt ein Spektrum sichtbar wird. Diskutieren Sie auch die mathematische Abschätzung der Breite des Lichtbündels in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes, die so genannte Kohärenzbedingung.
- d) Leiten Sie einen Ausdruck für den Abstand z_k der Nebenmaxima vom Hauptmaximum her in Abhängigkeit von der Gitterkonstante g , dem Abstand Gitter-Schirm l und der Wellenlänge des Lichtes λ .
- e) Berechnen Sie die Breite des Spektrums 2. Ordnung.
- f) Untersuchen Sie, ob sich die Spektren 2. und 3. Ordnung überlagern. Begründen Sie ausführlich.
- g) Überprüfen Sie, ob sich eine eventuelle Überlagerung durch den Einsatz eines anderen Gitters vermeiden ließe. Begründen Sie ausführlich.
- h) Beschreiben Sie, was geschieht, wenn man den Raum zwischen Gitter und Schirm mit einem Medium der Brechzahl n ausfüllt. Begründen Sie ausführlich.
- i) Berechnen Sie, wie groß n mindestens sein muss, damit bei dem angegebenen Gitter das Spektrum 3. Ordnung ganz auf dem Schirm erscheint.

Lösungen:

- a) Man benötigt eine Halogenlampe als Lichtquelle. Das Licht wird durch eine Kondensorlinse fokussiert und auf den Spalt gebündelt. Mit dem Spalt blendet man ein schmales Lichtbündel aus, damit das Licht die Kohärenzbedingung erfüllt. Eine Abbildungslinse erzeugt ein scharfes Bild des Spaltes auf dem Schirm, der das Beugungsmuster durch Streuung des auffallenden Lichtes sichtbar macht. Zwischen der Abbildungslinse und dem Schirm befindet sich das Beugungsgitter.
- b) Weißes Licht enthält alle Farben des Spektrums, also Wellen verschiedener Wellenlänge. Da die Winkel, unter denen man Maxima bzw. Minima beobachtet, von der Wellenlänge abhängen, wird das weiße Licht in seine Farben aufgespalten.
- c) Das Licht muss kohärent, also zeitweise phasengleich sein. Ansonsten treten die Maxima und Minima nicht bei festen Winkeln auf. Licht ist nahezu kohärent, wenn gilt:

$$g * \sin\sigma \ll \lambda.$$

Darin ist g die Breite des Lichtstrahles, σ sein Öffnungswinkel und λ die Wellenlänge des Lichtes. Das kann man einerseits dadurch erreichen, dass man aus parallelem Licht mit einem Spalt ein schmales Bündel ausblendet oder eine Lichtquelle verwendet, die nur ein schmales paralleles Bündel aussendet, z. B. einen Laser.

- d) Es gilt:

$$\tan \alpha_k = \frac{z_k}{l}$$

und

$$\sin \alpha_k = \frac{k * \lambda}{g}.$$

Daraus folgt:

$$z_k = l * \tan \left(\arcsin \left(\frac{k * \lambda}{g} \right) \right).$$

e) Die Gitterkonstante g beträgt:

$$g = \frac{1}{2500/cm} = \frac{1}{250000/m} = 4 * 10^{-6} m.$$

Setzt man diesen Wert, die gegebenen Wellenlängen und k = 2 in die Gleichung aus d) ein, so erhält man:

$$z_2(400nm) = l * \tan \left(\arcsin \left(\frac{2 * 4 * 10^{-7} m}{4 * 10^{-6} m} \right) \right) = 0,306 m$$

bzw.

$$z_2(800nm) = l * \tan \left(\arcsin \left(\frac{2 * 8 * 10^{-7} m}{4 * 10^{-6} m} \right) \right) = 0,655 m.$$

Das Spektrum ist also

$$\Delta z_2 = z_2(800nm) - z_2(400nm) = 0,655 m - 0,306 m = 0,349 m$$

breit.

f) Sollen sich die Spektren 2. und 3. Ordnung überlagern, so muss gelten

$$z_2(800 nm) > z_3(400 nm).$$

Mit der Formel aus e) erhält man

$$z_3(400 nm) = 0,472 m.$$

und

$$z_2(800 \text{ nm}) = 0,655 \text{ m}.$$

Folglich überlagern sich die beiden Spektren.

g) Damit sich die Spektren zweiter und dritter Ordnung überlagern, muss gelten:

$$\sin \alpha_2(800 \text{ nm}) > \sin \alpha_3(400 \text{ nm})$$

und damit:

$$\frac{2 * 800 \text{ nm}}{g} > \frac{3 * 400 \text{ nm}}{g}.$$

Diese Bedingung ist unabhängig von g immer erfüllt, da sich g herauskürzt. Also lässt sich die Überlagerung auch nicht mit einem anderen Gitter vermeiden.

h) Mit steigendem Brechungsindex sinkt c und damit λ , da die Frequenz gleich bleibt. Mit abnehmendem λ werden die Winkel kleiner, unter denen man die Extrema beobachtet. Sie rücken näher zusammen.

i) Löst man die Gleichung aus d) nach λ auf, so erhält man mit

$$z_k = 0,8 \text{ m}; l = 1,5 \text{ m}; k = 3; g = 4 * 10^{-6} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \frac{g}{k} * \sin \left(\arctan \left(\frac{z_k}{l} \right) \right) \\ &= \frac{4 * 10^{-6} \text{ m}}{3} * \sin \left(\arctan \left(\frac{0,8 \text{ m}}{1,5 \text{ m}} \right) \right) \\ &= 6,27 * 10^{-7} \text{ m} \\ &= 627 \text{ nm}. \end{aligned}$$

und damit

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} = \frac{800 \text{ nm}}{627 \text{ nm}} = 1,28.$$

Aufgabe: Beugung Gitter Hg-Lampe

Das Spektrum einer Quecksilberdampf Lampe wird mit Hilfe eines optischen Gitters auf einem Schirm erzeugt. Die Entfernung Schirm-Gitter beträgt $l = 2 \text{ m}$. Die Maxima 1. Ordnung für die blaue Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 436 \text{ nm}$ sind $d = 25,6 \text{ cm}$ voneinander entfernt.

- Erläutern und erklären Sie, warum ein Gitter besser geeignet ist als ein Doppelspalt, um die Wellenlängen der einzelnen Farben zu bestimmen.
- Berechnen Sie die Gitterkonstante g .
- Untersuchen Sie durch Rechnung, ob die Spektrallinien der ersten und zweiten Ordnung im sichtbaren Bereich zwischen $\lambda_1 = 436 \text{ nm}$ und $\lambda_2 = 579 \text{ nm}$ noch getrennt auf dem Schirm erscheinen oder nicht.
- Überprüfen Sie, ob man eine eventuelle Überlagerung in c) durch ein Gitter mit einem anderen g verhindern könnte. Begründen Sie ausführlich.

Lösungen:

- Bei einem Gitter sind die Maxima wesentlich schärfer ausgebildet als bei einem Doppelspalt. Sie sind nahezu punktförmig und lassen sich daher viel genauer ausmessen.
- Es gilt mit z als Abstand der Maxima vom Hauptmaximum:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{z}{l}\right) = \arctan\left(\frac{d}{2 * l}\right) = \arctan\left(\frac{0,256 \text{ m}}{2 * 2 \text{ m}}\right) = 3,66^\circ.$$

Daraus folgt:

$$g = \frac{k * \lambda}{\sin \alpha} = \frac{1 * 4,36 * 10^{-7} \text{ m}}{\sin(3,66^\circ)} = 6,83 * 10^{-6} \text{ m}.$$

- Es ist:

$$\alpha_1(579 \text{ nm}) = \arcsin\left(\frac{1 * \lambda_2}{g}\right) = \arcsin\left(\frac{1 * 5,79 * 10^{-7} \text{ m}}{6,83 * 10^{-6} \text{ m}}\right) = 4,86^\circ.$$

Außerdem gilt:

$$\alpha_2(436 \text{ nm}) = \arcsin\left(\frac{2 * 4,36 * 10^{-7} \text{ m}}{6,83 * 10^{-6} \text{ m}}\right) = 7,34^\circ.$$

Damit sind die beiden Linienspektren noch getrennt.

- Damit sich die beiden Spektren gerade nicht überlagern, muss gelten:

$$\sin \alpha_1(579 \text{ nm}) = \sin \alpha_2(436 \text{ nm})$$

und damit

$$\frac{k_1 * \lambda_2}{g} = \frac{k_2 * \lambda_1}{g}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Da sich g in dieser Bedingung herausgekürzt hat, hängt das Verhältnis der beiden Ordnungen nur von den Wellenlängen ab. Ein Gitter mit einer anderen Gitterkonstante ändert nichts an der Bedingung, unter der sich die beiden Spektren überschneiden.

Aufgabe: Beugung Na-Lampe

Um die Wellenlänge des Lichtes zu ermitteln, das von einer Natriumdampflampe ausgesendet wird, lässt man es auf einen Einzelspalt der Breite $b = 0,05 \text{ mm}$ fallen. Auf dem Schirm, der $l = 3 \text{ m}$ vom Spalt entfernt ist, beobachtet man eine Intensitätsverteilung, die in Abb.1 wiedergegeben ist.

- Beschreiben oder zeichnen Sie den erforderlichen Versuchsaufbau. Begründen Sie ihre Anordnung.
- Leiten Sie eine Formel her für die Winkel α , unter denen man Maxima bzw. Minima beobachten sollte.
- Bestimmen Sie die Winkel für das 1. - 3. Maximum aus der Abbildung.
- Errechnen Sie mit ihren Ergebnissen aus c) und der Formel aus b) einen Mittelwert für die Wellenlänge des Lichtes. Geben Sie die Farbe des Lichtes an.
- Berechnen Sie den Abstand der beiden 2. Maxima links und rechts von der Mitte und den Abstand des 2. und 3. Maximums rechts von der Mitte auf dem Schirm.

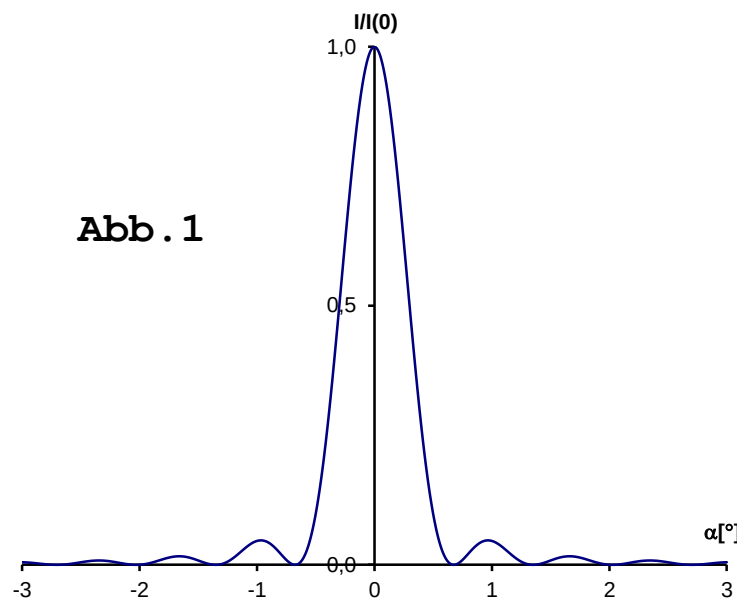


Abb.1: Intensitätsverteilung

Lösungen:

- Damit Beugung auftreten kann, muss man zunächst mit Hilfe zweier Linsen und eines verstellbaren Spaltes das Licht kohärent machen. Um eine genügend große Helligkeit der Beugungsfigur zu erzielen, leuchtet man mit der ersten Linse den Spalt mit der Natriumdampflampe optimal aus. Das Licht, das durch diesen Spalt fällt, wird mit der zweiten Linse in ein paralleles Lichtbündel verwandelt. Dadurch wird der Spalt auf dem Schirm scharf abgebildet. In dieses Bündel stellt man den Beugungsspalt. Auf dem Schirm kann man dann die Beugungsfigur sehen.
- Die Formeln wurden in Kapitel 2.5 hergeleitet. Für die Minima gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{k * \lambda_k}{b} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

Dann löschen sich die Elementarwellen der oberen und der unteren Spalthälfte gerade gegenseitig aus, da der Gangunterschied paarweise $\lambda/2$ beträgt. Für die Maxima gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{(2k + 1) * \lambda_k}{2 * b} \text{ mit } k = 1, 2, 3 \dots$$

Unter diesen Bedingungen löschen sich die Elementarwellen der oberen und unteren Spaltbreite nicht mehr vollständig gegenseitig aus. Es bleibt ein Rest an Elementarwellen übrig, die interferieren.

c) Aus der Zeichnung liest man für die ersten drei Maxima folgende Winkel ab:

$$\alpha_1 = 1,0^\circ; \alpha_2 = 1,7^\circ; \alpha_3 = 2,4^\circ.$$

d) Mit Hilfe der Formeln aus b) und der Winkel aus c) erhält man:

$$\lambda_1 = \frac{2 * b}{(2k + 1)} * \sin \alpha_1 = \frac{2 * 5 * 10^{-5} m}{(2 * 1 + 1)} * \sin(1,0^\circ) = 582 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = \frac{2 * 5 * 10^{-5} m}{(2 * 2 + 1)} * \sin(1,7^\circ) = 593 \text{ nm}$$

$$\lambda_3 = \frac{2 * 5 * 10^{-5} m}{(2 * 3 + 1)} * \sin(2,4^\circ) = 598 \text{ nm}$$

und damit einen Mittelwert von

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} = \frac{582 \text{ nm} + 593 \text{ nm} + 598 \text{ nm}}{3} = 591 \text{ nm}.$$

Für die Frequenz gilt

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 * 10^8 m/s}{5,91 * 10^{-7} m} = 5,08 * 10^{14} \text{ Hz}.$$

Das Licht ist gelb.

e) Es gilt:

$$z_2 = l * \tan \alpha_2 = 3 m * \tan(1,7^\circ) = 0,089 \text{ m}$$

$$z_3 = l * \tan \alpha_3 = 3 m * \tan(2,4^\circ) = 0,126 \text{ m}$$

und damit

$$2 * z_2 = 2 * 0,089 \text{ m} = 0,178 \text{ m}.$$

und

$$\Delta z = z_3 - z_2 = 0,126 \text{ m} - 0,089 \text{ m} = 0,037 \text{ m}.$$

Aufgabe: Brechung Glasblock

Ein Strahl einfarbigen Lichtes tritt aus der Luft kommend in einen $d = 10 \text{ cm}$ dicken Glasblock mit parallelen Begrenzungsflächen ein. Der Einfallswinkel ist $\alpha = 60^\circ$, die Brechungszahl des verwendeten Glases beträgt $n = 1,51$. Nach dem Durchgang durch das Glas tritt das Licht wieder in die Luft aus.

- a) Zeichnen und beschreiben Sie den genauen Verlauf des Lichtstrahles durch den Glasblock.
- b) Ermitteln Sie zeichnerisch und rechnerisch, um wie viel der aus dem Glasblock austretende Lichtstrahl gegen den ursprünglichen Lichtstrahl verschoben wurde.
- c) Beschreiben Sie die Beobachtungen, wenn man weißes Licht verwenden würde. Begründen Sie.
- d) Erläutern Sie, was man beobachten würde, wenn der Glasblock dicker wäre. Begründen Sie ausführlich.

Lösungen:

- a) Beim Eintritt in den Glasblock wird der Lichtstrahl zum Lot hin gebrochen (s.a. Abb.1)). Dabei gilt für den Einfallswinkel:

$$\alpha_1 = 60^\circ$$

und für den Brechungswinkel:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

und damit

$$\beta_1 = \arcsin \frac{\sin(60^\circ)}{1,51} = 35^\circ.$$

Beim Austritt aus dem Block wird er vom Lot weg gebrochen. Da beide Kanten parallel zueinander verlaufen, gilt für den Einfallswinkel:

$$\alpha_2 = 35^\circ$$

und für den Brechungswinkel

$$\beta_2 = 60^\circ,$$

da Lichtwege umkehrbar sind. Der Lichtstrahl wird damit insgesamt parallel zu sich selbst verschoben.

- b) Aus der Zeichnung liest man ab:

$$\cos\beta_1 = \frac{d}{x}$$

und außerdem

$$\sin(\alpha_1 - \beta_1) = \frac{s}{x}$$

Daraus folgt:

$$s = x * \sin(\alpha_1 - \beta_1) = d * \frac{\sin(\alpha_1 - \beta_1)}{\cos \beta_1}.$$

Einsetzen der Werte liefert

$$s = 0,1m * \frac{\sin(60^\circ - 35^\circ)}{\cos(35^\circ)} = 0,0516 m.$$

- c) Bei weißem Licht würde der Lichtstrahl in seine Farben aufgespalten, da der Brechungsindex von der Wellenlänge abhängt.
- d) Wäre d größer, so würde auch s größer werden (s.b)); der Lichtstrahl wäre stärker parallel verschoben.

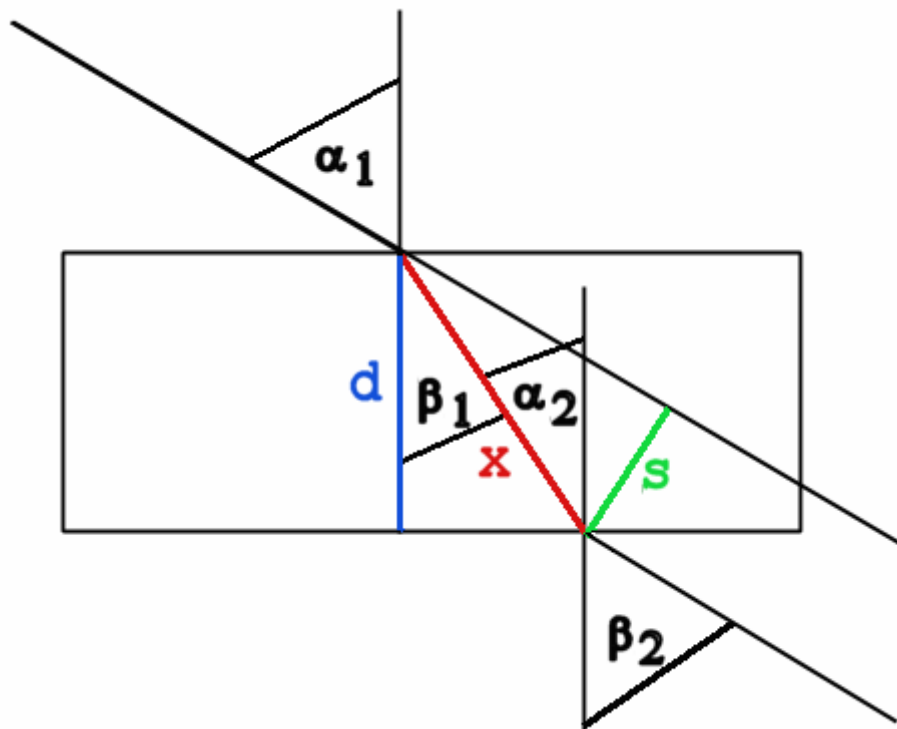


Abb.1: Durchgang des Lichtstrahles durch den Glasblock

Aufgabe: Brechung Glasblock

Ein Strahl weißen Lichtes tritt aus der Luft in einen $d = 10 \text{ cm}$ dicken Glasblock mit parallelen Begrenzungsflächen ein. Der Einfallswinkel ist $\alpha_1 = 64^\circ$, die Brechungswinkel β_1 liegen zwischen $36,53^\circ$ und $35,98^\circ$. Nach dem Durchgang durch das Glas tritt das Licht wieder in die Luft aus.

- a) Erklären Sie ausführlich, warum sich hier kein einheitlicher Brechungswinkel ergibt. Berechnen Sie die zugehörigen Brechungszahlen n .
- b) Berechnen Sie für die angegebenen Brechungswinkel die Abstände s zwischen dem einfallenden und aus dem Glas austretenden Lichtstrahl. Leiten Sie die Formel her.
- c) Der Glasblock tauche in Wasser mit der Brechungszahl $n_1 = 1,3279$ und $n_2 = 1,3427$ ein. Berechnen Sie in diesem Fall die in b) angegebenen Abstände s .
- d) Beschreiben Sie, was geschieht, wenn die Brechzahlen der beiden Medien gleich sind. Begründen Sie.

Lösungen:

- a) Weißes Licht enthält verschiedene Wellenlängen. Da verschiedene Brechungswinkel auftreten, müssen die verschiedenen Wellenlängen verschieden stark gebrochen werden. Sie haben unterschiedliche Brechzahlen n . Für sie gilt:

$$n_1 = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin(64^\circ)}{\sin(36,53^\circ)} = 1,51$$

und

$$n_2 = \frac{\sin(64^\circ)}{\sin(35,98^\circ)} = 1,5299.$$

- b) Aus der Abb.1 liest man ab:

$$\cos \beta_1 = \frac{d}{x}$$

und außerdem

$$\sin(\alpha_1 - \beta_1) = \frac{s}{x}.$$

Daraus folgt:

$$s = x * \sin(\alpha_1 - \beta_1) = d * \frac{\sin(\alpha_1 - \beta_1)}{\cos \beta_1}.$$

Einsetzen der Werte liefert

$$s_1 = 0,1m * \frac{\sin(64^\circ - 36,53)}{\cos(36,53^\circ)} = 0,0574 m.$$

$$s_2 = 0,1m * \frac{\sin(64^\circ - 35,98^\circ)}{\cos(35,98^\circ)} = 0,0581 m.$$

c) Es gilt:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_G}{n_W}$$

und damit:

$$\sin\beta_1 = \frac{n_W}{n_G} * \sin\alpha_1$$

Löst man nach β_1 auf und setzt die gegebenen Werte ein, so erhält man:

$$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{n_W}{n_G} * \sin\alpha_1\right) = \arcsin\left(\frac{1,3279}{1,51} * \sin(64^\circ)\right) = 52,22^\circ$$

$$\beta_2 = \arcsin\left(\frac{1,3427}{1,53} * \sin(64^\circ)\right) = 52,07^\circ$$

und damit:

$$s_1 = 0,1m * \frac{\sin(64^\circ - 52,22^\circ)}{\cos(52,22^\circ)} = 0,0333 m.$$

$$s_2 = 0,1m * \frac{\sin(64^\circ - 52,07^\circ)}{\cos(52,07^\circ)} = 0,0336 m.$$

d) Sind beide Brechzahlen gleich, so gilt:

$$\sin\alpha_1 = \sin\beta_1$$

und somit

$$\alpha_1 = \beta_1.$$

oder

$$\alpha_1 - \beta_1 = 0.$$

Damit wird

$$s = 0.$$

Der Strahl geht ungebrochen hindurch und wird nicht parallel verschoben.

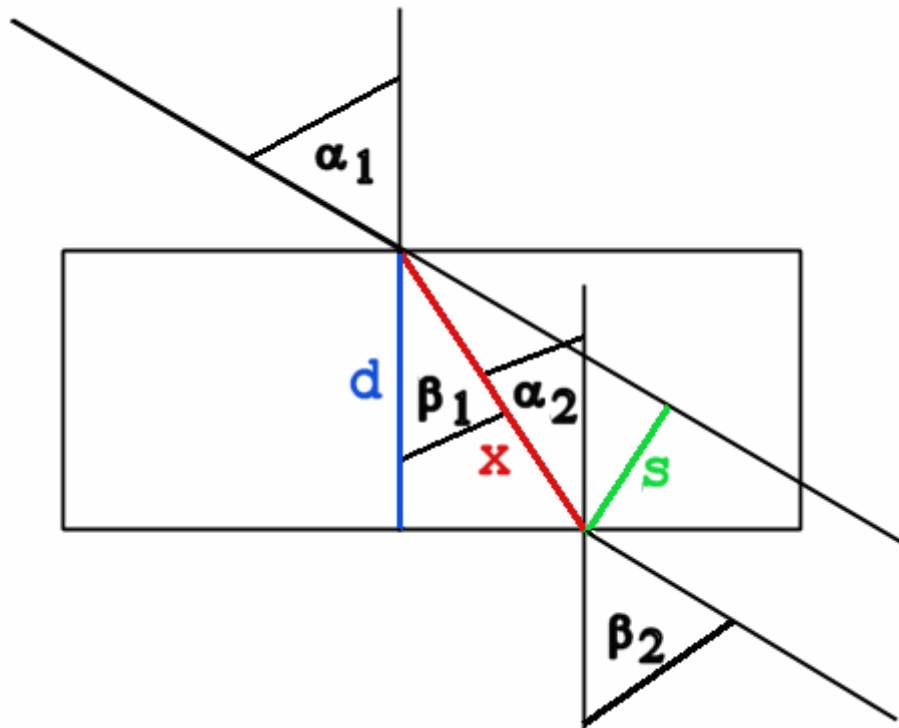


Abb.1: Brechung des Lichtstrahles im Glasblock

Aufgabe: Brechung Prisma

Ein Lichtstrahl fällt unter einem Winkel α auf einen Schenkel eines Prismas. Beim Austritt aus dem Prisma wird er am zweiten Schenkel so gebrochen, dass er unter dem gleichen Winkel α austritt, unter dem er am ersten Schenkel ins Prisma eingetreten ist (s. Abb. 1). Dabei wird er insgesamt um den Winkel δ abgelenkt. Das Prisma besitzt den Keilwinkel γ .

a) Zeigen Sie, dass dieser Fall eintritt, wenn für den Einfallswinkel α gilt:

$$\alpha = 1/2 (\delta + \gamma).$$

b) Beweisen Sie, dass dann für den Brechungsindex n des Prismenmaterials gilt:

$$n = \frac{\sin(1/2 (\delta + \gamma))}{\sin(\gamma/2)}.$$

c) Berechnen Sie den Ablenkungswinkel δ und den Einfallswinkel α für $\gamma = 40^\circ$ und $n = 1,5$.

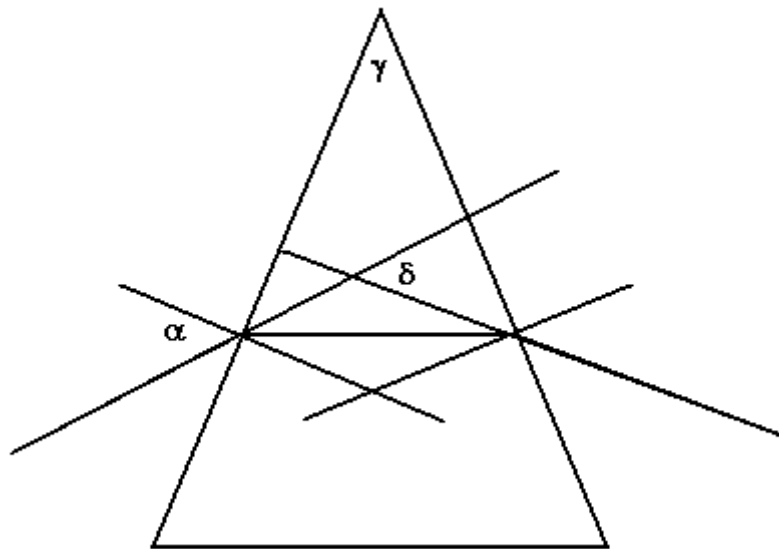


Abb.1: Brechung an einem Prisma

Lösungen:

a) Aus der Abb. 2 liest man im rosafarbenen Viereck ab:

$$\phi + 2\alpha + \varepsilon = 360^\circ.$$

Mit

$$\phi = 180^\circ - \delta$$

und

$$\varepsilon = 180^\circ - \gamma$$

folgt

$$180^\circ - \delta + 2\alpha + 180^\circ - \gamma = 360^\circ$$

und damit

$$2\alpha = \delta + \gamma$$

oder

$$\alpha = 1/2 * (\delta + \gamma).$$

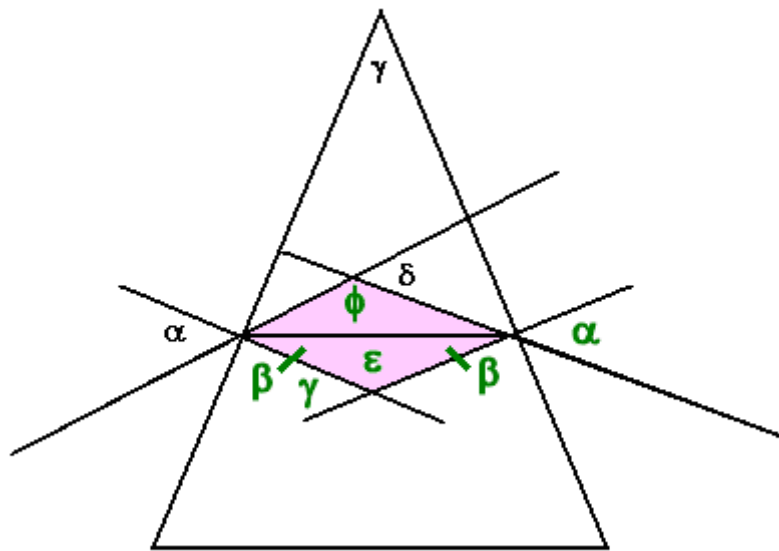


Abb.2: Brechung an einem Prisma

b) Nach a) gilt:

$$\epsilon = 180^\circ - \gamma.$$

Im unteren Dreieck des rosafarbenen Vierecks liest man ab:

$$180^\circ = 2\beta + \epsilon$$

und damit

$$180^\circ = 2\beta + 180^\circ - \gamma.$$

Daraus folgt:

$$2\beta = \gamma$$

oder

$$\beta = \gamma/2.$$

Damit gilt mit Hilfe des Brechungsgesetzes und unter Berücksichtigung des Ergebnisses aus a):

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(1/2 * (\delta + \gamma))}{\sin(\gamma/2)}$$

c) Setzt man die gegebenen Werte ein, so erhält man:

$$1,5 = \frac{\sin(1/2 * (\delta + 40^\circ))}{\sin(20^\circ)}.$$

Daraus folgt:

$$\delta = 2 * \arcsin(1,5 * \sin(20^\circ)) - 40^\circ = 21,73^\circ$$

und damit für α :

$$\alpha = 1/2 * (\delta + \gamma) = 1/2 * (21,73^\circ + 40^\circ) = 30,87^\circ.$$

Aufgabe: Elektromagnetische Wellen

- a) Stellen Sie die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen zusammen. Beschreiben Sie, wie man diese Eigenschaften experimentell nachweisen kann.
- b) Erläutern Sie die Vorgänge, die sich abspielen, wenn eine elektromagnetische Welle sich im Raum ausbreitet.
- c) Leiten Sie aus Energieüberlegungen einen Ausdruck für die Geschwindigkeit elektromagnetischer Wellen her und berechnen Sie sie im Vakuum und in Alkohol ($\epsilon_r = 22$, $\mu_r = 1$).
- d) Fertigen Sie zu einem Versuch, mit dem man die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen in Luft bestimmen kann, ein Versuchsprotokoll an.
- e) Erläutern Sie den Begriff Modulation. Geben Sie an, welche Arten es gibt. Erläutern und erklären Sie, wie bei den verschiedenen Modulationsarten die Informationen Tonhöhe und Lautstärke verschlüsselt werden und wie sie im Empfänger zurück gewonnen werden.
- f) Erklären Sie, wie eine Antenne funktioniert und warum eine Antenne auf den Sender bzw. Empfänger abgestimmt werden muss. Berechnen Sie die optimale Länge einer Antenne für den MW-Bereich mit einer mittleren Frequenz $f = 1$ MHz und für den UKW-Bereich mit $f = 100$ MHz. Ermitteln Sie, wie lang sie unter Wasser sein müssten. ($\epsilon_r = 81$, $\mu_r = 1$)

Hinweise: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm; $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-8}$ Vs/Am

Lösungen:

- a) Elektromagnetische Wellen besitzen folgende Eigenschaften:
 - 1) Sie breiten sich mit einer Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s aus. Um diese Geschwindigkeit zu messen, erzeugt man mit einem Mikrowellensender bekannter Frequenz und einer Metallwand stehende Wellen. Die Extrema misst man mit einem Dipol aus und errechnet aus der Entfernung zweier Maxima und der Frequenz f die Ausbreitungsgeschwindigkeit mit Hilfe der Grundgleichung der Wellenlehre.
 - 2) Elektromagnetische Wellen werden an Metallflächen reflektiert. Dabei gilt das Reflexionsgesetz. Man bestrahlt mit dem Mikrowellensender schräg von der Seite eine Metallwand unter einem bestimmten Winkel. Mit einem Dipol sucht man das Maximum der reflektierten Welle. Reflektierte und einfallende Welle bilden mit der Metallwand den gleichen Winkel.
 - 3) Elektromagnetische Wellen werden beim Durchgang durch Körper gebrochen. Man bestrahlt mit dem Mikrowellensender ein Plastikprisma, das mit Kochsalz gefüllt ist. Auf der anderen Seite des Prismas sucht man mit einem Dipol das Maximum der gebrochenen Welle. Dabei stellt man fest, dass die einfallende Welle beim Durchgang durch das Prisma aus ihrer Richtung abgelenkt wurde.
 - 4) Elektromagnetische Wellen benötigen zur Ausbreitung kein Medium. Die Astronauten auf dem Mond konnten sich mit der Bodenstation auf der Erde über Funkwellen verständigen, obwohl sich zwischen Erde und Mond auf weiten Strecken keine Materie befindet.
 - 5) Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen. Sie lassen sich polarisieren. Man stellt zwischen den Mikrowellensender, dessen Wellen vertikal polarisiert sind, und die Empfangsdiode ein Metallgitter, dessen Stäbe vertikal ausgerichtet sind. Die Diode zeigt keinen Empfang, da die Metallstäbe wie eine Metallwand wirken. Dreht man die

Stäbe in eine horizontale Lage, so empfängt die Diode ein starkes Signal. Alternativ kann man auch den Sender um 90° drehen.

- b)** In der Welle induziert ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld, dieses wiederum ein Magnetfeld und so weiter. Da elektrische und magnetische Felder auch im Vakuum existieren können, benötigen elektromagnetische Wellen keine Materie zu ihrer Ausbreitung.
- c)** Wendet man die Formeln für die elektrische und magnetische Energiedichte an, so gilt:

$$\frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2 \mu_r \mu_0} B^2 \quad (1).$$

Mit Hilfe des Faradayschen Induktionsgesetzes erhält man

$$E = c * B \quad (2).$$

Setzt man die zweite Gleichung in die erste ein, so folgt:

$$\frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 c^2 B^2 = \frac{1}{2 \mu_r \mu_0} B^2$$

und damit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}.$$

Mit Hilfe der elektrischen und magnetischen Feldkonstante ergibt sich für die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im Vakuum:

$$c = \frac{1}{\sqrt{8,854 * 10^{-12} (As/Vm) * 1,257 * 10^{-6} (Vs/Am)}} = 2,998 * 10^8 m/s$$

und im Alkohol

$$c(Alkohol) = c(Vakuum) * \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = 2,998 * \frac{10^8 m}{s} * \frac{1}{\sqrt{22}} = 6,3 * 10^7 m/s .$$

d) Aufbau:

Man benötigt einen Tonfrequenzgenerator, einen Mikrowellensender, einen Empfangsdipol, einen Niederfrequenzverstärker, an den ein Lautsprecher angeschlossen ist, und eine Metallwand. Das Klystron wird mit dem Tonfrequenzgenerator moduliert. Es strahlt damit ein amplitudenmoduliertes Trägersignal ab. Das modulierte Signal wird an der Metallwand reflektiert und gelangt zum Empfangsdipol, der es gleichrichtet und dem NF-Verstärker zuführt. Das hochfrequente Trägersignal wird durch den Eingangskondensator des NF-Verstärkers herausgefiltert. Aus dem angeschlossenen Lautsprecher ertönt das niederfrequente Signal.

Durchführung:

Zwischen Klystron und Metallwand bauen sich stehende Wellen auf. Mit dem Empfangsdipol fährt man die Extrema ab und misst z.B. den Abstand zwischen zwei Minima.

Ergebnis und Auswertung:

Der Abstand zweier Minima beträgt z.B.

$$l = 1,6 \text{ cm.}$$

Für die Wellenlänge der Mikrowellen erhält man:

$$\lambda = 3,2 \text{ cm.}$$

Mit der Frequenz f des Klystrons folgt:

$$c = \lambda * f = 0,032 \text{ m} * 945 \text{ MHz} = 3,02 * 10^8 \text{ m/s.}$$

- e) Unter Modulation versteht man die Überlagerung eines hochfrequenten Trägersignals und eines niederfrequenten Informationssignal. Je nach Art der Überlagerung wird dabei die Frequenz oder die Amplitude des Trägersignals variiert. Man spricht von Frequenzmodulation FM bzw. Amplitudenmodulation AM. Bei der FM ändert sich die Frequenz des HF-Signals im Takte der Niederfrequenz und zwar umso stärker, je lauter der Ton ist. Bei der AM ändert sich die Amplitude der Trägerfrequenz im Takte der Niederfrequenz und zwar umso stärker, je lauter der übertragene Ton ist. Bei FM wird das Signal im Empfänger in eine amplitudenmodulierte Spannung umgewandelt, die dann gleichgerichtet wird. Nach dem Herausfiltern der Hochfrequenz wird die Niederfrequenz verstärkt und mit einem Lautsprecher hörbar gemacht. Bei der AM entsteht im Empfänger sofort ein amplitudenmoduliertes Spannungssignal, das wie bei der FM weiterverarbeitet wird.
- f) Eine Antenne besteht aus einem Stück Leiter, dessen Länge auf das Sendesignal abgestimmt wird. Der Leiter wirkt wie ein Dipol, in dem sich eine stehende Welle aufbaut. Das gelingt jedoch nur, wenn seine Länge auf die Wellenlänge des Trägersignals abgestimmt ist. Die stehende Welle verstärkt so das empfangene Signal. Für den MW-Bereich gilt:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 * 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ MHz}} = 300 \text{ m}$$

und damit für die Länge der Antenne:

$$l = \frac{\lambda}{2} = 150 \text{ m}$$

oder

$$l = \frac{\lambda}{4} = 75 \text{ m.}$$

Für den UKW-Bereich erhält man entsprechend:

$$l = 1,5 \text{ m}$$

bzw.

$$l = 0,75 \text{ m.}$$

In Wasser gilt für die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen

$$c_W = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r * \mu_r}} = \frac{3 * 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{81 * 1}} = 3,3 * 10^7 \text{ m/s}$$

und damit für die Länge der Antennen:

$$l_{MW} = \frac{c_W}{2f} = \frac{3,3 * 10^7 \text{ m/s}}{2 * 1 * 10^6 \text{ Hz}} = 16,7 \text{ m}$$

$$l_{UKW} = 0,167 \text{ m.}$$

Aufgabe: EM-Wellen

Es gibt verschiedene Arten elektromagnetischer Wellen.

- a) Nennen Sie fünf Arten von EM-Wellen und geben Sie an, wo Sie eine Rolle spielen. Ordnen Sie sie nach ihrer Wellenlänge.
- b) Stellen Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede der verschiedenen Arten zusammen.
- c) Erläutern und erklären Sie, wie man sie grundsätzlich erzeugen kann.

Lösungen:

- a) Es gibt Rundfunk- und Fernsehwellen, kurz Funkwellen genannt. Sie dienen der Übertragung von Informationen in audiovisueller Form. Mikrowellen transportieren Energie und erhitzen Speisen. In der Physik werden sie häufig eingesetzt, um die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen zu untersuchen. In WLAN-Netzwerken übertragen sie Informationen. Infrarotwellen werden auch Wärmestrahlung genannt. Sie werden in der Medizin verwendet, um Entzündungen zu behandeln oder dienen in der Aufzucht von Jungtieren als Wärmespender. Außerdem transportieren sie in Glasfaserkabeln verschiedene Arten von binären oder analogen Daten wie Bilder, Videos, Musikstücke oder Computerdaten. UV-Wellen bräunen die Haut und töten Krankheitskeime, etwa Viren, ab. Lichtwellen sind für uns Menschen unverzichtbar, machen sie uns doch unsere Umwelt erfahrbar. Außerdem erwärmen sie als Sonnenstrahlen die Erde und machen sie erst lebenswert. Sie treiben Solarkraftwerke an und erzeugen so einen Teil des für unsere Gesellschaft lebenswichtigen Stromes. Und Pflanzen produzieren mit ihrer Hilfe den für die Tiere unabdingbaren Sauerstoff. Gleichzeitig füllen sie ihre Energiespeicher mit Glucose und Stärke auf, die uns als Nahrung dienen. Röntgenstrahlen durchleuchten unseren Körper und machen Frakturen oder krankhafte Gewebepartien sichtbar. Mit Gammastrahlen werden in der Krebstherapie Krebszellen abgetötet. Funkwellen haben die größte Wellenlänge, gefolgt von Mikrowellen, IR-Wellen, Lichtwellen, UV-Wellen, Röntgenstrahlen und Gammastrahlen.
- b) Die verschiedenen Arten elektromagnetischer Wellen unterscheiden sich vor allem in ihrer Wellenlänge und Frequenz. Sie besitzen die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit und werden an Metallflächen reflektiert. Sie durchdringen je nach Art der Welle verschiedene Materialien.
- c) Es müssen in einem Medium Elektronen in Schwingungen versetzt werden. Dadurch entstehen elektrische und magnetische Wechselfelder, die sich als elektromagnetische Wellen vom Wellenträger ablösen. In der Praxis verwendet man entdämpfte elektromagnetische Schwingkreise aus Spulen und Kondensatoren oder Schwingquarzen. Beispiele werden in verschiedenen Skripten auf dieser Webseite ausführlich diskutiert, etwa in den Skripten „Radio“, „Zahnbürste“ oder „Schwingquarz“.

Aufgabe: Dopplereffekt

Für drei Himmelskörper hat man folgende Rotverschiebungen z gemessen:

Galaxie NGC221: $z = 0,0007$

Gemmi-Haufen: $z = 0,08$

Quasar OQ 172: $z = 3,7$.

Die Zentren dreier anderer Himmelskörper haben von der Erde im Mittel folgende Entfernungen r in Lichtjahren La ($1 \text{ La} = 9,47 \cdot 10^{15} \text{ km}$):

Andromeda-Nebel: $r = 2.500.000 \text{ La}$

Magellan-Wolken: $r = 220.000 \text{ La}$

Milchstraße: $r = 27.000 \text{ La}$

- Berechnen Sie die jeweiligen Fluchtgeschwindigkeiten der Himmelskörper und deuten Sie das Ergebnis.
- Berechnen Sie die Wellenlänge $\lambda_E(H_\alpha)$, die man für die Wasserstofflinie H_α jeweils auf der Erde beobachtet, wenn die Wellenlänge im eigenen Ruhesystem $\lambda_0(H_\alpha) = 656,3 \text{ nm}$ beträgt.
- Berechnen Sie für die ersten drei Himmelskörper die Entfernung r von der Erde in km und in La.
- Berechnen Sie für die letzten drei Himmelskörper die Rotverschiebung z .

Lösungen:

a) Für die Fluchtgeschwindigkeit der ersten drei Himmelskörper gilt nach Kapitel 2.7:

$$v = \frac{(z + 1)^2 - 1}{(z + 1)^2 + 1} * c .$$

Setzt man die z -Werte ein, so erhält man folgende Geschwindigkeiten:

$$v(NGC221) = \frac{(0,0007 + 1)^2 - 1}{(0,0007 + 1)^2 + 1} * c = 7 * 10^{-4} * c = 210 \text{ km/s}.$$

$$v(Gemmi) = \frac{(0,08 + 1)^2 - 1}{(0,08 + 1)^2 + 1} * c = 0,0768 * c = 23000 \text{ km/s}.$$

$$v(OQ172) = \frac{(3,7 + 1)^2 - 1}{(3,7 + 1)^2 + 1} * c = 0,913 * c = 274000 \text{ km/s}.$$

Um die Geschwindigkeiten der anderen drei Himmelskörper zu berechnen, benutzt man das Hubble-Gesetz aus Kapitel 2.7. Es gilt:

$$v = H * r$$

mit der Hubble-Konstante H

$$H = 2,33 * 10^{-18} (1/s).$$

Setzt man die Entfernungen ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} v(AN) &= 2,33 * 10^{-18} (1/s) * 2,5 * 10^6 * 9,47 * 10^{18} m \\ &= 5,52 * 10^7 m/s \\ &= 0,1839c. \end{aligned}$$

Für die anderen ergeben sich folgende Werte

$$v(MW) = 4,85 * 10^6 m/s = 0,01618c.$$

$$v(MS) = 5,96 * 10^5 m/s = 0,00199c.$$

Die Geschwindigkeiten können Werte bis nahe Lichtgeschwindigkeit erreichen. Das klingt sehr ungewöhnlich, da man für ihre Beschleunigung auf diese Geschwindigkeiten beim Urknall nahezu unvorstellbare Energiemengen benötigt wurden.

b) Für die beobachteten Wellenlängen gilt nach Kapitel 2.7

$$\lambda_E = \lambda_0 * \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (1).$$

Setzt man die Werte ein, so ergeben sich folgende Wellenlängen

$$\lambda_E(NGG221) = 656,3 \text{ nm} * \sqrt{\frac{1 + 7 * 10^{-4}}{1 - 7 * 10^{-4}}} = 656,8 \text{ nm}$$

$$\lambda_E(Gemmi) = 708,8 \text{ nm}$$

$$\lambda_E(OQ172) = 3077,5 \text{ nm}.$$

$$\lambda_E(AN) = 790,4 \text{ nm}$$

$$\lambda_E(MW) = 667,0 \text{ nm}$$

$$\lambda_E(MS) = 657,6 \text{ nm}$$

c) Löst man die oben angegebene Hubble-Gleichung nach r auf, so gilt

$$r = \frac{v}{H}.$$

Setzt man die Werte ein, so folgt für die Entfernungen r zur Erde:

$$r(NGC221) = \frac{210 \text{ km/s}}{2,33 * 10^{-18} (1/s)} = 9,00 * 10^{19} \text{ km} = 9500 \text{ La}$$

$$r(Gemmi) = 9,87 * 10^{21} \text{ km} = 1,04 * 10^6 \text{ La}$$

$$r(OQ172) = 1,18 * 10^{23} \text{ km} = 1,25 * 10^7 \text{ La}.$$

d) Für die Rotverschiebung gilt nach Kapitel 2.7:

$$z = \frac{\lambda_E}{\lambda_0} - 1.$$

Einsetzen der Werte aus Teilaufgabe b liefert

$$z(AN) = \frac{790,4 \text{ nm}}{656,3 \text{ nm}} - 1 = 0,204.$$

$$z(MW) = 0,0163.$$

$$z(MS) = 0,00198.$$

Aufgabe Polarisation

- a) Berechnen Sie den Brewsterwinkel für Wasser, Glas und Diamant. Ihre Brechzahlen betragen: $n(\text{Wasser}) = 1,33$, $n(\text{Glas}) = 1,51$ und $n(\text{Diamant}) = 2,42$. Berechnen Sie die Brechzahlen n von Alkohol und Quarz, wenn ihre Brewsterwinkel $\alpha_B(\text{Alkohol}) = 53,7^\circ$ bzw. $\alpha_B(\text{Quarz}) = 57,2^\circ$ betragen.
- b) Das Licht einer Glühlampe fällt durch zwei Polarisatoren, die einen Winkel $\alpha = 30^\circ$ bilden. Berechnen Sie, wie viel Prozent des Lichtes sie durchdringen. Berechnen Sie den Winkel, bei dem die Intensität um 50 % geschwächt wird.

Lösungen:

- a) Für den Brewsterwinkel α_B gilt mit n als Brechzahl nach Kapitel 2.8:

$$\alpha_B = \arctan(n)$$

Setzt man die Werte ein, so erhält man:

$$\alpha_B(\text{Wasser}) = 53,1^\circ$$

$$\alpha_B(\text{Glas}) = 56,5^\circ$$

$$\alpha_B(\text{Diamant}) = 67,5^\circ.$$

Für die Brechzahlen von Alkohol und Quarz ergibt sich:

$$n(\text{Alkohol}) = \tan(53,7^\circ) = 1,36$$

$$n(\text{Quarzglas}) = \tan(57,2^\circ) = 1,55.$$

- b) Nach Kapitel 2.8 gilt für die durchgelassene Intensität:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Daraus folgt

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2 \alpha = 0,75 = 75\%.$$

Man löst die obige Gleichung nach α auf und erhält:

$$\alpha = \arccos\left(\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right) = \arccos(\sqrt{0,5}) = 45^\circ.$$

Aufgabe Polarimetrie

Glucose oder Traubenzucker ist eines der wichtigsten Moleküle in der Natur überhaupt. Sie wird in riesigen Mengen durch die Photosynthese produziert und bildet die Grundlage sämtlichen Lebens auf der Erde, einerseits als Energielieferant in Form von Stärke und andererseits als Gerüststoff in Form von Zellulose. Sie kommt in der Natur in zwei Modifikationen vor als α -D(+)-Glucose und β -D(+)-Glucose. Lässt man eine Lösung von einer der beiden Arten 24 Stunden stehen, so stellt sich in der Lösung ein Gleichgewicht zwischen beiden Formen ein. Man löst $m = 20 \text{ g}$ α -D(+)-Glucose in 100 ml Wasser. Die Lösung zeigt ein Drehvermögen von $\alpha_1 = 44,8^\circ$. Eine entsprechende Lösung von β -D(+)-Glucose dreht die Ebene des polarisierten Lichtes um $\alpha_2 = 7,6^\circ$. Nach 24 Stunden misst man in beiden Lösungen einen Drehwinkel von $\alpha_3 = 20,8^\circ$. Die Länge der Küvette beträgt $l = 2 \text{ dm}$.

- Berechnen Sie das spezifische Drehvermögen der zwei Modifikationen und der Mischung beider.
- Berechnen Sie die Massen an α -D(+)-Glucose und β -D(+)-Glucose, die nach dem Altern in den Lösungen vorliegen.
- Berechnen Sie die Drehwinkel, wenn man jeweils $m = 12 \text{ g}$ der beiden Formen in $V = 80 \text{ ml}$ Wasser löst und sie anschließend einen Tag stehen lässt.

Lösungen:

- a) Für das spezifische Drehvermögen α_s gilt nach Kapitel 2.8

$$\alpha_s = \frac{\alpha}{c * l}$$

Darin ist α der gemessene Drehwinkel, c die Massenkonzentration und l die Länge der Küvette. Setzt man die Werte aus der Aufgabenstellung ein, so erhält man für die zwei Modifikationen der D-Glucose und die Mischung beider

$$\alpha_s(\alpha D) = \frac{44,8^\circ}{0,2 \text{ g/ml} * 2 \text{ dm}} = 112 \frac{^\circ * \text{ml}}{\text{g} * \text{dm}}$$

$$\alpha_s(\beta D) = 19 \frac{^\circ * \text{ml}}{\text{g} * \text{dm}}$$

$$\alpha_s(D) = 52 \frac{^\circ * \text{ml}}{\text{g} * \text{dm}}$$

- b) Es gelten folgende Beziehungen

$$c(\alpha D) + c(\beta D) = 0,2 \text{ g/ml} \quad (1)$$

und

$$\alpha = \alpha_s(\alpha D) * c(\alpha D) * l + \alpha_s(\beta D) * c(\beta D) * l \quad (2).$$

Man erhält zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Löst man Gleichung (1) nach $c(\alpha D)$ auf und setzt das Ergebnis in Gleichung (2) ein, so folgt

$$\alpha = \alpha_s(\alpha D) * (0,2g/ml - c(\beta D)) * l + \alpha_s(\beta D) * c(\beta D) * l.$$

Einsetzen der bekannten Werte liefert

$$20,8^\circ = \frac{112^\circ * ml}{g * dm} * \left(\frac{0,2g}{ml} - c(\beta D) \right) * 2dm + \frac{19^\circ * ml}{g * dm} * c(\beta D) * 2dm.$$

Sie enthält als einzige Unbekannte $c(\beta D)$. Stellt man die Gleichung nach ihr um, so folgt nach einigen Rechenschritten:

$$c(\beta D) = 0,129g/ml.$$

Mit Gleichung (1) ergibt sich für $c(\alpha D)$

$$c(\alpha D) = 0,071g/ml.$$

c) Man benutzt die Formel aus Kapitel 2.8 und erhält

$$\alpha(\alpha D) = 112 \frac{^\circ * ml}{g * dm} * \frac{12g}{80ml} * 2dm = 33,6^\circ$$

$$\alpha(\beta D) = 19 \frac{^\circ * ml}{g * dm} * \frac{12g}{80ml} * 2dm = 5,7^\circ$$

$$\alpha(D) = 52 \frac{^\circ * ml}{g * dm} * \frac{12g}{80ml} * 2dm = 15,6^\circ.$$

5. Literatur

- 1) Hrsgb.: Klaus Thome Bibliographisches Institut, Wie funktioniert das?, Meyers Lexikonverlag, Mannheim 1986
- 2) Alonso-Finn, Fundamental University Physics, Fields and Waves II, Addison-Wesley Publishing Company, 7. Ausgabe, Reading Massachusetts 1975
- 3) www.wikipedia.de, Suchbegriff: QAM-Modulation, Download vom 3.1.2016, 9:10 Uhr
- 4) Hrsg. Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik, 5.-8. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main 1986