Elektrisches Feld

Alfons Reichert

Jugendstilwasserkraftwerk Heimbach/Eifel

Inhalt

1. Einleitung

Eine beliebte Preisfrage lautet: Wo ist man bei Gewittern am sichersten? Die Antwort lautet, in einem geschlossenen Metallkäfig, also z.B. in einem Auto oder einem Haus aus Stahlbeton. Warum das so ist, erfahren Sie hier. Elektrische Felder treten nicht nur bei Gewittern auf. Sie sind allgegenwärtig, da alle Körper aus geladenen Teilchen aufgebaut sind, aus negativ geladenen Elektronen und positiv geladenen Protonen. Hinzu kommen die neutralen Neutronen. Von allen geladenen Körpern gehen elektrische Felder aus. Ohne sie würden die Atome in ihre Einzelteile zerfallen. Ohne sie wären alle modernen Kommunikationstechnologien unmöglich, da sie auf elektromagnetischen Wellen beruhen. Und ohne sie wären wir für die Schönheiten der Natur blind. Auch das Licht ist eine EM-Welle. Und Nervenimpulse werden in unserem Körper durch elektrische Signale weitergeleitet. Röntgenapparate nutzen starke elektrische Felder, um Elektronen auf hohe Energien zu beschleunigen, damit sie Röntgenstrahlen erzeugen können. Und das Lieblingsspielzeug vieler Physikerinnen und Physiker, die Teilchenbeschleuniger, wären ohne sie lahme Enten. Elektrische Felder bringen die Teilchen auf Trab, magnetische oder elektrische lenken sie in die richtigen Bahnen. Früher gehörten in diese Kategorie auch Röhrenfernseher und Oszilloskope. Aber sie sind inzwischen durch andere Verfahren abgelöst worden, etwa LED-Fernseher oder USB-Oszilloskope. Aber auch in ihnen werden Elektronen durch elektrische Felder angetrieben, wenn auch mit wesentlich schwächeren, denn ohne Strom läuft auch bei ihnen nichts. Ohne elektrische Felder könnte kein Auto fahren, weder eines mit Verbrennungsmotor noch mit Elektromotor. Benzin bzw. Heizöl wird über zwei Elektroden durch ein starkes elektrisches Feld gezündet. Ohne sie bliebe die Heizung kalt. Jeder Stromfluss ist mit elektrischen Feldern verbunden. Sie treiben die Elektronen in den Leitungen und Turbinen an. Elektrische und magnetische Felder, wohin man blickt. Daher nehmen sie im Pflichtkanon der Oberstufe einen breiten Raum ein. Dieses Skript ist entstanden aus Jahrzehnten an Unterrichtserfahrung in Grund- und Leistungskursen. Nicht alle Themen kommen zur Sprache. Als Ergänzung kann ich auf die gängigen Lehrbücher verweisen. Das Skript soll kein Lehrbuch ersetzen, sondern nur Anregungen für den eigenen Unterricht liefern. Und den Schülerinnen und Schülern soll es eine Hilfe sein, die wesentlichen Aspekte zum Thema elektrisches Feld für Klausuren und Abschlussprüfungen zu wiederholen. Es werden zahlreiche Versuche vorgestellt, die ich selbst oft im Unterricht vorgeführt habe. Die Aufgaben in Kapitel 4 habe ich häufig in Klausuren oder mündlichen Abiturprüfungen eingesetzt. Ich wünsche Ihnen viel Spaß beim Lesen und beim Experimentieren.

Stolberg im Juli 2007 und Mai 2021

2. Grundlagen

2.1 Feldgesetze

2.1.1 Allgemein

Geladene Körper üben auf andere geladene Körper Kräfte aus. Diese Kräfte werden durch das elektrische Feld vermittelt. Man kann es sich als unsichtbare Kraftlinien vorstellen, die jeden geladenen Körper umgeben. Die Gesamtheit dieser Linien um einen Körper nennt man das elektrische Feld oder anders gesagt, den Raumbereich, in dem ein geladener Körper auf andere geladene Körper Kräfte ausübt, bezeichnet man als sein elektrisches Feld.
Man veranschaulicht das Feld mit Feldlinien. Die Richtung der Feldlinien wird durch einen Pfeil an den Linien angezeigt. Je dichter sie liegen, umso stärker ist das Feld an dieser Stelle.
Die Richtung des Feldes entspricht definitionsgemäß der Richtung der Kraft auf eine positive Ladung an dieser Stelle. Die Feldlinien zeigen damit von positiven Ladungen weg und zu negativen hin, weil zwei positive Ladungen sich abstoßen und eine positive und eine negative sich anziehen. Ist ein Körper positiv, der andere negativ geladen, so verlaufen die elektrischen Feldlinien von den positiven zu den negativen Ladungen. Die positiven Ladungen sind Quellen des elektrischen Feldes, die negativen Senken.
Auf beliebig geformten metallischen Oberflächen stehen die Feldlinien senkrecht, zumindest bei ruhenden Ladungen. Zunächst betrachten wir eine kugelförmige Oberfläche (s. Abb.1). Zeigen die Feldlinien, die von ihr ausgehen, in eine beliebige Richtung, so hätte das Feld E eine Komponente E_t tangential zur Oberfläche, die die frei beweglichen Elektronen entlang der Kugeloberfläche solange verschieben würde, bis die Kraft und damit die elektrische Feldkomponente E_r auf ihr senkrecht stehen würde. Es verläuft dann radial. Da man jeden Ausschnitt einer beliebig geformten Oberfläche durch einen Kreisbogen annähern kann, lassen sich die Überlegungen auf alle Oberflächen übertragen.

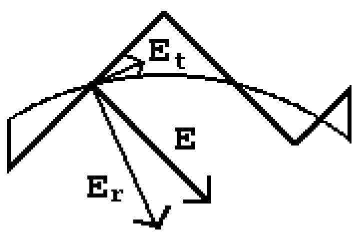

Abb.1: elektrisches Feld
auf metallischen Oberflächen

Ist das elektrische Feld E stärker, so ist auch die Kraft F_E auf einen anderen geladenen Körper mit der Ladung q größer. Mit q ist die Ladung des Körpers gemeint, der die Kraft erfährt. Das elektrische Feld wird von einem anderen geladenen Körper erzeugt. Dessen Ladung kürzt man mit Q ab. Um die Stärke verschiedener Felder miteinander vergleichen zu können, bezieht man die Kraft auf die Einheitsladung 1 Coulomb oder 1 C. Daher definiert man die elektrische Feldstärke als den Quotienten aus der Kraft F_E und der Ladung q. Es gilt:

$$E = \frac{F_E}{q}.$$

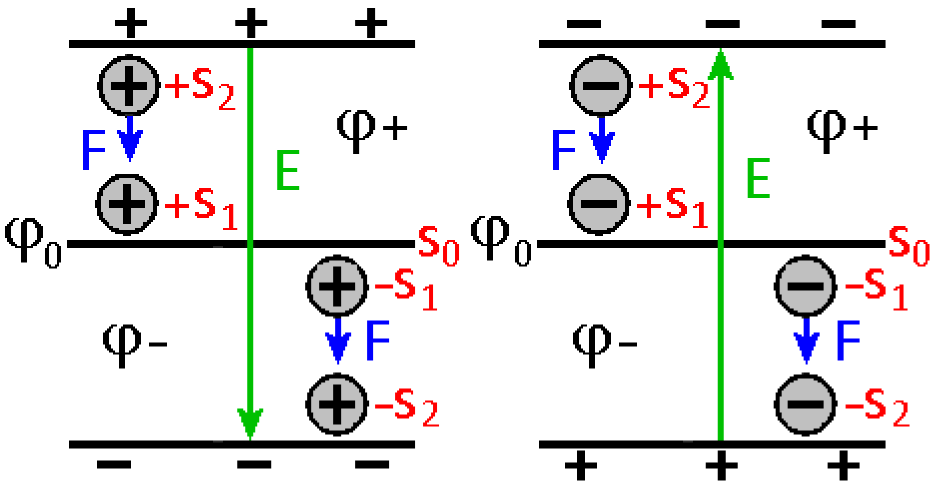

Abb.2: Potential im elektrischen Feld E

Bewegt sich eine positive Probeladung q+ in einem elektrischen Feld E (s. Abb.2 linkes Teilbild) in Feldrichtung von einem Punkt s_2 zu einem Punkt s_1 oberhalb eines Bezugspunktes s_0 bzw. von einem Punkt $-s_1$ zu einem Punkt $-s_2$ unterhalb des Bezugspunktes s_0, so wird sie durch die Feldkraft F beschleunigt. Ihre kinetische Energie nimmt zu. Nach dem Energieerhaltungssatz kann diese Energie nur aus der potentiellen Energie des elektrischen Feldes stammen. Für die freigesetzte potentielle Energie gilt im 1. Fall mit s_2 als Startpunkt und s_1 als Endpunkt der Bewegung

$$W_E = q * E * (s_1 - s_2)$$

und im 2. Fall mit $-s_1$ als Start- und $-s_2$ als Endpunkt

$$W_E = q * E * (-s_2 - -s_1) = q * E * (s_1 - s_2).$$

In beiden Fällen ist die Energie negativ und gleich groß, da das Feld homogen ist. Bei einer negativen Probeladung q- ist es umgekehrt (s. Abb.2 rechtes Teilbild). Bei ihr wird potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt, wenn sie sich entgegen der Feldrichtung von s_2 nach s_1 bzw. $-s_1$ nach $-s_2$ bewegt. Da in allen Fällen die freiwerdende Energie vom eingeschlagenen Weg unabhängig ist, kann man jedem Punkt im elektrischen Feld bezogen auf ein Bezugspotential φ_0 ein Potential φ zuweisen, Punkten s_- unterhalb des Bezugspotentials ein negatives φ_-, Punkten s_+ oberhalb ein positives Potential φ_+. Man definiert:

$$\varphi = \frac{W_E}{q} = E * s$$

Zwischen zwei Punkten s_1 und s_2 mit beliebigem unterschiedlichem Potential misst man eine Spannung U, für die gilt:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{W_{E1}}{q} - \frac{W_{E2}}{q} = \frac{W_E}{q} = \frac{q * E * (s_1 - s_2)}{q} = E * s.$$

Dabei ist der Pluspol der Spannung der Punkt s_1 mit dem größeren Potential φ_1, der Minuspol der Punkt s_2 mit dem kleineren Potential φ_2. Daraus erhält man für die elektrische Feldstärke folgenden Ausdruck:

$$E = \frac{U}{s}.$$

In der Praxis schafft man sich ein Bezugspotential, in dem man den entsprechenden Punkt erdet, z.B. den Nullleiter im Stromnetz. Verbindet man dagegen den positiven oder negativen Pol der Stromquelle mit der Erde, so verschieben sich alle Potentiale um einen konstanten Wert nach oben bzw. nach unten. Ihr Abstand zueinander bleibt jedoch erhalten und damit auch die Spannung zwischen den beiden Messpunkten. In anderen Bereichen der Physik und Chemie geht man ähnlich vor. Für das Potential des Gravitationsfeldes der Erde wählt man in der Nähe der Erdoberfläche die Höhe des Meeresspiegels als Bezugspunkt und definiert es zu Normalnull NN, weil die Gravitationskraft in diesem Bereich nahezu konstant ist. Im astronomischen Maßstab setzt man einen Punkt in unendlicher Entfernung vom Erdmittelpunkt als Bezugspunkt fest, da dort das Feld und damit das Potential natürlicherweise null sind (vgl. Coulombpotential Kapitel 2.1.2). Beim Normalpotential für Redoxreaktionen hat man in der Chemie das Potential einer Normalwasserstoffelektrode als Bezugspotential gewählt und es als null definiert. Stoffe, die bereitwilliger Elektronen aufnehmen als Wasserstoff haben ein positives Potential, Stoffe, die lieber Elektronen abgeben als Wasserstoff ein negatives Potential.

Aus obigen Überlegungen ergeben sich zwei Einheiten für die elektrische Feldstärke:

$$[E] = \left[\frac{F_E}{q}\right] = \frac{1N}{1C}$$

bzw.

$$[E] = \left[\frac{U}{s}\right] = \frac{1V}{1m}.$$

Die zweite Einheit wird häufiger benutzt als die obere Grundeinheit. Nach ihr liegt eine Feldstärke vor, die der Einheit entspricht, wenn die Spannung zwischen zwei ungleichmäßig geladenen Punkten, die s = 1 m voneinander entfernt sind, U = 1 V beträgt. Dass beide Einheiten übereinstimmen zeigt die folgende Überlegung:

$$[E] = \frac{1N}{1C} = \frac{1J}{1C * 1m} = \frac{1V}{1m},$$

da 1J/1C als 1V definiert ist.

Im Folgenden wollen wir uns der Frage zuwenden, wie ein elektrisches Feld entsteht. Ausgangspunkte der Feldlinien sind positive und negative Elementarladungen und damit jedes Elektron und Proton. Sind die Ladungen auf einer Oberfläche dichter gepackt, so gehen von ihr mehr Feldlinien aus. Die Feldstärke steigt. Die Ladungsdichte σ ist definiert als Ladung pro Fläche A. Es ist:

$$\sigma = \frac{Q}{A}.$$

Sie hat damit die Einheit

$$[\sigma] = \frac{1C}{1m^2}.$$

Experimentell kann man zeigen, dass die Feldstärke E und die Flächenladungsdichte σ proportional zueinander sind. Somit gilt:

$$\sigma = \varepsilon_0 * E.$$

Darin ist ε_0 die elektrische Feldkonstante. Sie hat die Einheit

$$[\varepsilon_0] = \left[\frac{\sigma}{E}\right] = \frac{C/m^2}{V/m} = \frac{C}{V * m}.$$

Ihr Wert ist eine Naturkonstante und beträgt:

$$\varepsilon_0 = 8{,}854187817 * 10^{-12}\,\frac{C}{V * m}$$

Bringt man in die Nähe eines positiv geladenen Stabes eine ungeladene Metallkugel, so werden in ihr positive und negative Ladungen getrennt (s. Abb. 3). Die Elektronen im Metall werden von den positiven Ladungen des Stabes angezogen. Sie sammeln sich auf der dem Stab zugewandten Seite und laden sie negativ. Auf der gegenüberliegenden Seite herrscht ein Elektronenmangel. Die überschüssigen Protonen laden sie positiv. Entfernt man den Stab, so gleichen sich die positiven und negativen Ladungen aus und die Kugel ist auf ihrer gesamten Oberfläche wieder neutral. Diese Erscheinung heißt Influenz. Man kann sie nutzen, um eine einzelne Kugel dauerhaft zu laden, indem man sie an der dem Stab gegenüberliegenden Seite erdet, nachdem man ihr einen positiv geladenen Stab genähert hat (s. Abb. 4). Die positiven Ladungen auf der geerdeten Seite werden durch negative Ladungen aus der Erde neutralisiert. Unterbricht man die Erdung und entfernt den positiven Stab und die Kugel voneinander, so besitzt die Kugel einen Überschuss an negativer Ladung. Möchte man die Kugel positiv laden, so muss man die andere Seite erden oder einen negativ geladenen Stab benutzen. Möchte man beide Influenzladungen nutzen, so bringt man in die Nähe des positiven Stabes zwei Kugeln, die sich berühren. Die dem Stab am nächsten stehende Kugel lädt sich negativ, die andere positiv auf. Trennt man die beiden Kugeln, bevor man den geladenen Stab entfernt, so bleibt die eine Kugel negativ und die andere positiv geladen, auch wenn man den Stab danach wegnimmt. Die Ladungen können sich nicht mehr ausgleichen, da die Kugeln keinen Kontakt mehr haben.

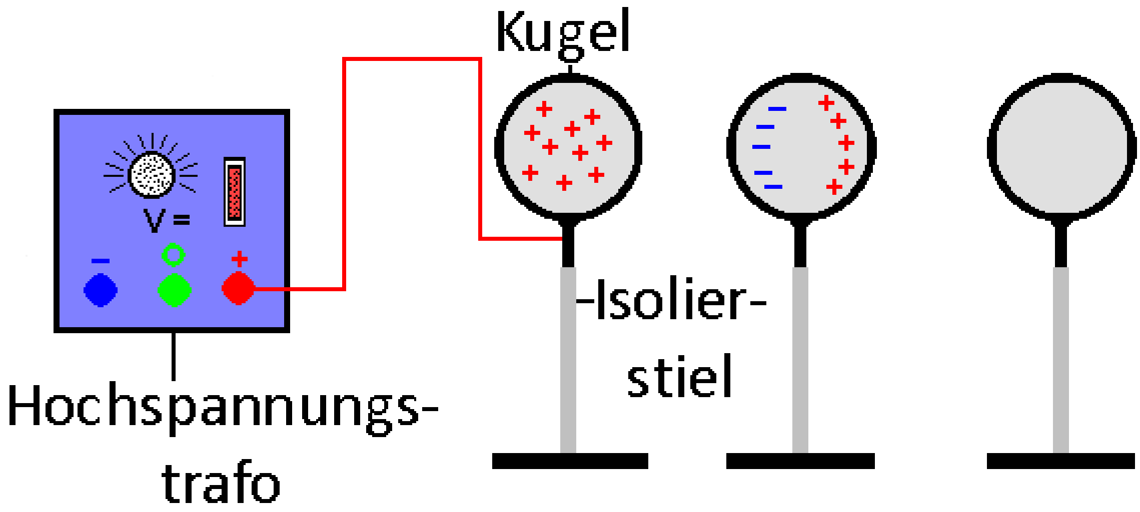

Abb. 3: Influenz

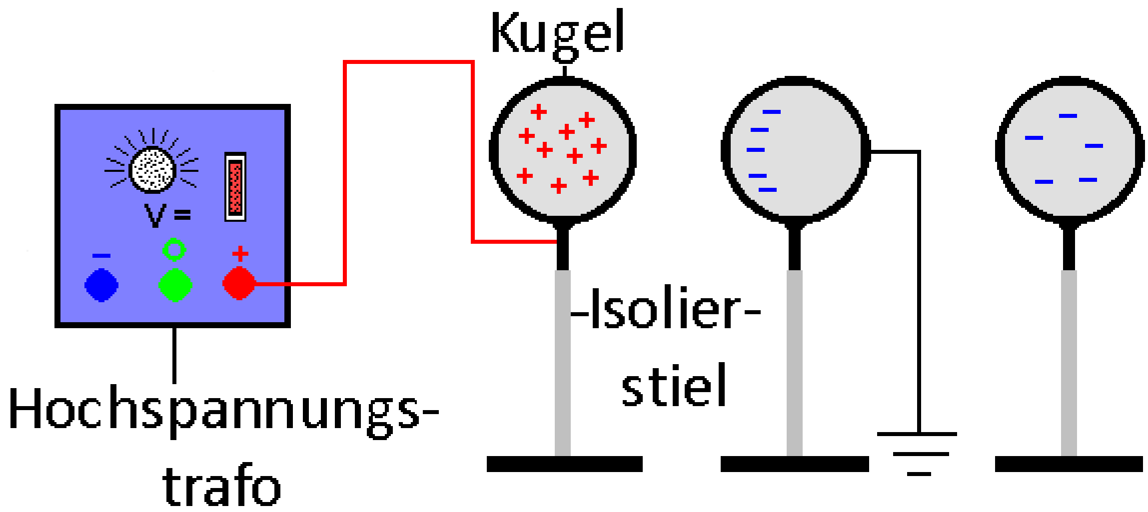

Abb. 4: Dauerhafte Ladung einer Kugel durch Influenz

Um die elektrische Feldstärke zu messen, kann man einerseits die Kraft auf einen geladenen Körper z.B. mit einem elektronischen Kraftmesser und anschließend mit einem Messverstärker seine Ladung bestimmen. Bildet man den Quotienten aus beiden Größen, so ergibt sich die elektrische Feldstärke. Häufig misst man die Kraft, indem man den geladenen Körper an einem isolierten Faden der Länge l bifilar aufhängt und seine Auslenkung aus der Ruhelage ermittelt. Ist er zur Ruhe gekommen, so zeigt die Gesamtkraft F aus elektrischer Kraft F_E und Gewichtskraft F_G in Richtung des Fadens. Liest man die Auslenkung s des Pendels ab, so kennt man die elektrische Kraft und mit der Ladung der Kugel die elektrische Feldstärke errechnen. Betrachten Sie dazu Abb. 5. Es gilt für h<<l:

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{s}{l-h} \approx \frac{s}{l}$$

und damit

$$F_E \approx F_G * \frac{s}{l}.$$

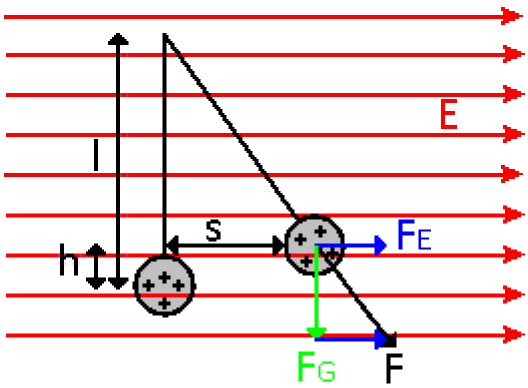

Abb.5: Auslenkung einer Kugel im elektrischen Feld

Eleganter kann man die Feldstärke mit einem Elektrofeldmeter bestimmen. Es besteht aus einer Metallplatte. Vor ihr rotiert ein geerdetes Flügelrad. Das zu messende Feld induziert auf der Platte Ladung, wenn sie durch das Flügelrad frei gegeben wird. Da dies periodisch geschieht, fließt in der Zuleitung zur Platte ein pulsierender Gleichstrom. Je stärker das Feld, umso größer ist der mittlere Strom, da die Ladung auf der Platte periodisch zwischen null und einem Maximalwert schwankt, der der Stärke des Feldes proportional ist. Damit lässt sich mit dem Gerät die elektrische Feldstärke messen.

Einige elektrische Feldstärken entnehmen Sie der folgenden Tabelle:

Gegenstand	**E[V/m]**
kurz vor Durchbruch in Glimmer	$7*10^7$
Teilchenbeschleuniger (Hera, LHC)	$6*10^6$
kurz vor Blitzschlag in Luft	$3{,}2*10^6$
zwischen Hochspannungsleitungen	$1*10^5$
elektrisches Feld der Erde bei schönem Wetter	$1{,}3*10^2$
D-Netz	41 - 43
Radioempfang: Stereo Mono	 $5*10^{-6}$ $1*10^{-6}$

Tabelle 1: Beispiele für elektrische Feldstärken [3)]

2.1.2 Radialfeld

Von der Oberfläche einer positiv geladenen Kugel gehen Feldlinien aus. Da sie aufgrund der allgemeinen Feldgesetze überall senkrecht auf der Oberfläche stehen, verlaufen sie entlang der Radien von der Kugel weg. Das Feld ist radialsymmetrisch (s. Abb.1). Ist die Kugel negativ geladen, so kehrt sich die Richtung der Feldlinien um. Sie beginnen außerhalb der Kugel und enden auf ihrer Oberfläche.

Die Stärke der Feldstärke in einer beliebigen Entfernung r vom Mittelpunkt der Kugel kann man mit Hilfe des grundlegenden Feldgesetzes ableiten. Es lautet (s. Kapitel 2.1.1):

$$\sigma = \varepsilon_0 * E$$

und damit

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 * E.$$

Für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung gilt:

$$A = 4\pi * r^2$$

und somit

$$\frac{Q}{4\pi * r^2} = \varepsilon_0 * E.$$

Daraus folgt für die elektrische Feldstärke:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r^2}$$

und für die Kraft an der Oberfläche der Feld erzeugenden Ladung auf eine Probeladung q:

$$\begin{aligned} F &= q * E \\ &= \frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0 * r^2}. \end{aligned}$$

Diese Aussage gilt auch bei anderen Abständen, da man um die Ladung in beliebigem Abstand eine Metallkugel legen könnte, die auf ihrer Außenseite eine Influenzladung trägt, die Q entspricht. Im Innern würden sich die Ladung Q und die innen sitzende Influenzladung –Q in ihrer Wirkung aufheben wie in Kapitel 2.2.2 gezeigt wird. In der obigen Ableitung haben die einzelnen Größen folgende Bedeutungen:
σ: Flächenladungsdichte
ε_0: elektrische Feldkonstante
E: elektrische Feldstärke
Q: Feld erzeugende Ladung
A: Fläche
r: Abstand der Ladungen
q: Probeladung
F: Kraft
Man erkennt, dass die Kraft proportional zur Ladung der beiden Körper und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Abstandes ist.

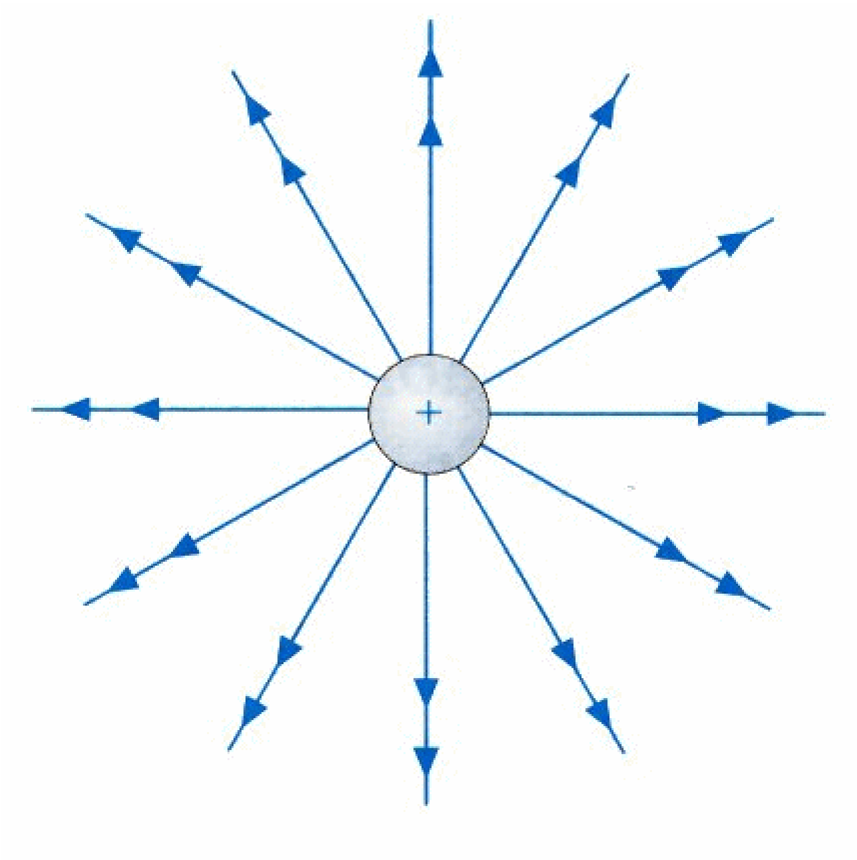

Abb.1: Feld einer positiv geladenen Kugel

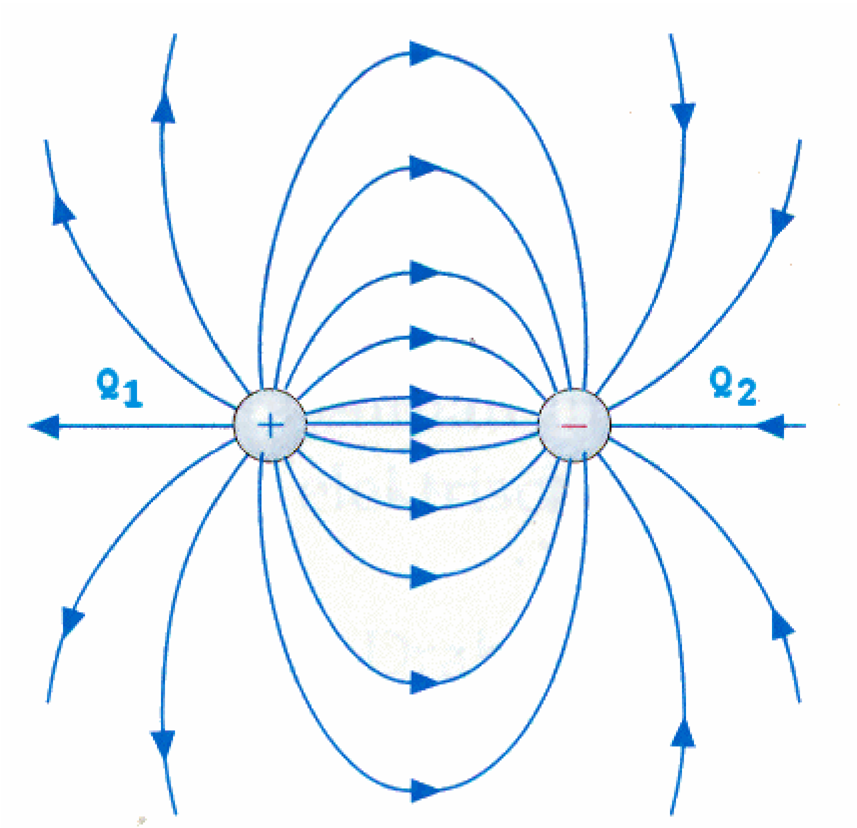

Abb.2: Feld zweier unterschiedlicher Ladungen

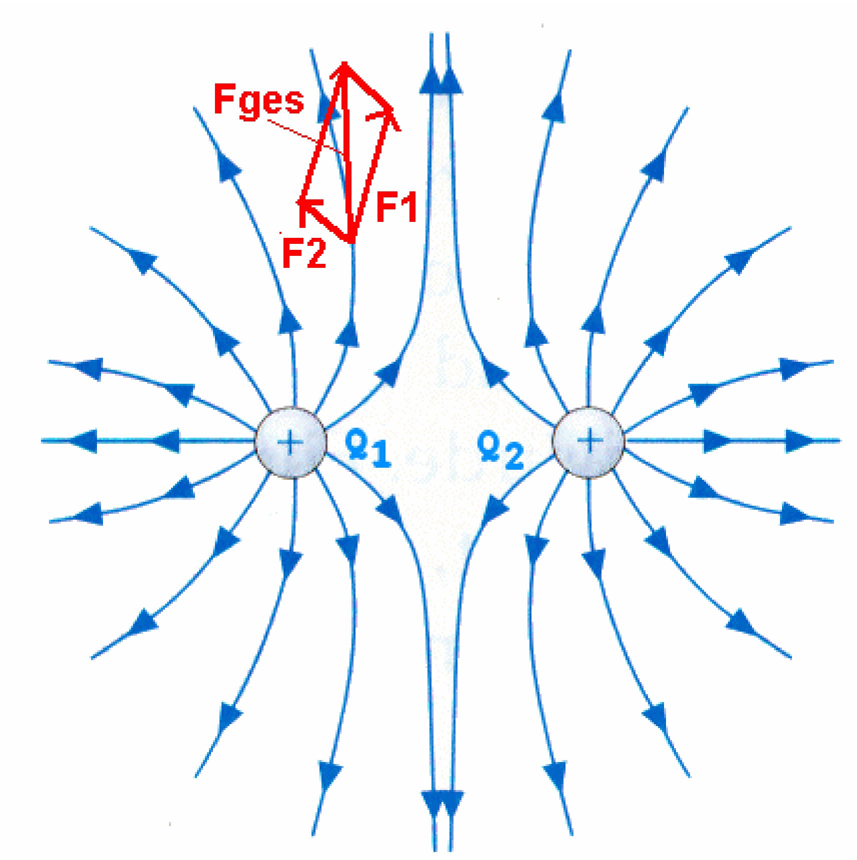

Abb.3: Feld zweier gleicher Ladungen

Stehen sich zwei entgegengesetzt geladenen Kugeln gegenüber, so beginnen die Feldlinien an der positiven Ladung und enden an der negativen, es ergibt sich das Feldlinienbild in Abb. 2. Sind die Kugeln gleich geladen, so verlaufen die Feldlinien wie in Abb. 3.
Am Beispiel des Feldes zweier gleicher Ladungen (Abb.3) kann man sehr gut erklären, wie der Verlauf der Feldlinien zustande kommen. Die Kraft F1 geht von der linken positiven Ladung Q1 aus, die Kraft F2 von der rechten Q2. F1 ist größer als F2, da sich der Probekörper näher an Q1 befindet. Die Gesamtkraft F_{ges} ergibt sich aus dem Kräfteparallelogramm. Sie ist die Tangente an die Feldlinie in diesem Punkt. Für alle anderen Punkte kann man die Gesamtkraft analog konstruieren.

Um das Coulomgesetz experimentell zu überprüfen, benutzt man z. B. eine Drehwaage nach Abb. 4. Sie ist ähnlich aufgebaut wie die Gravitationsdrehwaage nach Cavendish. Über einen Spiegel wird die geringe Bewegung der drehbar aufgehängten, negativ geladenen Kugel Q1 auf eine Wand projiziert. Man ermittelt daraus ihre Beschleunigung und die auf sie wirkende Kraft durch die feststehende positiv geladene Kugel Q2. Die schwarze Kugel am Faden kompensiert die Gewichtskraft der Kugel Q1, so dass die Waage horizontal im Gleichgewicht ist. Die Auswertung ist wie bei der Gravitationsdrehwaage sehr aufwändig. Außerdem stören Erschütterungen die Messung erheblich. Andere Torsionsdrehwaagen (s. Abb. 5) benutzen keinen Spiegel. Bei ihnen muss man die Verdrillung eines Fadens aufgrund der Coulombkraft zwischen den geladenen Kugeln K1 und K2 mit Hilfe einer Schraube auf null zurückdrehen und so die Coulombkraft kompensieren. An einer Skala liest man die dazu benötigte Kraft direkt ab. Außerdem werden meist zwei Kugelpaare verwendet, so dass sich die Kraft verdoppelt. Moderne Verfahren benutzen einen hochempfindlichen Kraftsensor (s. Kapitel 3.3), mit denen man die Kraft zwischen zwei geladenen Kugel auf direktem Wege messen kann. Er ist wesentlich einfacher zu handhaben als eine Drehwaage.

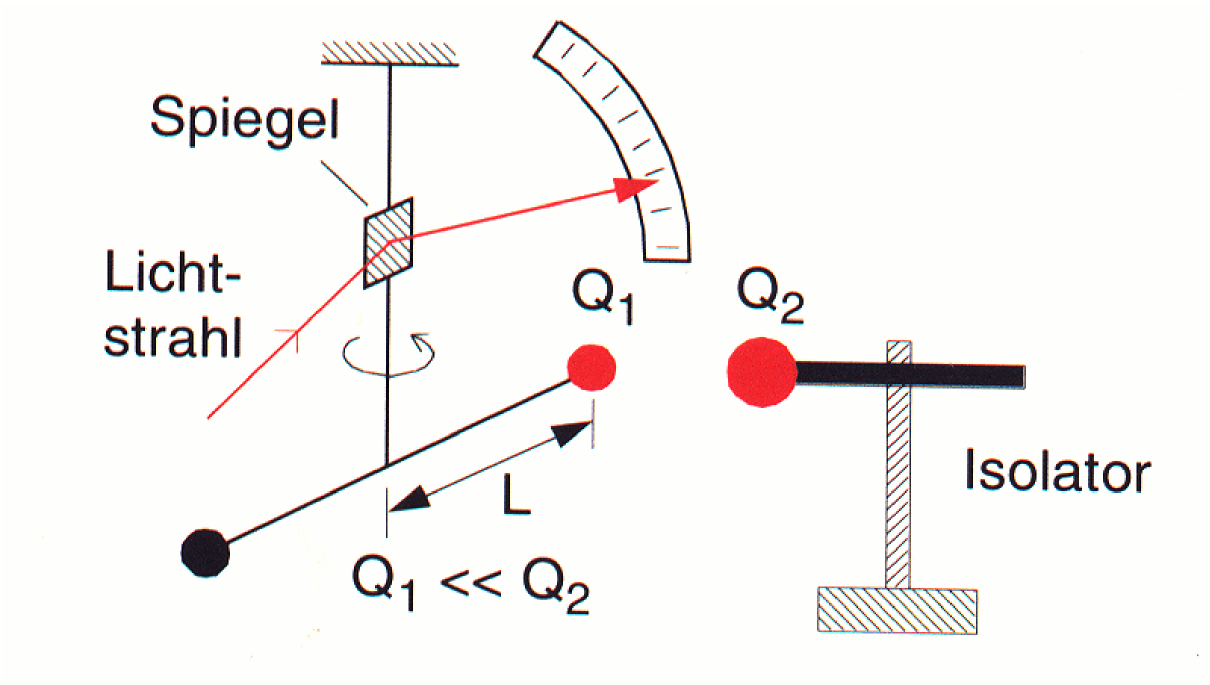

Abb.4: Spiegeldrehwaage

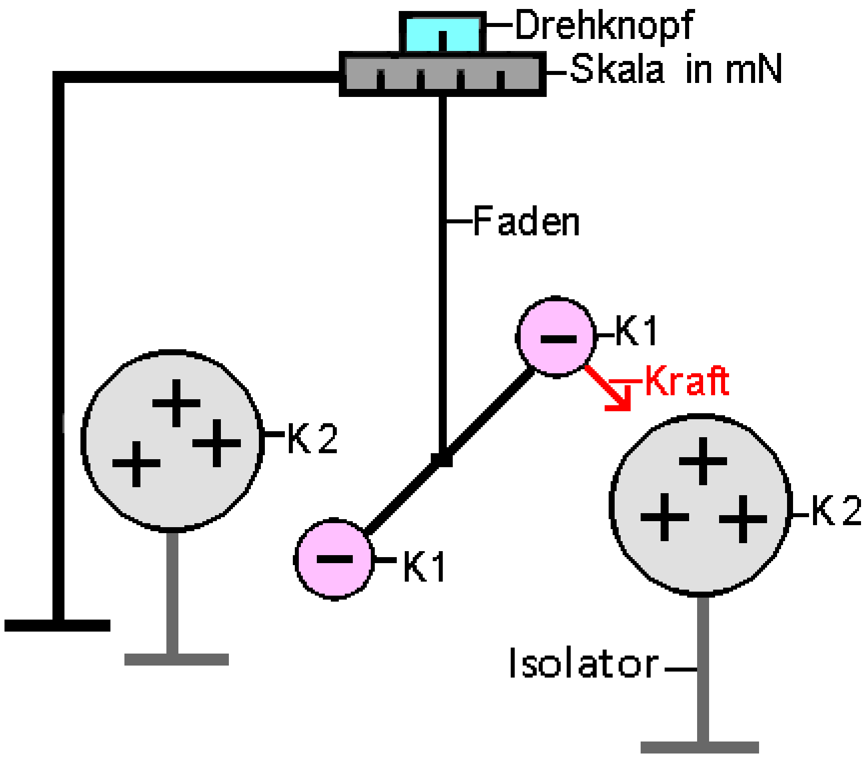

Abb. 5: Torsionsdrehwaage

Entfernt sich eine positive Probeladung q+ im Coulombfeld von einer positiven Feld erzeugenden Ladung Q+ vom Ort r_1 zum Ort r_2, so wird potentielle Energie W_E frei. Da die Stärke des Feldes mit dem Abstand r von der Ladung Q abnimmt, kann man nicht einfach das Produkt aus Kraft und Weg bilden. Man muss die Kraft über den Weg integrieren und erhält für die freigesetzte W_E

$$W_E = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0 * r^2} * dr$$

$$= \left[-\frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0 * r}\right]_{r_1}^{r_2}$$

$$= \frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_1} - \frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_2}.$$

Diese Energie wandelt sich in kinetische Energie um. Zwischen beiden Punkten entsteht eine Spannung für die gilt:

$$U = \frac{W_{E1}}{q} - \frac{W_{E2}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_2} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Da die Energie unabhängig vom Weg ist, auf dem sich die Kugel bewegt, kann man Jedem Punkt im Feld ein Potential φ zuschreiben. Nach Kapitel 2.1 gilt:

$$\varphi = \frac{W_E}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r}$$

Die Differenz zweier Potentiale entspricht der Spannung U zwischen beiden Punkten. In unendlicher Entfernung vom Mittelpunkt der Feld erzeugenden Ladung Q sind die Kraft und damit das Potential null. Bezogen auf die Entfernung unendlich besitzt jeder Punkt im Feld einer positiven Feld erzeugenden Ladung Q+ für eine positive Probeladung q+ ein positives Potential und für eine negative Probeladung q- ein negatives Potential. Analoge Überlegungen mit umgekehrten Vorzeichen gelten für eine negative Feld erzeugende Ladung –Q. Allgemein gilt im Coulombfeld je nach Vorzeichen der beiden Ladungen Q und q:

$$\varphi = \frac{\pm Q}{4\pi\varepsilon_0 * r}.$$

2.1.3 Plattenfeld

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei Metallplatten der Fläche A, die sich parallel in einem gewissen Abstand d gegenüber stehen. Lädt man die eine Platte positiv, die andere negativ, so baut sich zwischen den beiden Platten ein elektrisches Feld E auf. Die Feldlinien beginnen an der positiven Platte und enden an der negativen (s. Abb.1).

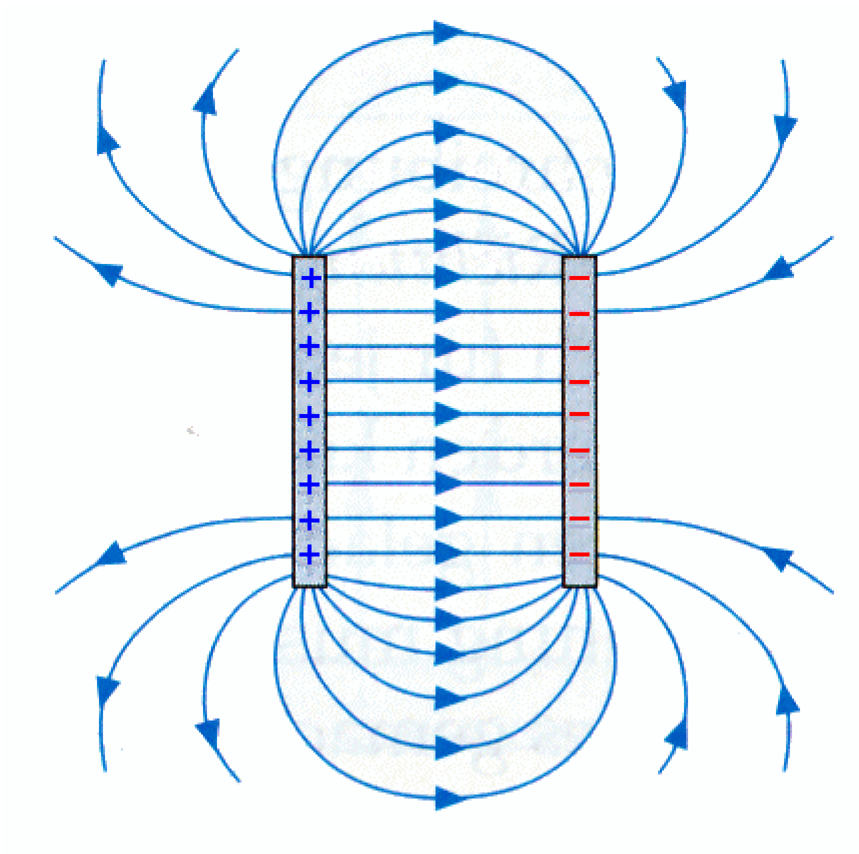

Abb.1: Feld zweier unterschiedlich geladener Platten

Da sie gemäß der allgemeinen Feldgesetze (vgl. Kapitel 2.1.1) außerdem senkrecht auf den Platten stehen, verlaufen die Feldlinien zwischen den Platten untereinander parallel. Es entsteht ein homogenes Feld, da an allen Stellen des Zwischenraumes die Felddichte gleich ist. Bringt man eine positive Ladung q zwischen die Platten, so erfährt sie eine Kraft in Richtung des Feldes zur negativen Platte hin. Eine negativ geladene Kugel wird zur positiven Platte gezogen entgegen der Feldlinien. Berührt sie die positive Platte, so wird sie umgeladen und wandert anschließend in die entgegengesetzte Richtung, bis sie die negative Platte berührt. Dort wird sie negativ umgeladen und fliegt wieder zur positiven Platte. Dort wiederholt sich das ganze Spiel von neuem. Die Kugel pendelt zwischen den Platten hin und her. Aufgrund der Gewichtskraft sinkt sie außerdem nach unten, sofern sie nicht an einem Faden bifilar aufgehängt ist. Da das Feld homogen ist, ist die elektrische Kraft auf die Kugel an jedem Punkt des Feldes konstant. Wandert sie von der einen Platte zur anderen, so verrichtet das Feld an ihr eine Arbeit W_E, für die gilt

$$W_E = F_E * d = q * E * d.$$

Die elektrische Energie W_{el} der Ladung und damit die kinetische Energie der Kugel steigen. Für die elektrische Energie einer Ladung gilt nach Kapitel 2.1.1:

$$W_{el} = q * U.$$

Nach dem Energieerhaltungssatz muss die verrichtete Arbeit W gleich der gespeicherten Energie E sein. Folglich gilt:

$$q * U = q * E * d$$

und damit:

$$E = \frac{U}{d}\ (1).$$

Da gemäß Kapitel 2.1.1 das elektrische Feld durch die Ladungen Q auf den Kondensatorplatten erzeugt wird, gilt außerdem:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 * A}.$$

Setzt man diese Formel in Gleichung 1 ein, so folgt:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0 * A} = \frac{U}{d}$$

und damit

$$Q = \varepsilon_0 * A * \frac{U}{d}$$

Die Ladung auf den Platten ist umso größer, je größer ihre Fläche A und je kleiner ihr Abstand d ist. Erhöht man die Spannung zwischen den Platten, so fließen zusätzliche Ladungen auf die Platten. Den Quotienten aus Q und U nennt man die Ladungskapazität C des Kondensators. Es gilt:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 * \frac{A}{d}.$$

Sie hängt nur vom geometrischen Aufbau des Kondensators ab. Die Einheit der Kapazität ist

$$[C] = \frac{1C}{1V} = 1Farad = 1F$$

zu Ehren des englischen Chemikers und Physikers Michael Faraday. Der Kondensator speichert pro Volt viel Ladung, wenn die Fläche A seiner Platten groß ist und ihr Abstand d klein ist. Man kann die Kapazität auch dadurch erhöhen, dass man ins Feld zwischen die Ladungen einen Isolator einschiebt. Die elektrische Feldstärke sinkt und mit ihr die Spannung zwischen den Platten (s. Abb.2). Auf der Oberfläche des Isolators entstehen Dipole, die sich im Feld ausrichten. Auf der dem Pluspol zugewandten Seite enden einige Feldlinien an den negativen Polarisationsladungen Q‘-, auf der dem Minuspol zugewandten Seite beginnen sie an den positiven Polarisationsladungen Q'+ neu. Insgesamt ist das Feld geschwächt, denn ohne Dielektrikum würden alle Feldlinien vom Pluspol zum Minuspol durchlaufen.

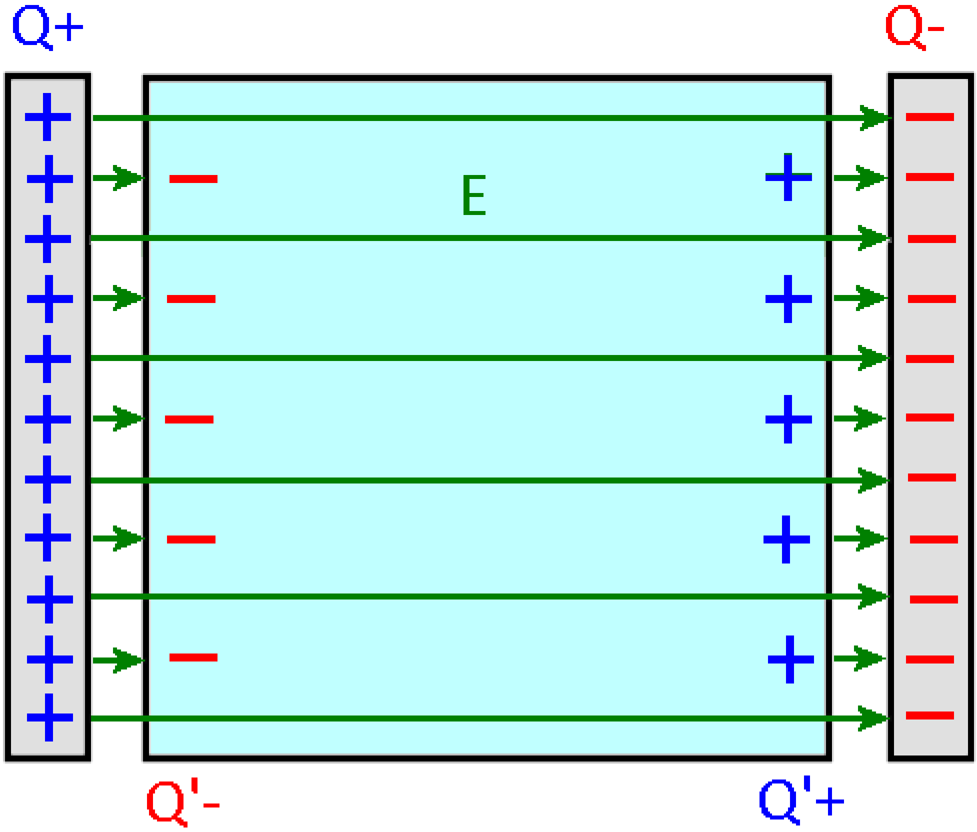

Abb.2: Schwächung des elektrischen Feldes durch einen Isolator

Jeder Isolierende Stoff schwächt das Feld um einen festen, für ihn charakteristischen Faktor ε_r, auch Dielektrizitätskonstante genannt (s. Tabelle 1). Da die Spannung sinkt, steigt die Kapazität eines Kondensators definitionsgemäß mit größer werdendem ε_r. Für die Kapazität eines Kondensators mit Füllung gilt:

$$C = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * \frac{A}{d}.$$

Stoff	ε_r	Stoff	ε_r
Paraffin	2	Wasser	81
Polyethylen	2,3 – 2,5	Ethanol	26
Glas	5 - 16	Benzol	2,3
Hartgummi	3 – 3,5	Glycerin	43
Keramik mit Ba, Sr	10^4 - 10^5	Luft	1,00058

Tabelle 1: Dielektrizitätskonstanten einiger Stoffe [2)]

2.1.4 Stromkreis

Anhand der Abb.1 kann man erklären, warum in einem geschlossenen Stromkreis auch im Innern der Leiter ein Strom fließt, obwohl er nach den Überlegungen aus Kapitel 2.2.2 kräftefrei sein sollte.

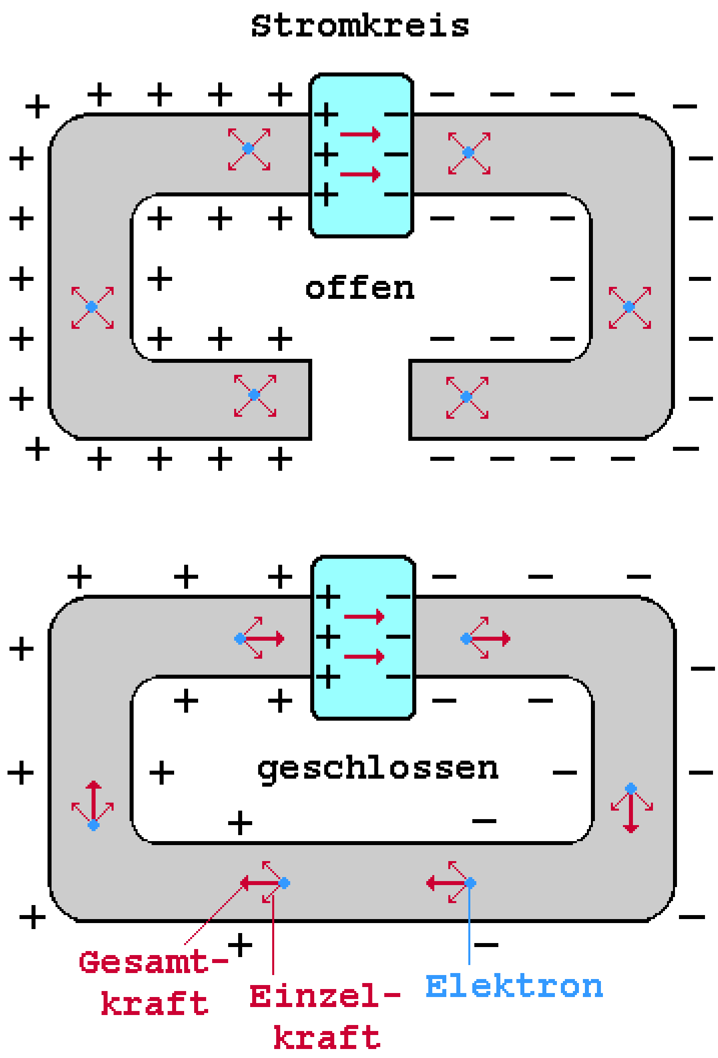

Abb.1: Kräfte auf Elektronen im Innern eines Leiters

Ist der Stromkreis offen, so sammeln sich auf den Oberflächen von Leitern, die mit den Polen verbunden sind, positive bzw. negative Ladungen an. Sie üben auf die Elektronen im Innern der Leiter nach dem Coulombgesetz Kräfte aus. Sind die Ladungen auf der Oberfläche gleichmäßig verteilt, so heben sich die Kräfte auf die Elektronen im Innern gerade auf. Das Innere des Leiters ist kräfte- und damit feldfrei, wie in Kapitel 2.2.2 erläutert wird. Schließt man den Stromkreis, so neutralisieren sich etwa in der Mitte des Leiters die positiven und negativen Oberflächenladungen. Es entsteht ein Ladungsgefälle von den Polen zur Mitte hin und zwar sowohl für die positiven als auch für die negativen Ladungen. Die Kräfte, die von den Oberflächenladungen ausgehen, heben sich nicht mehr auf. Es existiert eine resultierende Kraft, die Elektronen vom Minuspol zum Pluspol treibt, bzw. positive Ladungen vom Pluspol zum Minuspol. Das Innere des Leiters ist nicht mehr kräftefrei. Damit fließen auch im Innern des Leiters Ladungen. Ist der Leiter homogen, so ist die Kraft an jeder Stelle des Leiters auf die Elektronen gleich groß. Entlang des Leiters herrscht ein homogenes elektrisches

Feld. Das Potential φ sinkt gleichmäßig entlang des Leiters. Es nimmt proportional mit der Position x der Elektronen ab, wenn man das Potential am Minuspol zu null definiert. Es gilt:

$$\varphi(x) = E * x.$$

mit E als elektrischer Feldstärke. Über die ganze Länge des Leiters betrachtet ergibt sich:

$$U = \varphi(l) - \varphi(0) = E * l - 0 = E * l.$$

Darin ist U die Spannung der Spannungsquelle. In ihr werden positive und negative Ladungen unter Zufuhr von mechanischer, chemischer oder thermischer Energie getrennt. Ihr Potential steigt. Entlang des Leiters sinkt es wieder auf null, da die Ladungen ihre Energie an den Leiter abgeben, die darin in Licht oder Wärme umgewandelt wird. Abb.2 zeigt den Potentialverlauf für Elektronen. Bei positiven Ladungen kehrt sich die Richtung der Kräfte F um. Sie fließen vom Pluspol zum Minuspol. Legt man bei ihnen den Nullpunkt des Potentials in den Minuspol und nummeriert die einzelnen Positionen im Gegenuhrzeigersinn durch, so bleibt der Potentialverlauf gleich.

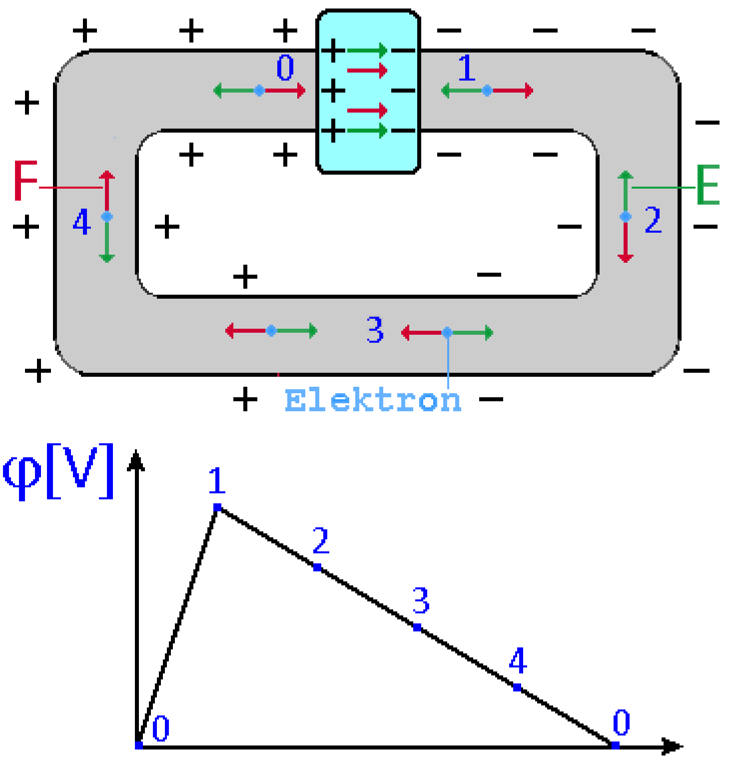

Abb. 2: Potentialverlauf für Elektronen

Hebt man einen Gegenstand im Schwerefeld der Erde vom Boden in die Höhe, so steigt seine potentielle Energie. Lässt man ihn fallen, so wandelt sie sich in kinetische Energie um. Am Boden besitzt er keine potentielle Energie mehr, sondern nur noch kinetische. Wird er beim Fall durch Reibung stark gebremst, z.B. durch eine Flüssigkeit, so wandelt sich seine potentielle Energie in Wärme um.

Die Menge der Ladungen Q, die aufgrund der angelegten Spannung pro Zeiteinheit durch einen Querschnitt des Leiters fließen, nennt man die Stromstärke I. Es ist

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta N * e}{\Delta t}.$$

mit ΔN als der Anzahl der Elektronen, die in der Zeit Δt den Querschnitt passieren und e als Elementarladung. Bezeichnet man n als Elektronendichte, so gilt (s. Abb. 3):

$$\Delta N = n * \Delta V = n * A * s = n * A * v * \Delta t$$

und damit für

$$I = n * A * v * e.$$

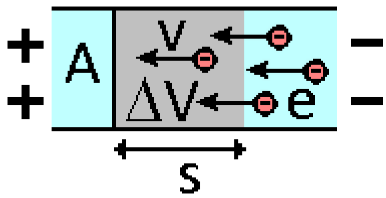

Abb. 3: Drift der Elektronen

Darin ist A die Querschnittsfläche, v die mittlere Driftgeschwindigkeit und s die freie Weglänge der Elektronen. Die Elektronen im Volumen ΔV erreichen in der Zeit Δt den Querschnitt A. Auf ihrem Weg durch den Leiter werden sie immer wieder durch Stöße an den Atomrümpfen abgebremst und anschließend durch das konstante elektrische Feld E aufs Neue beschleunigt. Sie erreichen eine mittlere Driftgeschwindigkeit v, die umso größer ist, je stärker das E-Feld, also die Beschleunigung ist. Mit dem 2. Newtonschen Axiom gilt:

$$m * a = e * E$$

oder

$$m * \frac{v}{t} = e * E.$$

mit t als freier Driftzeit, die Zeit, die die Elektronen beschleunigt werden. Sie entspricht der Zeit zwischen zwei Stößen. Aus dieser Gleichung folgt für v

$$v = \frac{e * t}{m} * E = u * E.$$

Darin nennt man u die Beweglichkeit der geladenen Teilchen. Sie ist umso größer, je größer ihre Ladung ist, je kleiner ihre Masse ist und je länger ihre freie Driftzeit ist. Das ist unmittelbar anschaulich. Für die Stromstärke I erhält man so letztendlich:

$$I = n * A * u * e * E = \frac{n * A * u * e * U}{l}.$$

mit l als Länge des Leiters und U als von außen angelegter Spannung. Der Strom durch einen Leiter ist somit proportional zur angelegten Spannung. Diese Aussage ist bekannt als Ohmsches Gesetz. Den Quotienten aus der Stromstärke I und der Spannung U bezeichnet man als Leitfähigkeit λ des Stoffes. Es ist:

$$\lambda = \frac{I}{U} = \frac{n * e * u * A}{l} = n * e * u * \frac{A}{l} = \kappa * \frac{A}{l}.$$

Die Leitfähigkeit hat die Einheit:

$$[\lambda] = \frac{1A}{1V} = 1Siemens = 1S.$$

Die Proportionalitätskonstante κ heißt spezifische Leitfähigkeit des Stoffes. Für ihre Einheit gilt:

$$[\kappa] = \left[\frac{\lambda * l}{A}\right] = \frac{S * m}{m^2} = \frac{S}{m}.$$

Wesentlich gebräuchlicher sind die Einheiten S/cm, mS/cm und µS/cm. In der Physik wird meist der Kehrwert der Leitfähigkeit benutzt, der elektrische Widerstand R als Quotient aus der Spannung U und der Stromstärke I. Für ihn gilt:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{l}{n * e * u * A} = \frac{1}{n * e * u} * \frac{l}{A} = \rho * \frac{l}{A}.$$

Der Widerstand hat damit die Einheit:

$$[R] = \frac{1V}{1A} = 1Ohm = 1\Omega.$$

Häufig benutzt werden auch die Einheiten: kΩ, MΩ und GΩ. Man nennt die Materialkonstante ρ den spezifischen Widerstand. Er ist der Kehrwert der spezifischen Leitfähigkeit κ. Seine Einheit ist:

$$[\rho] = \left[\frac{R * A}{l}\right] = \frac{\Omega * m^2}{m} = \frac{\Omega}{m}.$$

In Büchern wird häufig die Einheit $\Omega*mm^2/m$ benutzt, da man die Querschnittsfläche bei dünnen Drähten meist in mm^2 angibt. Die Tabelle 1 enthält die spezifischen Widerstände einiger Materialien.

Die von außen einer Spannungsquelle zugeführte Energie steht nicht komplett zur Verfügung, um geladene Teilchen im Stromkreis anzutreiben. Ein Teil dieser Energie wird benötigt, um sie in der Spannungsquelle gegen den Innenwiderstand R_i zu transportieren. Man unterscheidet daher zwischen der Klemmenspannung U_K einer Spannungsquelle und ihrer Quellspannung U_0. Es gilt:

$U_0 = U_K + R_i * I$

Und damit

$U_K = U_0 - R_i * I.$

Fließt kein Strom, so ist die Klemmenspannung gleich der Quellspannung.

Silber	0,016	Graphit	8
Kupfer	0,017	Germanium	900
Gold	0,022	Silizium	1200
Aluminium	0,027	Akkusäure	ca. 1500
Wolfram	0,05	Meerwasser	300000
Nickel	0,087	dest. Wasser	$1\text{-}4*10^{10}$
Eisen	0,1	Glas	$>10^{17}$
Konstantan	ca. 0,5	Porzellan	$5*10^{18}$

Tabelle 1: spezifische Widerstände in Ω mm^2/m bei 20 °C [2)]

2.2 Anwendungen

2.2.1 Atomaufbau

Das Coulombpotential spielt in der Atomphysik die entscheidende Rolle, da sich negativ geladene Elektronen im elektrischen Feld des positiv geladenen Kerns bewegen. Bohr nahm an, dass die Elektronen auf Kreis- bzw. Ellipsenbahnen den Kern umkreisen, vergleichbar der Bewegung der Planeten um die Sonne. Für das Wasserstoffatom erhielt er so für die Energie der Elektronen Werte, die mit den Messwerten recht gut übereinstimmten, wenn er annahm, dass nur diskrete Bahnen erlaubt waren, für die der Drehimpuls der Elektronen ein ganzzahliges Vielfaches des Planckschen Wirkungsquantums war. Die für die Kreisbahn benötigte Zentripetalkraft wird durch die Coulombkraft aufgebracht. Somit gilt für die innerste Bahn mit dem Radius r und der Geschwindigkeit v:

$$\frac{m * v^2}{r} = \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r^2}$$

Darin ist e die Elementarladung, die sowohl das Elektron als auch das Proton besitzen und ε_0 die elektrische Feldkonstante. Aus dieser Gleichung erhält man für die kinetische Energie des Elektrons:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m * v^2 = \frac{1}{2} * \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r} \ (1).$$

Für die potentielle Energie gilt nach den Überlegungen in Kapitel 2.1.2 zum Coulombpotential:

$$E_{pot} = -\frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r}.$$

Die potentielle Energie ist betragsmäßig doppelt so groß wie die kinetische Energie. Die Gesamtenergie des Elektrons auf der kernnächsten Bahn beträgt somit:

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} * \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{2} * \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r} \ (2).$$

Der Radius der innersten Bahn ergibt sich aus dem zusätzlichen Bohrschen Postulat. Es lautet in mathematischer Form mit L als Drehimpuls:

$$L = 2\pi * r * m * v = n * h$$

mit n als Nummer der Bahn. Löst man nach v auf, so folgt

$$v = \frac{n * h}{2\pi * r * m}.$$

Setzt diesen Ausdruck für v ein in Gleichung (1) ein, so folgt

$$\frac{1}{2} m * \left(\frac{n * h}{2\pi * r * m}\right)^2 = \frac{1}{2} * \frac{1}{4\pi * \varepsilon_0} * \frac{e^2}{r}.$$

Daraus erhält man für r

$$r = \frac{4\pi * \varepsilon_0 * n^2 * h^2}{4\pi^2 * m * e^2} = \frac{\varepsilon_0 * n^2 * h^2}{\pi * m * e^2}.$$

Berücksichtigt man dieses Ergebnis für r in Gleichung (2) ein, so bekommt man letztendlich für die Gesamtenergie:

$$E_{ges} = -\frac{1}{2} * \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{e^2 * \pi * m * e^2}{\varepsilon_0 * n^2 * h^2} = -\frac{m * e^4}{8 * \varepsilon_0^2 * n^2 * h^2}$$

Setzt man alle Werte ein, so ergibt:

$$E_{ges} = -\frac{9{,}1 * 10^{-31} kg * (1{,}6 * 10^{-19} C)^4}{8 * \left(8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{Vm}\right)^2 * 1^2 * (6{,}63 * 10^{-34} Js)^2}$$

$$= -2{,}16 * 10^{-18} J$$

$$= -13{,}6\ eV.$$

Dass sich insgesamt die Einheit J ergibt, zeigt eine Einheitenanalyse. Fasst man die Einheiten im obigen Ausdruck unter einem Bruchstrich zusammen, so gilt:

$$\frac{kg * C^4 * V^2 * m^2}{C^2 * J^2 * s^2} = \frac{kg * m^2 * C^2 * V^2}{s^2 * J^2} = \frac{J * J^2}{J^2} = J.$$

Um ein Elektron aus seiner innersten Bahn zu entfernen, muss man dem Elektron E = 13,6 eV Energie zuführen. Um es von einer Bahn mit der Nummer n_1 auf eine Bahn mit der Nummer n_2 zu heben, benötigt man die Energie

$$\Delta E = -\frac{m * e^4}{8 * \varepsilon_0^2 * h^2} * \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) = \frac{m * e^4}{8 * \varepsilon_0^2 * h^2} * \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Es befindet sich dann in einem energetisch angeregten Zustand und springt innerhalb kürzester Zeit auf seine ursprüngliche Bahn zurück. Dabei strahlt es ein Photon mit der Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c * h}{\Delta E}$$

ab mit c als Lichtgeschwindigkeit und f als Frequenz. Werden die Elektronen auf sehr unterschiedliche Bahnen angeregt, so erhält man ganze Serien von Spektrallinien, die man an Wasserstoffatomen sehr genau ausmessen kann. Sie bestätigen die Überlegungen glänzend. Heute weiß man, dass die Elektronen sich nicht auf ebenen Kreis- oder Ellipsenbanen bewegen, sondern komplexe Bewegungen in Raumbereichen ausführen, die man Orbitale nennt. Sie können sehr unterschiedliche Formen aufweisen wie Kugel- oder Keulenform, aber an der Coulombkraft als wesentlicher Kraft im atomaren Bereich ändert sich dadurch nichts.

2.2.2 Faradaykäfig

Mit Hilfe des Coulombgesetzes kann man zeigen, dass im Inneren eines metallischen Hohlkörpers kein elektrisches Feld existiert. Die Überlegungen sollen zunächst an einer Hohlkugel erläutert werden. Die Hohlkugel sei gleichmäßig geladen. Ihre Flächenladungsdichte sei σ. Man zerlegt die Oberfläche in kleine Ladungselemente, z.B. σs_1^2, σs_2^2, usw. Aus Abb. 1 folgt:

$$\frac{\mathrm{s}_1}{\mathrm{r}_1} = \frac{\mathrm{s}_2}{\mathrm{r}_2} (1)$$

und damit auch

$$\frac{s_1^2}{r_1^2} = \frac{s_2^2}{r_2^2} (2).$$

Die Kräfte, die von diesen beiden Ladungselementen auf die Probeladung q an der Stelle x ausgeübt werden, sind nach dem Coulombgesetz:

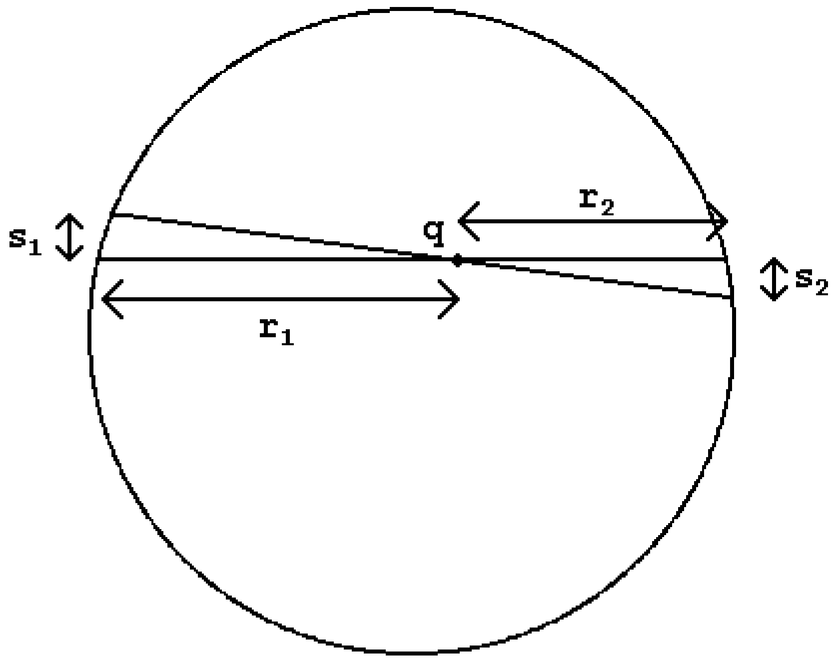

Abb.1: Zerlegung der Oberfläche in kleine Ladungselemente

$$F_1 = \frac{q * \sigma * s_1^2}{4\pi * \varepsilon_0 * r_1^2}$$

$$F_2 = -\frac{q * \sigma * s_2^2}{4\pi * \varepsilon_0 * r_2^2}.$$

Das Minuszeichen bei F_2 rührt daher, dass die Kräfte der beiden Oberflächenelemente entgegengesetzt gerichtet sind. Für die Summe der Kräfte, die beide Elemente an der Stelle x ausüben, gilt:

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ &= \frac{q * \sigma * s_1^2}{4\pi * \varepsilon_0 * r_1^2} - \frac{q * \sigma * s_2^2}{4\pi * \varepsilon_0 * r_2^2} \\ &= \frac{q * \sigma}{4\pi * \varepsilon_0} * \left(\frac{s_1^2}{r_1^2} - \frac{s_2^2}{r_2^2}\right). \end{aligned}$$

Mit Gleichung (2) folgt:

F = 0.

Da sich zu jedem beliebigen Flächenelement 1 ein entsprechendes Element 2 konstruieren lässt, ist die Gesamtkraft, die von den Oberflächenladungen ausgeht, gleich Null. Durch analoge Überlegungen lässt sich diese Aussage auf alle Punkte im Innern der Kugel erweitern. Wenn aber keine Kräfte wirken, kann definitionsgemäß auch kein elektrisches Feld im Innern der Kugel herrschen.

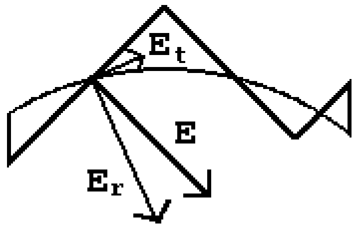

Abb.2: Zerlegung der elektrischen Feldstärke E in drei Komponenten E_t und E_r

Mit einer kleinen Zusatzüberlegung kann man diese Überlegung sogar auf beliebig geformte metallische Hohlkörper übertragen. Jedes beliebig geformte Oberflächenelement eines solchen Hohlkörpers kann durch ein Element einer Kugeloberfläche angenähert werden (s. Abb. 2). Das elektrische Feld E eines solchen Elementes, das bekanntlich auf metallischen Oberflächen senkrecht steht(vgl. Kapitel 2.1), kann man in drei Komponenten zerlegen. Zwei dieser Komponenten E_t, eine in der Zeichenebene von Abb. 2 und eine senkrecht dazu, verlaufen zur angenommenen Kugeloberfläche tangential, eine E_r radial. Nur sie kann in die Kugel eindringen. Für ihre Summe gelten die obigen Überlegungen, sie ist also Null. Die tangentialen Anteile beeinflussen das Innere der Kugel nicht, da sie gar nicht in die Kugel hineinreichen. Somit herrscht im Innern kein Feld. Man ist in ihr vor elektrischen Entladungen sicher. Ausgenutzt wird diese Erscheinung in Autos und bei Blitzableitern. Im Auto ist man bei Gewittern vor Blitzschlag sicher. Es kann allenfalls die Bordelektronik beschädigt werden. Auch können durch den hohen Strom und die damit verbundene Wärme die Reifen, durch die die Ladungen auf der Außenhaut der Karosserie in die Erde abfließen, verformt werden. Der Blitzableiter an einem Gebäude besteht aus einem Metallband, das über den Dachfirst geführt wird und mit der Erde verbunden ist. Es leitet die Ladungen, die durch den Blitzschlag induziert werden, in die Erde ab, so dass sie nicht ins Haus gelangen können.

2.2.3 Widerstand

Elektronische Schaltungen arbeiten meist mit einer festen Betriebsspannung. Nicht alle Bauteile sind aber für diese Spannung geeignet. Um ein Durchbrennen empfindlicher Bauteile wie etwa Transistoren, Dioden usw. zu vermeiden, schaltet man ihnen einen Widerstand als Strombegrenzer vor. Man spricht von Vor- oder Schutzwiderstand. Solche Widerstände mit festem Wert werden als Schichtwiderstände ausgeführt (s. Abb.1a). Dabei wird auf ein Keramikröhrchen eine dünne spiralförmige Schicht aus Kohle, Metall oder Metalloxid aufgebracht. Sie können auch als veränderlicher Widerstand oder Trimmer ausgelegt sein. Dann kann man den Strom optimal an das Bauteil anpassen. Andererseits kann man mit Widerständen die Spannung einer Stromquelle aufteilen, indem man mehrere Widerstände in Reihe schaltet. Man kann auf diese Art und Weise jedes Bauteil mit der passenden Spannung versorgen. Man nennt solche Schaltungen Spannungsteilerschaltungen.

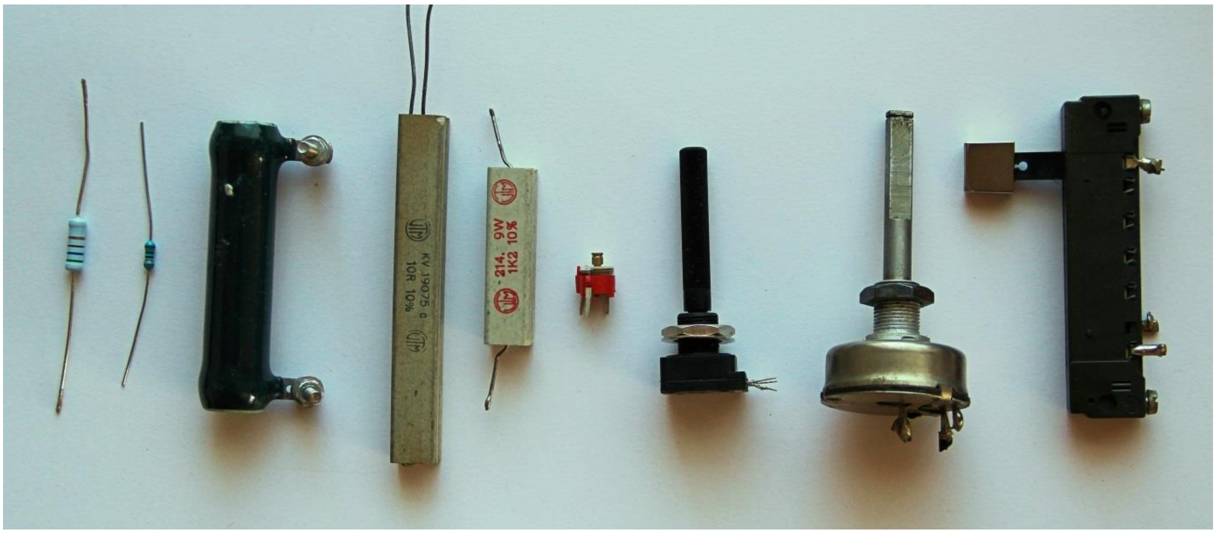

Abb.1a: links: Festwiderstände kleiner und großer Leistung
rechts: Dreh- und Schiebepotentiometer kleiner Leistung

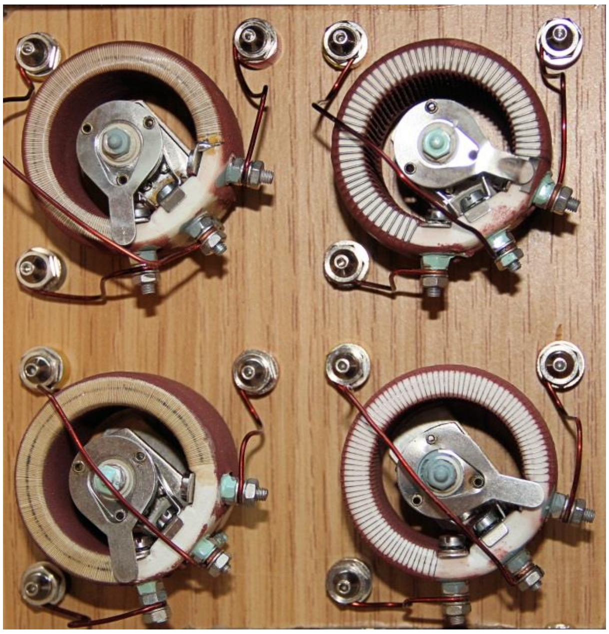

Abb.1b: Drehpotentiometer hoher Leistung

Möchte man die Spannung beliebig regeln, so benutzt man ein Potentiometer. Sie sind als Draht-oder Schichtwiderstand ausgeführt. Mit einem Schleifer lässt sich ein mehr oder weniger großer Bereich des vorhandenen Widerstandes ausnutzen. Sie werden auch eingesetzt, um z.B. die Lautstärke eines Verstärkers zu regeln. Bei einer dritten Gruppe von Widerständen hängt der Wert von verschiedenen äußeren Einflüssen ab. Fotowiderstände reagieren auf Licht, Thermistoren, auch Heiß- oder Kaltleiter genannt, auf die Temperatur, Varistoren auf die angelegte Spannung. Bei anderen Widerständen hängt der Wert von der magnetischen Feldstärke oder vom Druck ab. Sie werden als Sensoren für diese Größen genutzt. Die in elektronischen Schaltungen verwendeten Widerstände liegen meist im kilo-Ohm kΩ und mega-Ohm MΩ Bereich, da viele elektronische Bauteile nur geringe Stromstärken benötigen. Seltener sind Werte im Ohm Ω oder Giga-Ohm GΩ Bereich erforderlich. Sie werden mit verschiedenen Widerstandswerten im Handel angeboten. Es sind jedoch nicht alle Werte erhältlich. Gegebenenfalls muss man mehrere durch Reihen- oder Parallelschaltung kombinieren, um einen bestimmten Wert zu erhalten. Beachten muss man bei ihrer Verwendung auch ihre Belastbarkeit oder Leistung in W, damit sie im Betrieb nicht überlastet werden und durchbrennen. Bei größeren Ausführungen wird der Widerstandswert auf die Widerstände gedruckt, bei kleineren wird er durch ein Farbsystem (s. Tabelle 1) codiert.

Farbe	1. Ring 1. Ziffer	2. Ring 2. Ziffer	3. Ring Zahl der Nullen	4. Ring Toleranz
schwarz	0	0	-	-
braun	1	1	0	1
rot	2	2	00	2
orange	3	3	000	-
gelb	4	4	0000	-
grün	5	5	00000	0,5
blau	6	6	000000	-
violett	7	7	0000000	-
grau	8	8	00000000	-
weiß	9	9	000000000	-
gold	-	-	X 0,1	5
silber	-	-	X 0,01	10
ohne	-	-		20

Tabelle 1: Farbcode bei Widerständen

Der Code besteht aus vier oder fünf farbigen Ringen oder Punkten, die verschiedene Wertigkeit aufweisen. Bei fünf Ringen bedeuten die ersten drei Ringe Ziffern, der vierte die Zahl der Nullen und der fünfte die Toleranz. Der Farbcode ist nicht symmetrisch auf die Oberfläche aufgetragen, sondern zu einem Ende des Widerstandskörpers verschoben. Der Ring mit der kleinsten Wertigkeit liegt diesem Ende am nächsten. Der letzte Ring gibt die Toleranz des Wertes an, da die Werte durch die Herstellung in gewissen Grenzen schwanken können. Drei Beispiele sollen die Auswertung des Codes verdeutlichen (s. Abb.2).

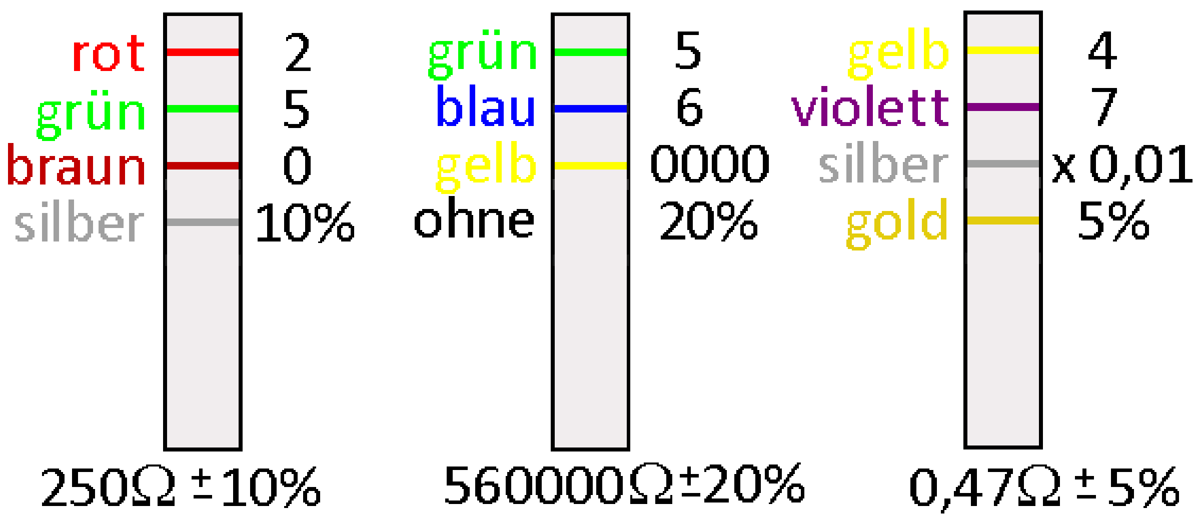

Abb. 2: Beispiele für den Farbcode

Fließt durch einen Widerstand R der Strom I, so fällt nach seiner Definition eine Spannung U an ihm ab, für die gilt

$$U = R * I$$

Andererseits gilt für die elektrische Leistung

$$P = U * I.$$

Kombiniert man beide Formeln, so erhält man für die Leistung, die im Widerstand in Wärme umgesetzt wird:

$$P = R * I^2 = \frac{U^2}{R}.$$

Die Leistung P nimmt mit dem Quadrat der Stromstärke I bzw. Spannung U zu. Daher muss man bei Widerständen stets darauf achten, dass sie nicht durchbrennen, wenn man die Stromstärke bzw. die Spannung auch nur mäßig erhöht.
Hat man nicht den benötigten Widerstandswert zur Verfügung, so kann ihn durch Reihen- oder Parallelschaltung mehrerer Widerstände herstellen, gegebenenfalls auch durch Kombination beider Schaltungsarten. Bei der Reihenschaltung (s. Abb. 3) fließt durch alle der gleiche Strom I, die Spannung U teilt sich dagegen auf sie auf. Es gilt

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots$$

und

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \cdots$$

Mit

$$U = R * I$$

folgt für den Gesamtwiderstand R

$$R * I = R_1 * I_1 + R_2 * I_2 + R_3 * I_3 + \cdots$$

und damit

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots,$$

da alle Stromstärken gleich groß sind.
Bei Parallelschaltung liegt an allen Widerständen die gleiche Spannung U an. Es ist:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \cdots$$

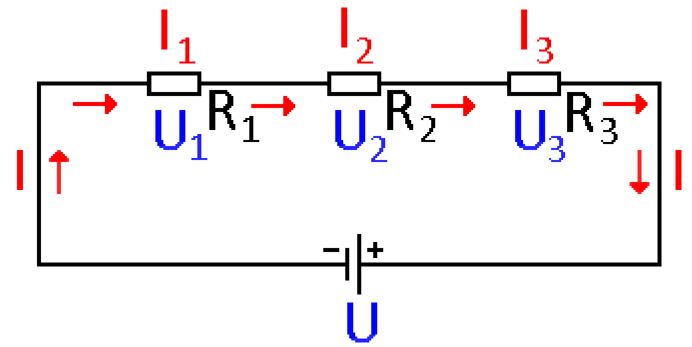

Abb.3: Reihenschaltung

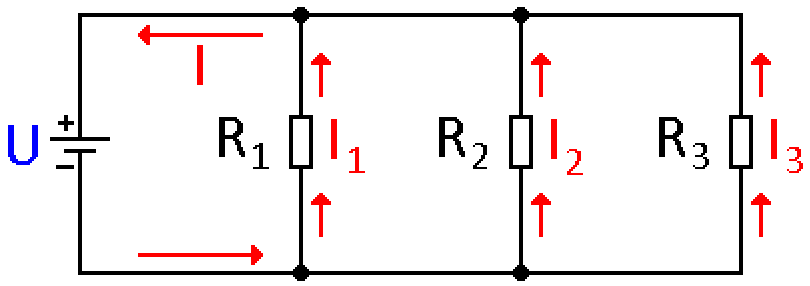

Abb.4: Parallelschaltung

Die Ströme addieren sich zum Gesamtstrom. Es gilt:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots$$

Mit

$$I = \frac{U}{R}$$

folgt für den Gesamtwiderstand:

$$\frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} + \cdots$$

und damit:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \cdots,$$

da alle Spannungen gleich groß sind.

2.2.4 Kondensator

Es gibt verschiedene Arten von Kondensatoren. Folienkondensatoren (s. Abb.1) werden aus zwei langen Metall- und Plastikstreifen hergestellt, die abwechselnd übereinander liegen und zu einem Zylinder mit zahlreichen Lagen aufgewickelt werden. So werden auf kleinstem

Raum eine große Plattenfläche und ein kleiner Plattenabstand erreicht. Die Plastikfolie isoliert einerseits die einzelnen Lagen der Metallfolie gegeneinander und erhöht andererseits durch ihre hohe Dielektrizitätskonstante ε_r die Kapazität des Kondensators. Folienkondensatoren sind bipolar, können folglich mit Wechsel- und Gleichspannung geladen werden und sind für hohe Spannungen bis U = 1000 V mit Kapazitäten im Mikro- und Milli-Faradbereich ausgelegt. Sie werden in elektronischen Schaltungen als Filter und Entstörkondensator eingesetzt.

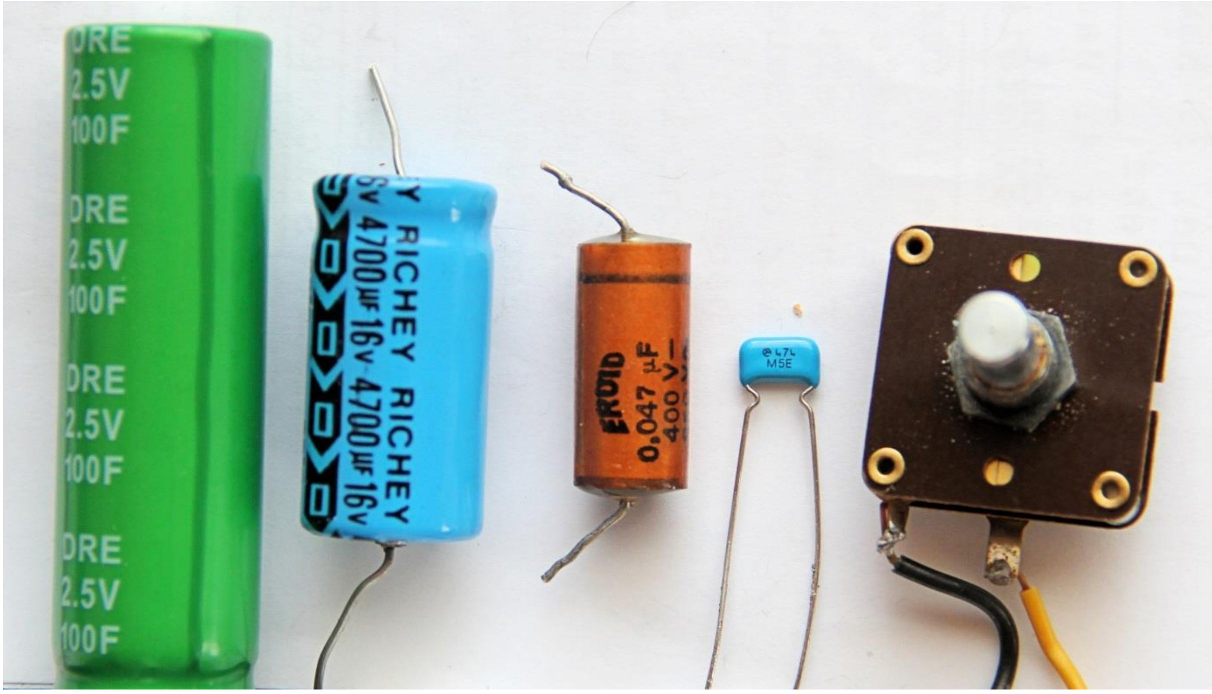

Abb.1 (v. l. n. r.): Doppelschicht-, Elektrolyt-, Folien-, Keramik-, Drehkondensator

Den gleichen Anwendungsbereich besitzen Keramikkondensatoren. Ihr Dielektrikum besteht aus einer Keramikmasse mit Dielektrizitätszahlen bis ε_r = 16000, auf die als Elektroden dünne Schichten aus Silber, Nickel oder Tantal aufgedampft werden. Die Schichtdicke ist wegen der Korngröße des Keramikkörpers nach unten begrenzt. Sie besitzen Kapazitäten in Pico- und Nano-Faradbereich bei sehr kleiner Baugröße.

In Elektrolytkondensatoren bildet den Pluspol eine stark aufgeraute Alufolie, auf die elektrolytisch eine Oxidschicht aufgebracht wird. Sie dient als Dielektrikum. Der Minuspol besteht aus saugfähigem Papier, dass mit einem Elektrolyten getränkt wird. Sie sind unipolar, also nur für Gleichspannung geeignet. Baut man sie falsch gepolt in eine Elektronik ein, so können sie explodieren, da die Oxidschicht abgebaut wird und sich Sauerstoff bildet. Sie dürfen nur mit Spannungen im mittleren Voltbereich von U = 16 – 40 V geladen werden. In elektronischen Schaltungen überbrücken sie kleine Stromlücken, etwa in Netzteilen. Elektrolytkondensatoren haben Kapazitäten maximal im Millifarad-Bereich.

Um die Kapazität bis in den Farad-Bereich zu steigern, ersetzt man in modernen Doppelschichtkondensatoren (s. Abb.1), auch Goldcaps genannt, die Alufolie durch Aktivkohleelektroden mit einer großen porösen Oberfläche. Zwischen ihnen befinden sich eine dünne Membran und ein Elektrolyt. So erreicht man sehr hohe Kapazitäten bis einige C = 1000 F. In elektronischen Schaltungen überbrücken diese Superkondensatoren Stromausfälle, um Datenverluste zu vermeiden. In Elektrofahrzeugen wirkt die Lichtmaschine beim Bremsen als Generator, der einen oder mehrere Goldcaps lädt. Ihre Energie kann beim nächsten Anfah-

ren als zusätzliche Energiequelle genutzt werden und so die Beschleunigung erhöhen. Sie sind unipolar. Man muss auf die richtige Polung achten, um sie nicht zu zerstören. Außerdem sind sie nur für Spannungen von etwa U = 2 -3 V ausgelegt.
Drehkondensatoren besitzen eine variable Kapazität im Pico-Faradbereich. Ein beweglicher Plattensatz kann zwischen einen feststehenden Satz gedreht werden. So ändert sich mit dem Drehwinkel die aktive Plattengröße. Sie werden als Abstimmkondensatoren in elektrischen Schwingkreisen im Radio- und Fernsehbereich eingesetzt, sind heute aber meist durch Kapazitätsdioden abgelöst worden, die sehr viel kleiner sind und deren Kapazität durch eine Spannung elektrisch geregelt werden kann.
Eine geladene Kugel mit dem Radius r stellt gegen den Bezugspunkt unendlich mit dem Potential $\varphi = 0$ ebenfalls einen Kondensator dar. Für ihre Kapazität C gilt definitionsgemäß (s. Kapitel 2.1.3):

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r} - 0} = 4\pi\varepsilon_0 * r.$$

Ihre Speicherkapazität ist proportional zu ihrem Radius. Bilden zwei Kugeln mit den Radien r_1 und r_2 eine Kugelschale, so erhält man einen Kugelkondensator, für dessen Kapazität gilt:

$$C = \frac{U}{Q} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r_2}} = \frac{1}{\frac{r_2 - r_1}{4\pi\varepsilon_0 * r_1 * r_2}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 * r_1 * r_2}{r_2 - r_1}.$$

Die innere Schale kann dabei durch einen dünnen Draht geladen werden, der durch ein isoliertes Loch in der äußeren Kugel geführt wird. Ist die Kugelschale mit einem Dielektrikum gefüllt, so muss man die Kapazität zusätzlich mit der Dielektrizitätskonstanten ε_r multiplizieren.

Um einen Kondensator zu laden, muss an den Ladungen, die auf die Platten fließen, Arbeit verrichtet werden und zwar umso mehr, je mehr Ladungen sich bereits auf den Platten befinden. Diese Arbeit ist als Energie im Kondensator gespeichert und kann z.B. genutzt werden, um eine elektrisches Gerät zu betreiben, etwa eine LED oder einen Motor. Um die Spannung am Kondensator um den kleinen Betrag dU zu erhöhen, muss man die kleine Arbeit dW verrichten, für die gilt:

$$dW = Q * dU = C * U * dU.$$

Integriert man diese Gleichung in den Grenzen von $W_1 = 0$ bis $W_2 = W_0$ bzw. von $U_1 = 0$ bis $U_2 = U_0$, so erhält man

$$W_0 = \frac{1}{2} * C * U_0^2.$$

Die in einem Kondensator gespeicherte Energie steigt proportional mit seiner Kapazität C und quadratisch mit seiner Ladespannung U_0.

Beim Laden eines Kondensators sinkt bei konstanter Ladespannung und damit gleichbleibender Ladearbeit mit steigender Kondensatorspannung der Ladestrom, da gegen die bereits auf den Platten vorhandene Ladung Arbeit verrichtet werden muss. Diese Rückkopplung behindert den weiteren Anstieg der Spannung, so dass die Spannung am Kondensator nicht linear mit der Zeit zunimmt, sondern exponentiell, zu Beginn schnell, zum Ende hin immer langsamer. Beim Entladen sinkt mit der Spannung auch der Entladestrom, so dass in diesem Fall die weitere Abnahme der Spannung verlangsamt wird. Insgesamt fallen Spannung und Stromstärke durch diese Rückwirkung beim Entladen nicht linear mit der Zeit, sondern exponentiell, am Anfang schnell, zum Ende hin immer langsamer. Das lässt sich auch mathematisch zeigen. Beim Entladen besteht der Stromkreis aus dem Kondensator C, der als Stromquelle dient und dem Entladewiderstand R. Da es sich um einen geschlossenen Kreis handelt, muss die Summe der Spannungen U_C und U_R zu jedem Zeitpunkt null ergeben. Es gilt mit U_C als Kondensatorspannung und U_R als Spannung am Widerstand:

$$U_C + U_R = 0$$

oder mit Q als Ladung und I als Stromstärke

$$\frac{Q}{C} + R * I = 0.$$

Da I als Ableitung der Ladung nach der Zeit definiert ist, folgt:

$$\frac{Q}{C} + R * \dot{Q} = 0$$

und nach einer kleinen Umstellung

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = -\frac{1}{R * C}\,.$$

Integriert man diese Gleichung über die Zeit, so folgt:

$$lnQ(t) = -\frac{1}{RC} * t + k\,.$$

Die Integrationskonstante k ergibt sich aus den Randbedingungen. Zu Beginn des Entladevorganges, zur Zeit t = 0, ist Q(t) = Q_0. Damit gilt für k

$$k = lnQ_0.$$

Man erhält insgesamt folgende Gleichung:

$$lnQ(t) - lnQ_0 = -\frac{1}{RC} * t$$

oder

$$ln\left(\frac{Q(t)}{Q_0}\right) == -\frac{1}{RC} * t.$$

Potenzieren liefert

$$Q(t) = Q_0 * \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right).$$

Mit

$$Q(t) = C * U_C(t)$$

erhält man für die Spannung am Kondensator als Funktion der Zeit

$$U_C(t) = U_{C0} * \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right).$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes

$$U_R(t) = R * I(t) = -U_C(t)$$

folgt für den zeitlichen Verlauf des Stromes analog

$$I(t) = I_0 * \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right).$$

Auch beim Laden sinkt der Ladestrom, wie oben diskutiert, mit dieser Exponentialfunktion. Nur ist in diesem Falle die Summe aus U_R und U_C nicht null, sondern zu jedem Zeitpunkt gleich der von außen angelegten Spannung U_0. Es ist folglich:

$$U_0 = U_C(t) + U_R(t)$$

bzw.

$$\begin{aligned} U_C(t) &= U_0 - U_R(t) \\ &= U_0 - R * I(t) \\ &= U_0 - R * I_0 * \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right) \\ &= U_0 * \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right)\right). \end{aligned}$$

Für die Ladung Q(t) folgt mit

$$Q(t) = C * U_C(t)$$

$$Q(t) = Q_0 * \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{R * C} * t\right)\right).$$

Kondensatoren kann man wie Widerstände parallel oder in Reihe schalten (s. Abb.2).

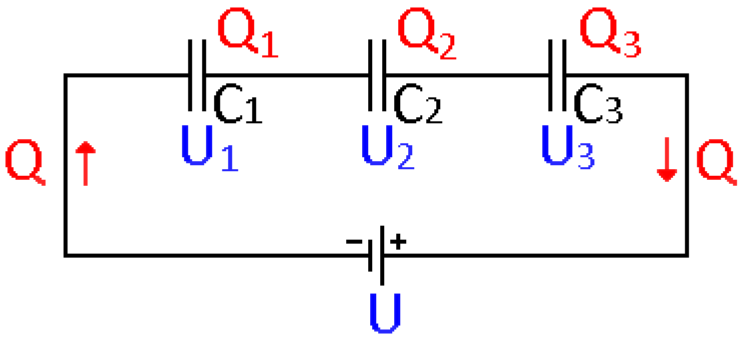

Abb.2: Reihenschaltung

Bei der Reihenschaltung addieren sich die Einzelspannungen U_1, U_2, U_3 ...an den einzelnen Kondensatoren zur Gesamtspannung U. Somit gilt:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots$$

Mit

$$U = \frac{Q}{C}$$

folgt:

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} + \cdots$$

Da jeder Kondensator die gleiche Ladung Q trägt, gilt:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \cdots$$

und somit:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

Bei der Reihenschaltung der Widerstände gilt dagegen für den Gesamtwiderstand R (s. Kapitel 2.2.3):

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

Bei ihr fließt durch alle Widerstände der gleiche Strom I. In diesem Falle gilt das Ohmsche Gesetz. Es lautet mit U als Spannung

$$U = R * I.$$

Da die Spannung U proportional zu R ist, während beim Kondensator die Spannung U antiproportional zur Kapazität C ist, unterscheiden sich die Gesetze für die Reihenschaltung von Widerständen bzw. Kapazitäten.

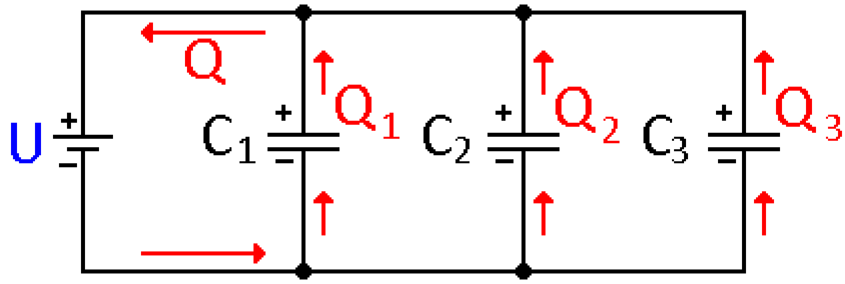

Abb.3: Parallelschaltung

Bei der Parallelschaltung von Kondensatoren (s. Abb.3) liegt an allen die gleiche Spannung an und zwar die von außen angelegten Spannung U. Dafür trägt jeder Kondensator eine andere Ladung Q_1, Q_2, Q_3, ... Ihre Summe ist gleich der Gesamtladung Q. Somit gilt:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$$

und damit

$$C * U = C_1 * U + C_2 * U + C_3 * U + \cdots$$

Man erhält:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$$

Bei der Parallelschaltung von Widerständen gilt hingegen für den Gesamtwiderstand R (s. Kapitel 2.2.3):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots$$

In diesem Falle ist der Gesamtstrom I gleich der Summe der Einzelströme I_1, I_2, I_3 …. Da aber der Strom I nach dem Ohmschen Gesetz antiproportional zum Widerstand R ist, während beim Kondensator die Ladung Q proportional zur Kapazität C ist, sind auch bei der Parallelschaltung die beiden Gesetze für Kondensator und Widerstand unterschiedlich.

2.2.5 Leuchtdioden

Der Aufbau einer Solarzelle und einer Leuchtdiode entspricht weitgehend dem einer normalen Diode. Sie weisen drei Schichten auf (s.Abb.1).

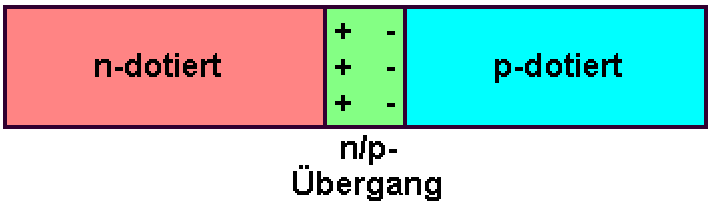

Abb.1: Aufbau einer Diode

Das Grundmaterial ist Silizium. Die rechte Schicht ist mit einem anderen Element wie Bor, Aluminium, Gallium oder Indium verunreinigt, positiv dotiert. Sie besitzen ein Valenzelektron weniger als Silizium. Die linke Schicht enthält Spuren von Phosphor oder Arsen. Sie ist negativ dotiert, da diese Elemente ein Valenzelektron mehr besitzen als Silizium. Beide Schichten sind im isolierten Zustand nach außen elektrisch neutral. Jedoch sind die Gitterstrukturen gestört, da im p-dotierten Teil für ein fehlerfreies Kristallgitter Elektronen fehlen, in der n-dotierten Schicht im Überschuss vorliegen. Berühren sich beide Schichten, so bildet sich zwischen ihnen ein n/p-Übergang aus. Dabei wandern positive Ladungen aus der p-dotierten in die negative Schicht und negative Ladungen aus der n-dotierten in die positive Schicht und füllen die jeweiligen Lücken in der Gitterstruktur auf. Positive Löcher und negative Elektronen neutralisieren sich, man sagt, sie rekombinieren. Dabei wird Energie frei. Das hat jedoch zur Folge, dass die p-dotierte Schicht sich im Grenzbereich negativ auflädt wegen der hinein geflossenen Elektronen, die n-dotierte Schicht positiv wegen der abgewanderten Elektronen. Beide waren zuvor neutral. Es entsteht zwischen den beiden Schichten ein elektrisches Feld, das der Elektronendrift entgegen wirkt. Ist es groß genug, so findet keine weitere Ladungstrennung mehr statt. Bei Silizium tritt dieser Fall bei normaler Dotierung etwa bei U = 0,6 V auf. Durch Verwendung mehrerer verschiedener Dotierungselemente kann man die Sperrspannung jedoch auf einige Volt erhöhen. Baut man dieses elektrische Feld ab, in dem man von außen eine Spannung an die Diode legt, so können ständig Ladungen zwischen den beiden Schichten fließen. Dazu muss man die p-dotierte Schicht mit dem Pluspol der Spannungsquelle, die n-dotierte Schicht mit dem Minuspol verbinden. Die Diode ist in Durchlassrichtung geschaltet. In beiden Schichten rekombinieren immer wieder positive Elektronenlücken und negative Elektronen. Die Elektronen werden ständig durch die Spannungsquelle nachgeliefert. Dabei wird Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung frei. Bei einer Sperrspannung von U = 0,6 V liegt diese Strahlung im Infrarotbereich, da nach quantenphysikalischen Gesetzen gilt:

$$h * f = e * U$$

oder

$$f = \frac{e * U}{h} = \frac{1{,}6 * 10^{-19}\, C * 0{,}6\, V}{6{,}62 * 10^{-34}\, Js} = 1{,}45 * 10^{14}\, Hz$$

und damit für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 * 10^{8}\, m/s}{1{,}45 * 10^{14}\, Hz} = 2{,}07 * 10^{6}\, m = 2\, \mu m.$$

Es handelt sich um Wärmestrahlung. Verstärkt man das Feld dagegen durch ein äußeres elektrisches Feld, so sperrt die Diode. Dazu muss die Polung der äußeren Spannungsquelle umgekehrt werden.

Bei **Leuchtdioden** wird durch Dotierung mit verschiedenen Halbleitern die Grenzspannung am p-n-Übergang auf U = 1,1 V – 3,5 V eingestellt. Wendet man die obige Quantenbedingung an, so ergeben sich für folgende Spannungen

$$U_1 = 1{,}3\, V$$
$$U_2 = 1{,}8\, V$$
$$U_3 = 3{,}5\, V$$

die Wellenlängen:

$$\lambda_1 = 956\, nm$$
$$\lambda_2 = 690\, nm$$
$$\lambda_3 = 355\, nm.$$

Die erste Wellenlänge liegt im infraroten, die zweite im roten und die dritte im UV-Bereich. Es bleibt die Frage, warum man die Quantenbedingung in so einfacher Weise auf LEDs anwenden darf.
Die Kennlinie einer idealen monochromatischen LED mit vernachlässigbarem Ohmschen Widerstand in den Zuleitungen lässt sich aufgrund der Diffusion der Ladungsträger durch die Grenzschicht mit folgender Formel beschreiben[10),11),5)]:

$$I = I_0 * \left(exp\left(\frac{e * U - h * f}{k * \Delta T} \right) - 1 \right) (1).$$

Darin bedeuten:
I: Stromstärke,
I_0: Leckstrom (s.u.),
e: Elementarladung,
U: Spannung,
h: Plancksche Konstante,
f: Frequenz des ausgesandten Lichts,
k: Boltzmann-Konstante,
ΔT: Temperaturunterschied zwischen p- und n-Schicht.

Erklären kann man diese Gleichung wie folgt. Man stelle sich die LED wie einen Fluss vor, in dem man eine Staumauer errichtet. Danach kann das Wasser auf zwei Arten zu Tale fließen. Zum einen sickert durch kleine Risse in der Mauer ein kleiner Teil talwärts. Der größte Teil strömt über die Mauerkrone, wenn sich das Staubecken gefüllt hat. Diesen Teil des Wassers kann man nutzen, um eine Turbine anzutreiben, die die Energie des Wassers in elektrische Energie umwandelt. Die nutzbare Energie ist umso größer, je höher die Staumauer ist. Erhöht sich der Wasserstand in der Talsperre, kann auch mehr Wasser genutzt werden, um Energie zu gewinnen. Gleichzeitig nimmt der Sickerwasserstrom zu. Der Wasserstrom über die Krone steigt umso mehr, je breiter der Fluss ist, je mehr Wasser er normalerweise führt. Auf den Strom übertragen bedeutet das: Die Stromänderung in einer LED bei Erhöhung der Spannung setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem Anteil, der dem Ohmschen Gesetz folgt, auch Leckstrom genannt, und einem Anteil, bei dem die Änderung des Stromes proportional zum Strom selbst ist. Fasst man diese Überlegungen in mathematische Gesetze, so erhält man die obige Gleichung (1), wie Sie im Skript „Leuchtdioden" auf dieser Webseite ausführlich nachlesen können.

2.2.6 Elektronenkanone

Abb.1 zeigt den Aufbau einer Elektronenkanone.

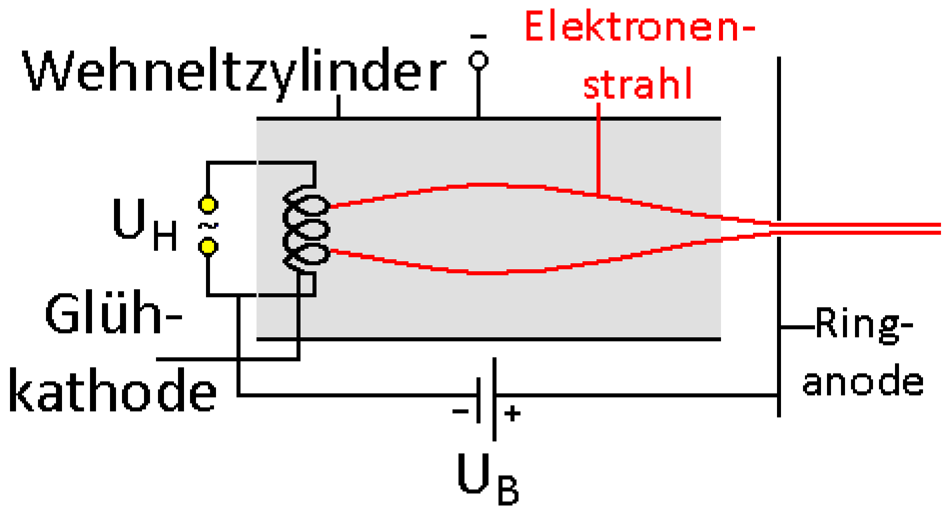

Abb.1: Elektronenkanone

Durch eine Heizspannung U_H wird eine Heizspirale zum Glühen gebracht. Sie sendet Elektronen aus, die durch die Spannung U_B zwischen Glühkathode und Anode beschleunigt werden. Die Elektronen werden durch den negativ geladenen Wehneltzylinder zu einem Strahl gebündelt, der durch das Loch in der Anode die Elektronenkanone verlässt. Er kann durch nachgeschaltete elektrische oder magnetische Felder in verschiedene Raumrichtungen abgelenkt werden (s. Kapitel 2.2.7). Treffen die Elektronen auf einen Bildschirm, so hinterlassen sie dort einen Fleck, in dem sie die Beschichtung des Schirmes zum Leuchten anregen. Führt man den Strahl über den gesamten Bildschirm, so erzeugt er ein komplettes Bild auf dem Schirm. Es muss allerdings mit einer Frequenz von mindestens 50 Hz, besser mit 100 Hz ständig erneuert werden, damit das Auge ein dauerhaftes Bild registrieren kann.

2.2.7 Braunsche Röhre

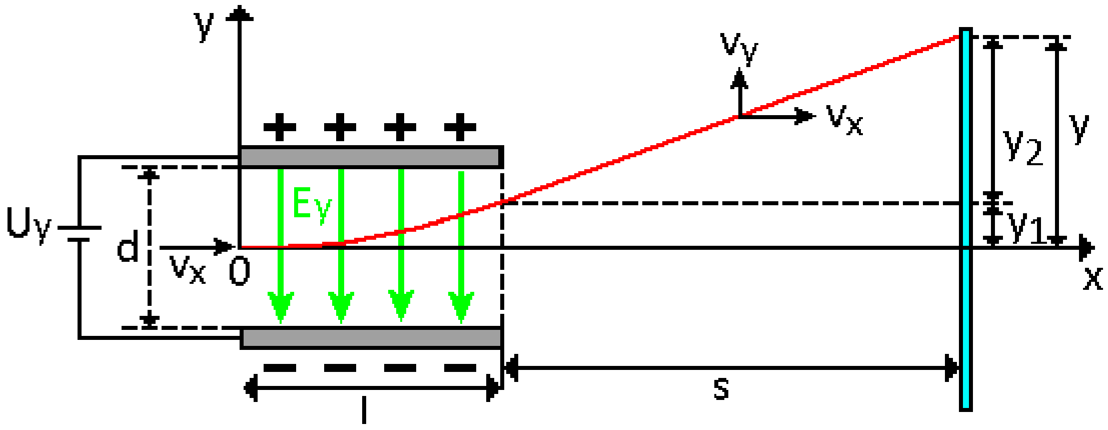

Abb.1: Ablenkung von Elektronen im elektrischen Feld

Treten Elektronen quer zum homogenen elektrischen Feld in einen Plattenkondensator (s. Abb.1) ein, so erfahren sie senkrecht zu den Feldlinien eine konstante Beschleunigung. Sie fliegen auf einer Parabelbahn und werden im Kondensator um y1 aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Verlassen sie das Feld, so bewegen sie sich geradlinig weiter z.B. bis zu einem Leuchtschirm. Dort erzeugen sei einen Leuchtfleck, der ihren Auftreffpunkt macht. Die ganze Anordnung nennt man Braunsche Röhre. Sie wird in Oszillographen und Röhrenfernsehern eingesetzt, um ein Bild zu erzeugen. Dazu wird der Elektronenstrahl durch ein zusätzliches Plattenpaar über den ganzen Bildschirm geführt, wie ich weiter unten erläutere. Die Elektronen legen so in x-Richtung die Wege s und l und in y-Richtung den gesamten Weg y zurück. Die Newtonschen Bewegungsgesetze liefern im Bereich der Platten für die x- bzw. y-Richtung folgende Weg-Zeit-Gleichungen:

$$x = v_x * t \;(1)$$

$$y = \frac{1}{2} * a_y * t^2 \;(2).$$

Löst man Gleichung (1) nach t auf und setzt sie in Gleichung (2) ein, so folgt

$$y = \frac{1}{2} * a_y * \frac{x^2}{v_x^2} (3).$$

Man erhält als Bahngleichung eine Parabel. Mit Hilfe der elektrischen Feldstärke lässt sich a_y durch die am Kondensator anliegende Spannung ausdrücken. Es gilt:

$$a_y = \frac{F_E}{m} = \frac{e * E}{m} = \frac{e * U_y}{m * d}.$$

Darin ist F_E die Kraft auf das Elektron im elektrischen Feld, m seine Masse, e seine Ladung, U_y die Spannung an den Ablenkplatten und d ihr Abstand. Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung (3), so ergibt sich

$$y = \frac{1}{2} * \frac{e * U_y}{m * d} * \frac{x^2}{v_x^2}.$$

Durchfliegen die Elektronen in x-Richtung die Länge l des Kondensators, so werden sie insgesamt um

$$y_1 = \frac{1}{2} * \frac{e * U_y}{m * d} * \frac{l^2}{v_x^2} = \frac{1}{2} * \frac{e * U_y * l^2}{m * d * v_x^2}$$

abgelenkt. Verlassen sie den Kondensator, so fliegen sie geradlinig weiter, in x-Richtung mit der Geschwindigkeit v_x und in y-Richtung mit

$$v_y = a_y * t_1 = \frac{e * U_y}{m * d} * \frac{l}{v_x}.$$

Darin ist t_1 die Zeit, die das Elektron zum Durchfliegen des Kondensators benötigt. Um den Schirm in der Entfernung s zu erreichen, benötigt es zusätzlich die Zeit

$$t_2 = \frac{s}{v_x}.$$

Dabei legt es in y-Richtung den Weg

$$y_2 = v_y * t_2 = \frac{e * U_y}{m * d} * \frac{l}{v_x} * \frac{s}{v_x} = \frac{e * U_y * l * s}{m * d * v_x^2}$$

zurück. Insgesamt durchfliegt das Elektron vom Zeitpunkt des Eintretens ins Feld am Punkt 0 bis zum Auftreffen auf dem Schirm den Weg

$$y = y_1 + y_2 = \frac{1}{2} * \frac{e * U_y * l^2}{m * d * v_x^2} + \frac{e * U_y * l * s}{m * d * v_x^2} = \frac{e * U_y * l * (l/2 + s)}{m * d * v_x^2}.$$

Den Ablenkplatten vorgeschaltet ist in der Braunschen Röhre eine Elektronenkanone, die die Elektronen auf die Geschwindigkeit v_x beschleunigt (s. Kapitel 2.2.6).

2.2.8 Oszilloskop

Legt man an das Ablenkpaar einer Braunschen Röhre eine Wechselspannung, so läuft der Leuchtpunkt entlang der Punkte 1, 2, 3 und 4 von oben nach unten und zurück über den Bildschirm (s. Abb. 1). Da der Schirm nachleuchtet, sieht man auf dem Schirm eine senkrechte Linie. Den zeitlichen Verlauf der Sinusspannung kann man nicht erkennen. Um das zu erreichen, benötigt man ein zweites zum ersten senkrecht stehendes Plattenpaar, das den Leuchtpunkt von links nach rechts über die Punkte a, b und c über den Bildschirm führt und zwar gleichmäßig. Dazu muss man an dieses Plattenpaar eine Sägezahnspannung gemäß Abb.2 anlegen.

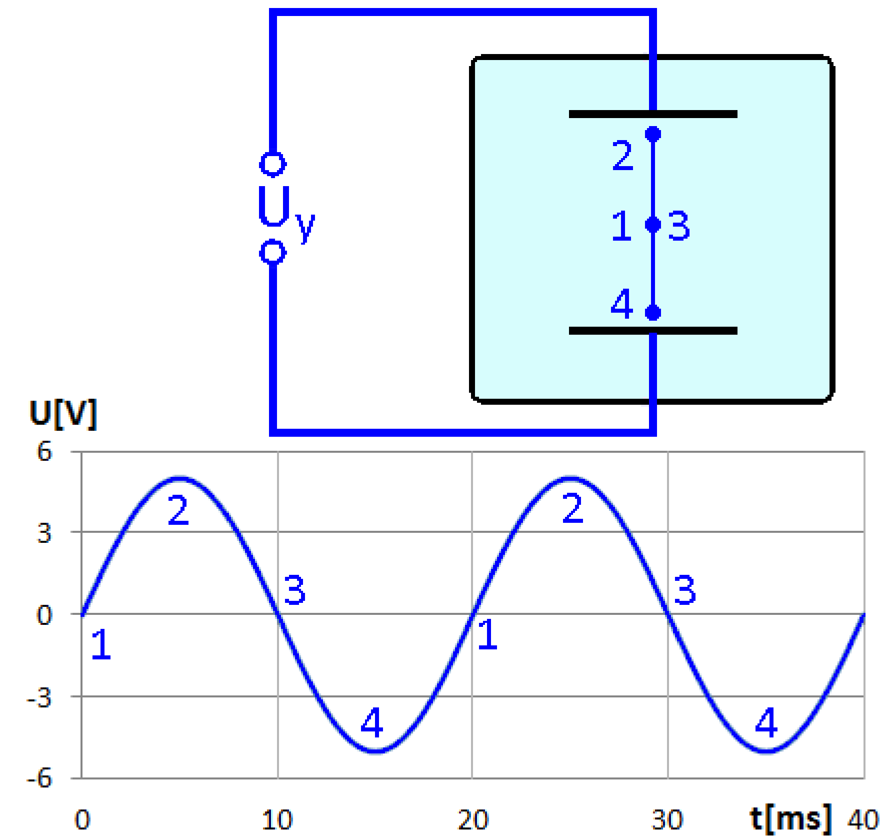

Abb.1: Sinusspannung am y-Plattenpaar

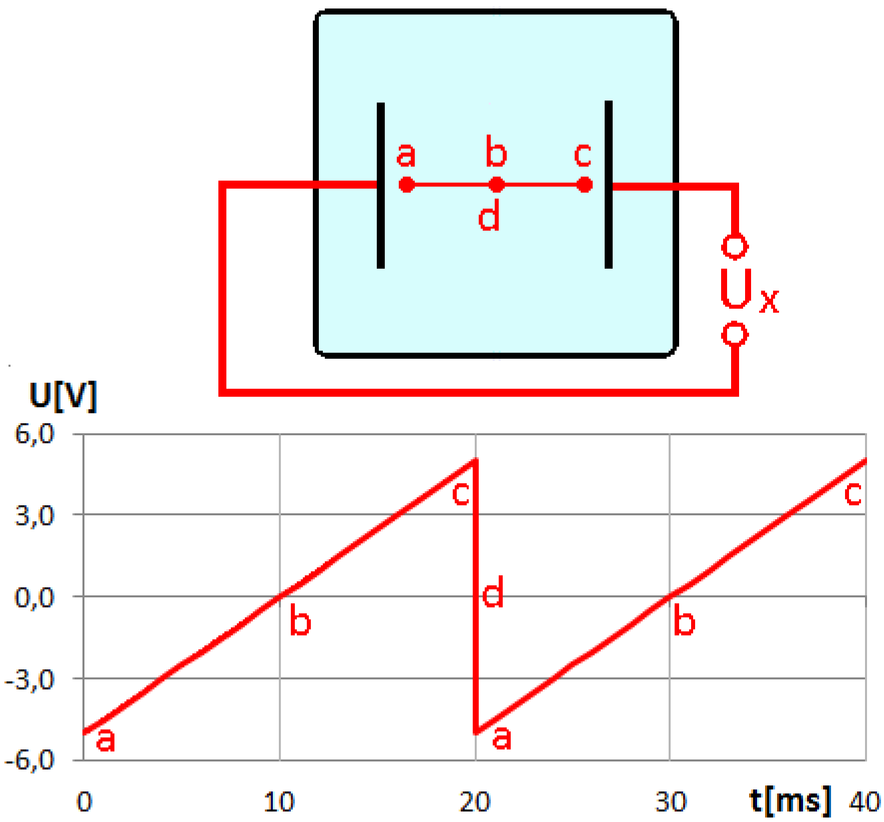

Abb.2: Verlauf der Sägezahnspannung an der Zeitachse

Ist der Elektronenstrahl am rechten Rand angekommen, so muss über den Punkt d momentan an den linken Rand springen und von dort wieder mit konstanter Geschwindigkeit nach rechts laufen. Man erhält so eine lineare Zeitachse. Legt man beide Spannungen an die zwei Plattenpaare an, so wird der Verlauf der Spannung an den y-Platten korrekt wiedergegeben. Ein zeitlicher Spannungsverlauf wird räumlich aufgelöst (s. Abb.3).

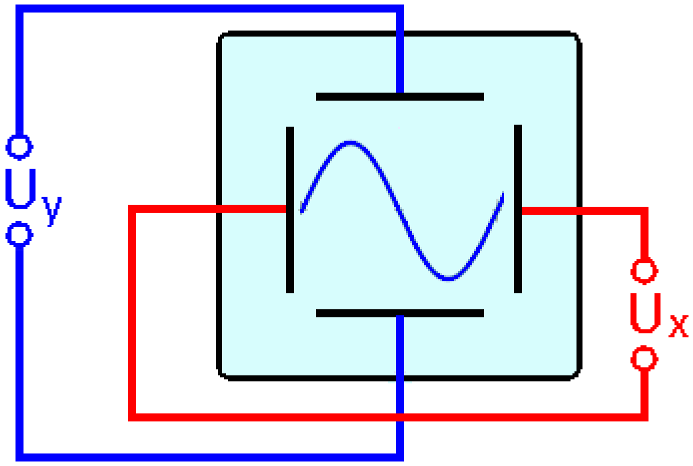

Abb.3: Zeitlicher Verlauf der Sinusspannung

Das Bild muss mit einer hohen Frequenz ständig neu aufgebaut werden, da der Punkt auf dem Schirm nur kurze Zeit nachleuchtet. Beginnt die darzustellende Spannung beim zweiten Durchlauf am linken Rand in einer anderen Phase als beim vorherigen Durchlauf, so schreibt der Elektronenstrahl bei jedem Durchlauf eine andere Kurve. Um das zu verhindern, muss man den Elektronenstrahl triggern. Die Bewegung des Leuchtpunktes nach rechts darf erst einsetzen, wenn die darzustellende Spannung die gleiche Phase erreicht hat wie beim Durchlauf davor. Das erreicht man mit einer speziellen Verzögerungsschaltung. Mit einem Oszilloskop kann man so den zeitlichen Verlauf jeder beliebigen Spannung sichtbar machen. In modernen Zweikanal-Oszillographen können meist zwei Spannungen gleichzeitig dargestellt werden. Beide können addiert oder subtrahiert werden. Außerdem kann man ihre Verläufe speichern, in einen Computer einlesen und ausdrucken. Zeitliche Auflösungen bis in den Nanosekundenbereich sind möglich, da der Elektronenstrahl mit Geschwindigkeit im Bereich der Lichtgeschwindigkeit über den Schirm wandern kann. Es können auch zwei verschiedene Spannungen senkrecht überlagert werden. Dazu schaltet man die Sägezahnspannung an der Zeitachse ab und legt stattdessen eine der beiden Spannungen an das x-Plattenpaar. Die Amplitude der Spannung am y- Plattenpaar kann im Bereich zwischen Mikro-Volt und Volt liegen. Sie wird durch einen Verstärker angepasst, so dass man stets ein Bild erhält, das den ganzen Bildschirm ausfüllt. Heute werden Oszillographen mit Elektronenstrahlen zunehmend von USB-Oszilloskopen verdrängt, die den Spannungsverlauf mit einem Chip aufzeichnen wie in einer Digitalkamera. Als Anzeigegerät dient ein Computer (s. cassy), aber einige haben auch ein eigenes Display (s. cassy mobile). Meist ist die zeitliche Auflösung jedoch geringer als bei einem Elektronenstrahloszillograph.

2.2.9 Röntgenröhre

Ein Röntgenapparat besteht zum einen aus einer Elektronenkanone, in der Elektronen auf hohe Spannungen von mehreren Zehntausend Volt beschleunigt werden. Sie treffen auf einen Metallzylinder z.B. aus Kupfer und setzen aus ihm Röntgenstrahlen frei. Diese werden durch Spalte gebündelt und an einem Kristall reflektiert und gebeugt. Es treten Maxima und Minima auf. Sie werden mit einem Zählrohr registriert. Aus der Intensitätsverteilung kann man die Wellenlänge der Röntgenstrahlung oder die Gitterabstände im Kristall ermitteln. In der Medizin werden die Röntgenstrahlen auf menschliches Gewebe geleitet. Durch Weichteile dringen sie hindurch, nicht jedoch durch Skelettteile. Es entsteht ein Abbild der Knochen.

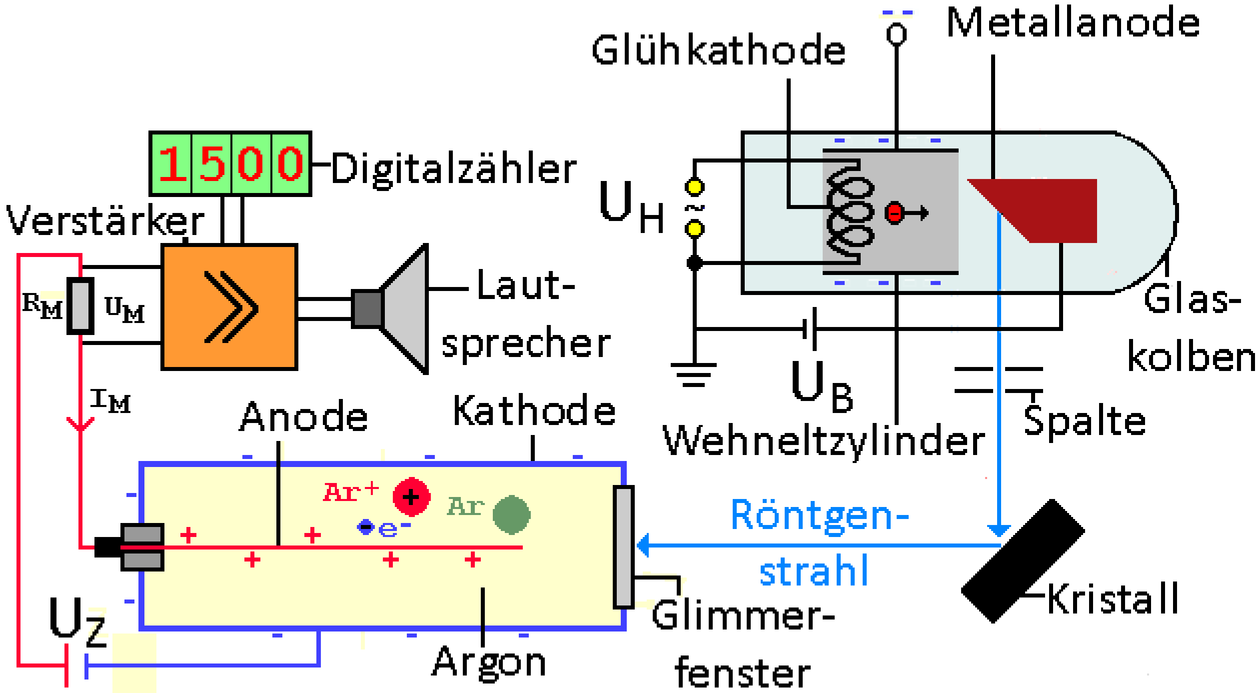

Abb.1: Röntgenapparat

Das Zählrohr selbst besteht aus einem Metallmantel, der an einer Seite mit einem sehr dünnen Glimmerfenster verschlossen ist. Von der anderen Seite ragt ein feiner Metalldraht in einen luftdicht verschlossenen Zylinder. Er ist gegen den Mantel isoliert. Das Rohr ist mit Helium oder Argon gefüllt. Zwischen Metalldraht und Metallrohr liegt über einen Messwiderstand $R_M = 1\ \text{M}\Omega$ eine Spannung von $U_Z = 500$ V an, wobei der Metalldraht positiv geladen ist. Tritt durch das Glimmerfenster Röntgenstrahlung oder radioaktive Strahlung ins Zählrohr ein, so werden Argonatome ionisiert. Die Elektronen wandern zum Metalldraht, die positiven Ionen zum Mantel. Auf ihrem Weg zur Anode ionisieren die Elektronen aufgrund der hohen Spannung am Zählrohr in einer Kettenrektion weitere Gasatome. Das Gas ist leitend geworden, es fließt in der Zuleitung ein Strom, der im Messwiderstand eine Spannung U_M hervorruft. Die Spannungsimpulse werden verstärkt und entweder über einen Lautsprecher hörbar gemacht oder in einem elektronischen Zähler registriert. Durch den Spannungsabfall am Messwiderstand sinkt die Spannung am Zählrohr. Die verbleibende Spannung reicht nicht, das Zählrohr im leitenden Zustand zu halten, wenn alle gebildeten Ionen und Elektronen zu den Elektroden abgeflossen sind. Das Zählrohr geht wieder in seinen Ausgangszustand. Wurde das Zählrohr durch den Eintritt eines radioaktiven Teilchens leitend, so wird ein weiteres, kurze Zeit später eintreffendes Teilchen nicht als eigenes Signal registriert und damit nicht gezählt. Erst wenn das Zählrohr wieder in seinen Ausgangszustand zurückgekehrt ist, können weitere Teilchen erfasst werden. Die Zeitspanne, in der das Zählrohr keine Impulse registrieren kann, nennt man die Totzeit des Zählrohres. Damit die Strahlung einer Quelle möglichst korrekt gemessen wird, sollte die Totzeit kurz sein, mindestens im Millisekunden- besser im Mikrosekundenbereich liegen.

3. Versuche

3.1 Feldgesetze

Versuch 1:

Aufbau/Durchführung:

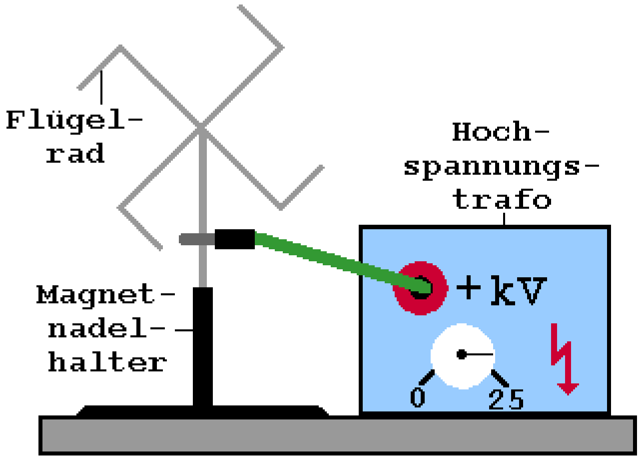

Abb.1: Versuchsaufbau

Ein Flügelrad besitzt vier rechtwinkelförmig gebogene Spitzen (s. Abb.1). Es wird auf einem Magnetnadelhalter drehbar gelagert. Dann legt man eine Hochspannung von U = 25 kV an.

Beobachtung:

Das Flügelrad dreht sich.

Erklärung:

Aus den Spitzen treten aufgrund der hohen elektrischen Feldstärke Ladungen aus. Ihr Rückstoß treibt das Flügelrad an.

Versuch 2:

Aufbau/Durchführung:

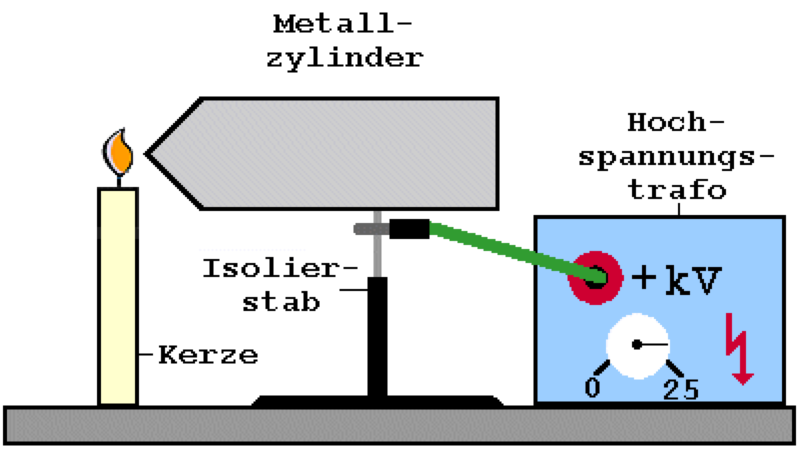

Abb.2: Versuchsaufbau

Ein Metallzylinder ist an einer Seite zu einer feinen Spitze verengt (s. Abb.2). Man stellt vor die Spitze eine brennende Kerze und legt an den Zylinder eine Hochspannung von U = 25 kV an.

Beobachtung:
Die Kerzenflamme wird von der Spitze weggepustet und erlischt.
Erklärung:
In der feinen Spitze ist die elektrische Feldstärke so groß, dass aus ihr Elektronen austreten, die einen Luftzug verursachen, der die Kerze ausbläst.

Versuch 3:
Aufbau/Durchführung:
Man benötigt einen Plattenkondensator mit verstellbaren Platten, ein statisches Voltmeter und einen regelbaren Hochspannungstrafo mit U = 25 kV. Man stellt den Abstand der Platten auf d = 5 mm ein. Dann verbindet man das Voltmeter und den Trafo mit dem Plattenkondensator. Man regelt die Spannung hoch, bis man zwischen den Platten Funkenüberschläge hört und sieht.
Beobachtung:
Bei einer Spannung von U = 7 - 8 kV beobachtet man Blitze zwischen den Platten.
Folgerung:
Ab einer elektrischen Feldstärke von

$$E = \frac{7{,}5kV}{0{,}005m} = 1{,}5 * 10^6\,V/m$$

wird die Luft leitend, da die Sauerstoff- und Stickstoffmoleküle ionisiert werden. Der genaue Wert der elektrischen Feldstärke hängt sehr vom Wasserdampfgehalt der Luft und dem Luftdruck ab.

Versuch 4:
Aufbau/Durchführung:
Man benötigt eine Plastikplatte, auf die man die zu untersuchende Leiteranordnung in Form dünner Metallstreifen als Elektroden aufgeklebt. Darauf stellt man ein Plastik- oder Glasschälchen mit Rizinusöl, in das man feine Grieskörner einstreut und gleichmäßig verteilt. Sie ist von einem Metallring umgeben, den man für den Versuch am Hochspannungstrafo erdet. An die Leiterbahnen schließt man eine 25kV-Hochspannungsquelle an und stellt die ganze Anordnung eventuell auf einen Overheadprojektor. Die Anordnung ist bei von verschiedenen Lehrmittelfirmen erhältlich. Man kann sie sich auch selbst anfertigen.
Beobachtung:
Die Grieskörner ordnen sich entlang der Feldlinien an.
Erklärung:
Im elektrischen Feld der Hochspannungsquelle werden die Grieskörner zu elektrischen Dipolen, die sich entlang der Feldlinien ausrichten. Die auf sie wirkenden elektrischen Kräfte heben sich dann auf, sie stehen im Gleichgewicht und erzeugen kein Drehmoment mehr. Durch die Reibung im Rizinusöl wandern sie nicht zu einem Pol, sondern ordnen sich nur entlang der Feldlinien. Die Felder verschiedener Leiteranordnungen sehen wie in Abbildungen 3a) – d) aus. Sie bestätigen die theoretischen Überlegungen aus Kapitel 2.1. Die Feldlinien stehen immer senkrecht auf der Metalloberfläche.

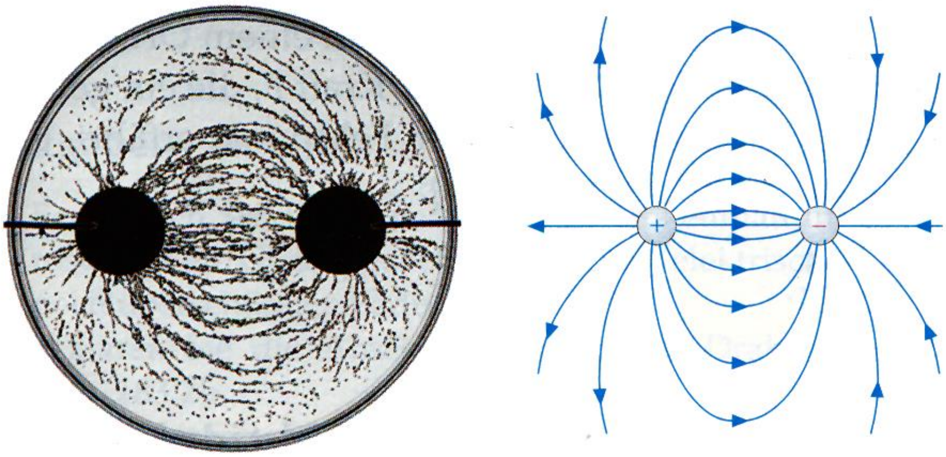

Abb.3a: Feld zweier unterschiedlicher Ladungen

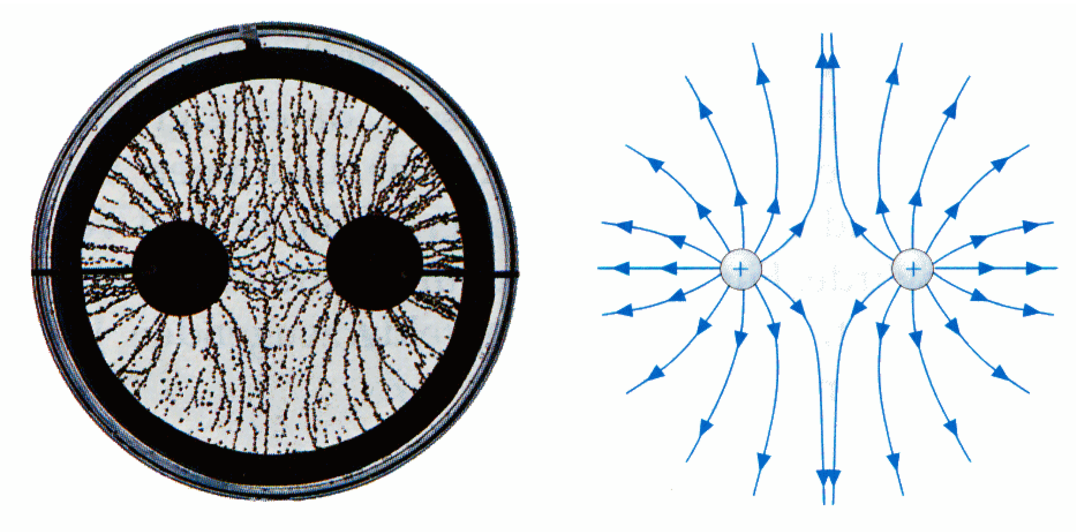

Abb.3b: Feld zweier gleicher Ladungen

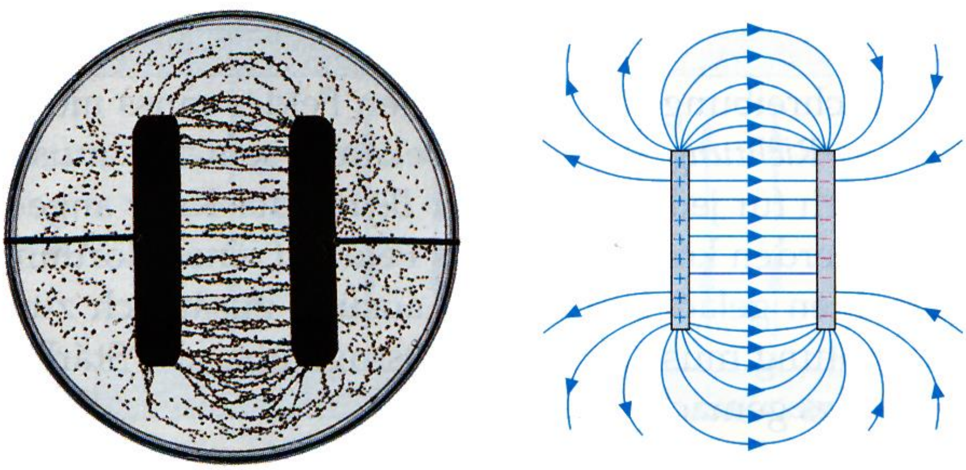

Abb.3c: Feld zweier unterschiedlich geladener Platten

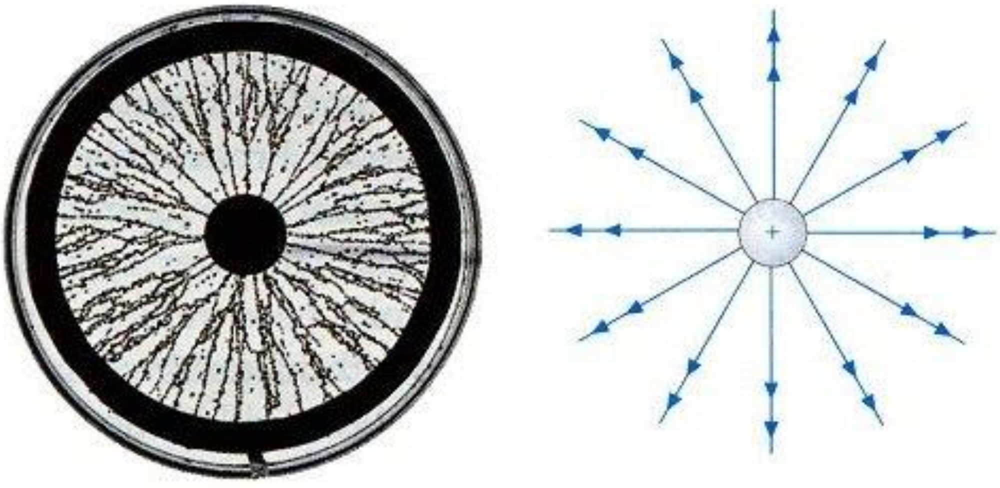

Abb.3d: Feld eines Kugelkondensators

Versuch 5:
Aufbau:

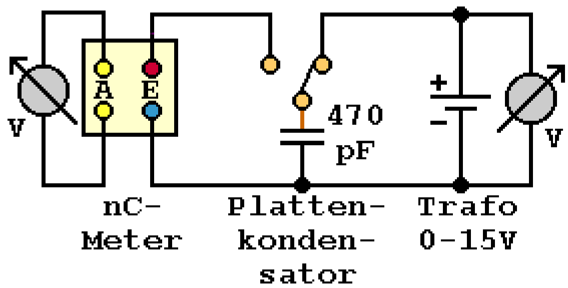

Abb.4: Versuchsaufbau

Man braucht einen Plattenkondensator, einen regelbaren Gleichspannungstrafo mit U = 15 V, einen Messverstärker, zwei Voltmeter und ein Lineal. Den genauen Aufbau entnehmen Sie Abb. 4.

Durchführung:
Man stellt die Platten am Plattenkondensator auf einen Abstand d = 1 mm ein und regelt den Trafo mit Hilfe eines Voltmeters auf eine Spannung U = 10 V. Man verbindet das zweite Voltmeter mit dem Ausgang des Messverstärkers. Die nicht isolierte Platte des Kondensators und die Erde des Messverstärkers verbindet man mit dem Minus des Trafos. Die isolierte Platte des Plattenkondensators lädt man am Pluspol des Trafos kurz auf und trennt dann man die Verbindung. Man berührt mit dem abgeschirmten Kabel, das im Messeingang des Messverstärkers steckt, kurz die isolierte Platte. Man bestimmt den Radius der Platten des Kondensators.

Beobachtung:
Man erhält folgende Messwerte:

$d = 1\ mm$

$U = 10\ V$
$Q = 4{,}7\ nC$
$r = 13\ cm.$

Auswertung:
Für die elektrische Feldstärke gilt:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{10V}{0{,}001m} = 10000V/m.$$

Die Fläche der Platten beträgt:

$$A = \pi * r^2 = 3{,}14 * (0{,}13\ m)^2 = 0{,}053\ m^2.$$

Damit erhält man für die Flächenladungsdichte

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{4{,}7 * 10^{-9}\ C}{0{,}053\ m^2} = 8{,}87 * 10^{-8}\ C/m^2$$

und für die elektrische Feldkonstante

$$\varepsilon_0 = \frac{8{,}87 * 10^{-8} C/m^2}{10000V/m} = 8{,}87 * 10^{-12} C/Vm$$

in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert von

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12} C/Vm$$

Versuch 6:
Aufbau:
Man benutzt den gleichen Versuchsaufbau wie in Versuch 5.
Durchführung:
Man wiederholt den Versuch 5 mit verschiedenen Spannungen.
Beobachtung:
Man erhält folgende Messtabelle:

U[V]	2	4	6	8	10	12	14
Q[nC]	0,95	1,9	2,8	3,8	4,7	5,7	6,5
E[kV/m]	2	4	6	8	10	12	14
σ[nC/m^2]	17,9	35,8	52,8	71,7	88,7	107,5	122,6
σ/E[nC/kVm]	8,95	8,95	8,77	8,96	8,87	8,96	8,76

Auswertung:
Man errechnet für jeden Teilversuch die elektrische Feldstärke E mit der Formel

$$E = \frac{U}{d}$$

und die Flächenladungsdichte σ mit der Formel:

$$\sigma = \frac{Q}{A}.$$

Darin ist U die Spannung, d der Abstand der beiden Platten, Q die Ladung auf den Platten und A die Fläche der Platten. Der Mittelwert von ε_0 beträgt

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E} = 8{,}89\ nC/kVm = 8{,}89 * 10^{-12}\ C/Vm.$$

in guter Übereinstimmung mit dem Literaturwert.

Versuch 7a:
Aufbau:

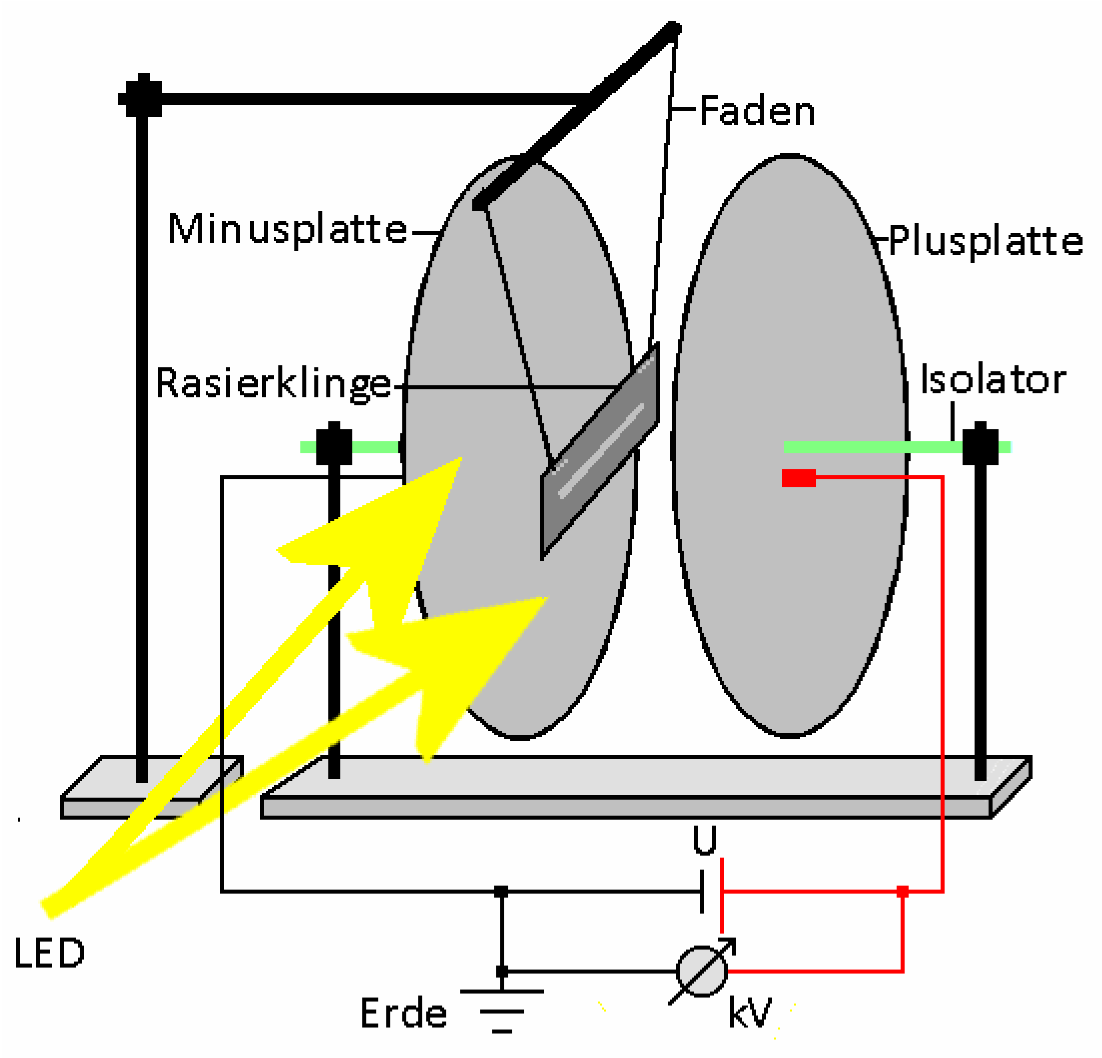

Abb.1: Versuchsaufbau

Man braucht einen Plattenkondensator, eine Hochspannungsquelle mit U = 3 kV, ein Elektrometer, eine möglichst punktförmige Lichtquelle, etwa eine LED-Lampe, ein statisches Voltmeter, eine elektronische Waage mit einer Messgenauigkeit Δm = 10 mg, eine Rasierklinge und ein Lineal. Den prinzipiellen Aufbau von vorne in Richtung Wand betrachtet entnehmen Sie Abb. 1.

Durchführung:

Man hängt die Rasierklinge mit einem Doppelfaden aus Nylon an einem Isolator bifilar auf. Man zieht beim Kondensator die Platten auf einen Abstand d = 6 cm auseinander. Man stellt ihn vor einer Wand etwa im Abstand l = 1 m auf. In die Mitte zwischen die Platten schiebt man die Rasierklinge, so dass sie parallel zu den Platten hängt. Mit der LED-Lampe projiziert man die ganze Anordnung an der Wand und markiert die Schatten der beiden oberen Plattenmitten und der Rasierklinge an der Aufhängung. Man lädt den Kondensator auf U = 3 kV, wobei man den Minuspol erdet. Man berührt mit der Rasierklinge kurz die positive Platte, lässt sie auspendeln und markiert an der Wand ihre Auslenkung. Man entlädt die Platten, in dem man sie bei abgeklemmter Spannungsquelle kurzschließt. Man nimmt die Rasierklinge aus dem Kondensator und bestimmt mit dem Elektrometer seine Ladung. Dabei muss man den Minuspol des Elektrometers und sich selbst erden. Man bestimmt mit der Waage die Masse der Klinge ohne Faden.

Beobachtung:

Man erhält z.B. folgende Messwerte:

Masse des Plättchens: m = 420 mg.

Plattenabstand d = 6 cm

Plattenabstand im Schattenwurf d‘ = 35 cm

Spannung am Kondensator U = 3,05 kV

Ladung des Plättchens q = 1,2 nC

Länge des Fadens l = 45 cm

Auslenkung der Rasierklinge im Schattenwurf s‘ = 3,7 cm.

Auswertung:

Man ermittelt einerseits mit der Formel aus Kapitel 2.1.1 die elektrische Feldstärke aus der Auslenkung der Rasierklinge im Feld und andererseits mit der Formel aus Kapitel 2.1.3 aus der Spannung am Kondensator. Zunächst errechnet man den Vergrößerungsfaktor V aufgrund der Projektion. Es gilt mit den Werten des Plattenabstandes

$$V = \frac{d'}{d} = \frac{35\ cm}{6\ cm} = 5{,}83.$$

Daraus ergibt sich für die tatsächliche Auslenkung der Rasierklinge zwischen den Platten des Kondensators

$$s = \frac{s'}{V} = \frac{3{,}7\ cm}{5{,}83} = 0{,}635\ cm.$$

Wendet man die Formel aus Kapitel 2.1.1 für die elektrische Feldkraft an, so folgt näherungsweise

$$F_E = F_G * \frac{s}{l} = 0{,}00042kg * 9{,}81\,\frac{N}{kg} * \frac{0{,}635\ cm}{45\ cm} = 6{,}54 * 10^{-5}\,N.$$

und für die Feldstärke

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{5{,}23 * 10^{-5}N}{1{,}2\ nC} = 48{,}5\,\frac{N}{C}.$$

Aus der Spannung ergibt sich für die elektrische Feldstärke:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{3050\ V}{0{,}06\ m} = 50{,}8\ \frac{V}{m}.$$

Beide Werte stimmen zahlenmäßig recht gut überein. Auch die Einheiten sind identisch wie in Kapitel 2.1.1 bereits gezeigt wurde.

Versuch 7b:
Aufbau:
Man benutzt den gleichen Versuchsaufbau wie in Versuch 7a
Durchführung:
Während die Rasierklinge ausschlägt, schiebt man den Kondensator etwas nach rechts und links bzw. nach vorne und hinten.
Beobachtung:
Der Ausschlag der Klinge ändert sich nicht.
Erklärung:
Das Feld des Plattenkondensators ist homogen und damit an allen Punkten zwischen den Platten gleich groß. Nur am Rande wird es etwas schwächer.

3.2 Influenz

Versuch 1a: Nachweis der Polarität einer Ladung
Aufbau/Durchführung
Man benötigt zwei Metallkugeln, einen Isolierstiel, eine Hochspannungsquelle mit U = ± 3kV und eine Glimmlampe. Man steckt eine Kugel auf den Isolierstiel und lädt sie am Trafo positiv auf. Dann berührt sie mit der Glimmlampe. Man wiederholt den Versuch mit negativer Ladung.
Beobachtung
Berührt man die Kugel mit der Glimmlampe, wenn sie positiv geladen ist, leuchtet der Draht der Glimmlampe, den man mit der Hand berührt, bei negativer Ladung der Kugel der Draht, der die Kugel berührt.
Erklärung
Bei einer Glimmpampe leuchtet stets der Draht, der mit dem Minuspol verbunden ist. Seine Elektronen regen das Gas in der Glimmlampe zum Leuchten an.

Versuch 1b: Influenz
Aufbau/Durchführung

Man baut den Versuch nach Abb.1 auf. Man lädt die Kugel mit Isolierstiel am Trafo positiv auf und nähert sie der Kugel auf dem Elektroskop, ohne sie zu berühren. Man entfernt die Kugel wieder. Dann wiederholt man den Versuch mit negativer Aufladung der Kugel.

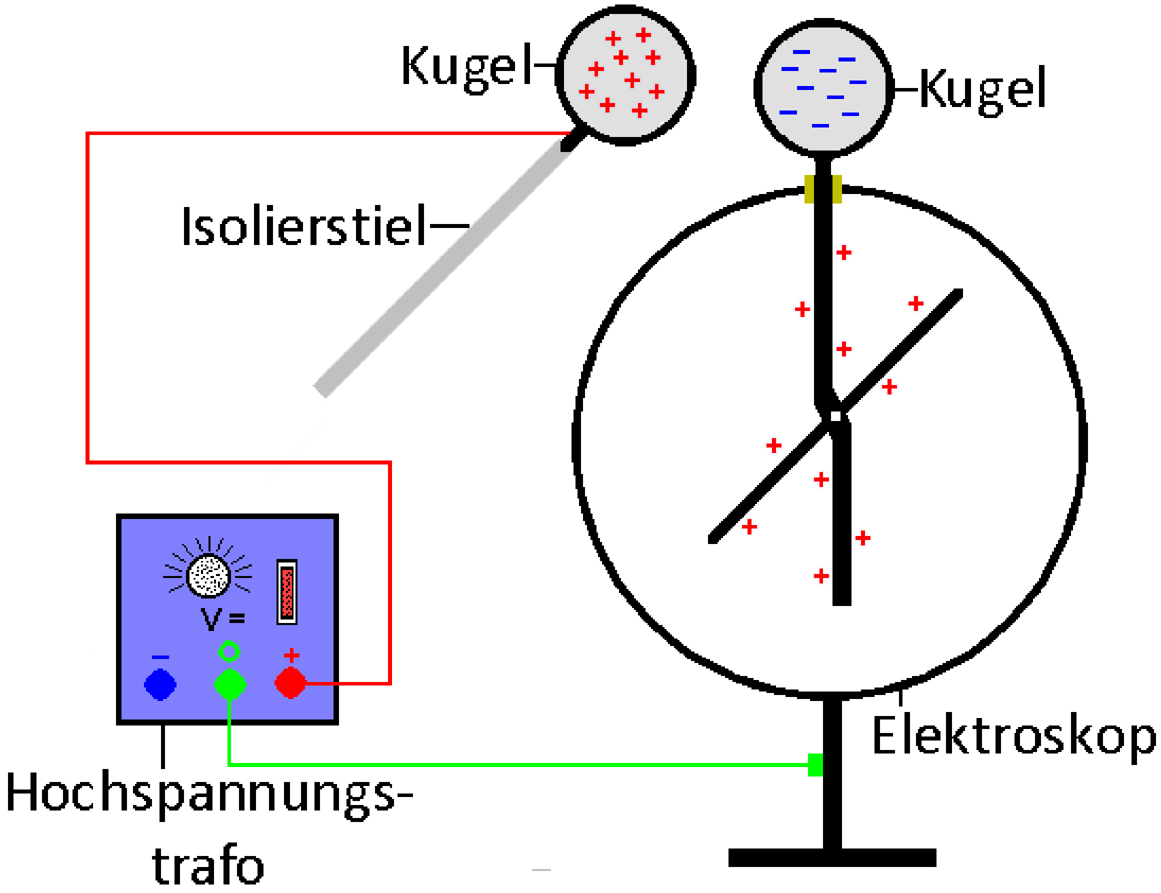

Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung
Nähert man die geladene Kugel der Kugel auf dem Elektroskop, so schlägt das Elektroskop aus. Entfernt man die Kugel, so geht es wieder in seine Ruhestellung.

Erklärung
In der Nähe der geladenen Kugel werden in der zweiten Kugel und im Elektroskop vorübergehend Ladungen getrennt. Ist die 1. Kugel positiv geladen, so wandern Elektronen aus dem Elektroskop in die 2. Kugel. Dort herrscht ein Elektronenüberschuss. Sie lädt sich negativ auf. Im Elektroskop fehlen diese Elektronen. Es herrscht Elektronenmangel, die positive Ladung der Protonen überwiegt. Bei negativ geladener 1. Kugel wandern Elektronen ins Elektroskop und laden es negativ auf. In der Kugel auf dem Elektroskop herrscht Elektronenmangel und sie ist positiv geladen.

Versuch 1c: Laden einer Kugel durch Influenz
Aufbau/Durchführung
Man baut den Versuch nach Abb. 1 auf. Man lädt die Kugel mit Isolierstiel am Trafo positiv auf und nähert sie der Kugel auf dem Elektroskop, ohne sie zu berühren. Man erdet die Kugel am Elektroskop, in dem man sie mit einem Finger anfasst. Dann entfernt man gleichzeitig die am Trafo geladene Kugel und den Finger von der 2. Kugel. Man überprüft die Ladung auf

dem Elektroskop mit einer Glimmlampe. Dann wiederholt man den Versuch mit negativer Ladung der 1. Kugel.

Beobachtung

Nähert man sich mit der geladenen Kugel der Kugel auf dem Elektroskop, so schlägt es aus. Erdet man sie, so sinkt der Ausschlag und geht auf null zurück. Entfernt man den Finger und die geladene Kugel, so schlägt das Elektroskop wieder aus. Berührt man sie mit der Glimmlampe, so leuchtet der Draht, der mit der Kugel verbunden ist. Bei negativer Ladung der 1. Kugel, macht man die gleichen Beobachtungen, nur an der Glimmlampe leuchtet der Draht, den man in der Hand hält.

Erklärung

Nähert man die geladene Kugel der Kugel auf dem Elektroskop, so werden in ihr und dem Elektroskop Ladungen getrennt. Die Kugel lädt sich negativ auf, das Elektroskop positiv. Erdet man die Kugel, so fließen Elektronen von der Hand auf das Elektroskop und neutralisieren die positiven Ladungen auf ihm. Entfernt man die Hand und die geladene Kugel, so bleibt auf dem Elektroskop ein Überschuss an negativer Ladung zurück, der den Pol der Glimmlampe, der mit der Kugel verbunden ist, aufleuchten lässt. Bei negativer Ladung der Kugel am Trafo, bleiben auf dem Elektroskop zum Schluss positive Ladungen im Überschuss zurück, da Elektronen in die Erde abfließen, wenn man sie mit der Hand berührt.

3.3 Coulombgesetz

<u>Versuch 1: qualitativer Vorversuch</u>

Aufbau/Durchführung

Man benötigt einen Bandgenerator und eine Metallkugel, die man an einem isolierenden Nylonfaden der Länge etwa l = 30 cm bifilar aufhängt. Man schaltet den Bandgenerator ein und berührt seine Kugel kurz mit der Metallkugel. Man entfernt die Metallkugel vom Generator und nähert sie ihm wieder an. In einem Abstand von R = 20 cm berührt man die kleine Metallkugel mit einer gleich großen nicht geladenen Kugel.

Beobachtung

Berührt die Metallkugel die Kugel des Bandgenerators, so wird sie stark abgestoßen. Mit zunehmendem Abstand zwischen den beiden Kugeln sinkt der Ausschlag. Nähert man sie einander an, so schlägt sie stärker aus. Kommt man der Kugel des Generators zu nahe, so kann es passieren, dass sie kurz angezogen wird, die Kugel berührt und danach umso stärker wieder abgestoßen wird. Berührt man die kleine Kugel mit einer gleich großen Kugel, so halbiert sich in etwa ihre Auslenkung.

Erklärung

Die Coulombkraft zwischen den beiden Kugeln ist umso größer, je kleiner ihr Abstand ist. Außerdem sinkt sie mit der Ladung beider Kugeln. Nähern sich beide Kugeln sehr stark, so werden in der kleinen Metallkugel zusätzliche Ladungen durch Influenz getrennt. Die Elektronen auf der kleinen Kugel werden von den negativen Ladungen auf dem Bandgenerator abgestoßen. Sie sammeln sich auf der dem Bandgenerator abgewandten Seite, die dadurch negativ geladen wird. Auf der der Generatorkugel zugewandten Seite herrscht Elektronenmangel. Sie lädt sich positiv auf. Da die positiven Ladungen näher an der großen Kugel sind, werden sie stärker angezogen als die negativen abgestoßen werden. Die kleine Kugel wird zur großen hingezogen. Berührt sie die große Kugel, so fließen negativen Ladungen auf die kleine Kugel. Sie wird stärker negativ geladen und von der ebenfalls negativ geladenen Kugel des Generators kräftiger abgestoßen.

<u>Versuch 2a: Coulombkraft und Abstand der Kugeln</u>

Aufbau/Durchführung

Man baut den Versuch gemäß Abb.1 auf. Man benötigt den Kraftsensor der Firma Leybold mit der Bestellnummer 524060. [1)]

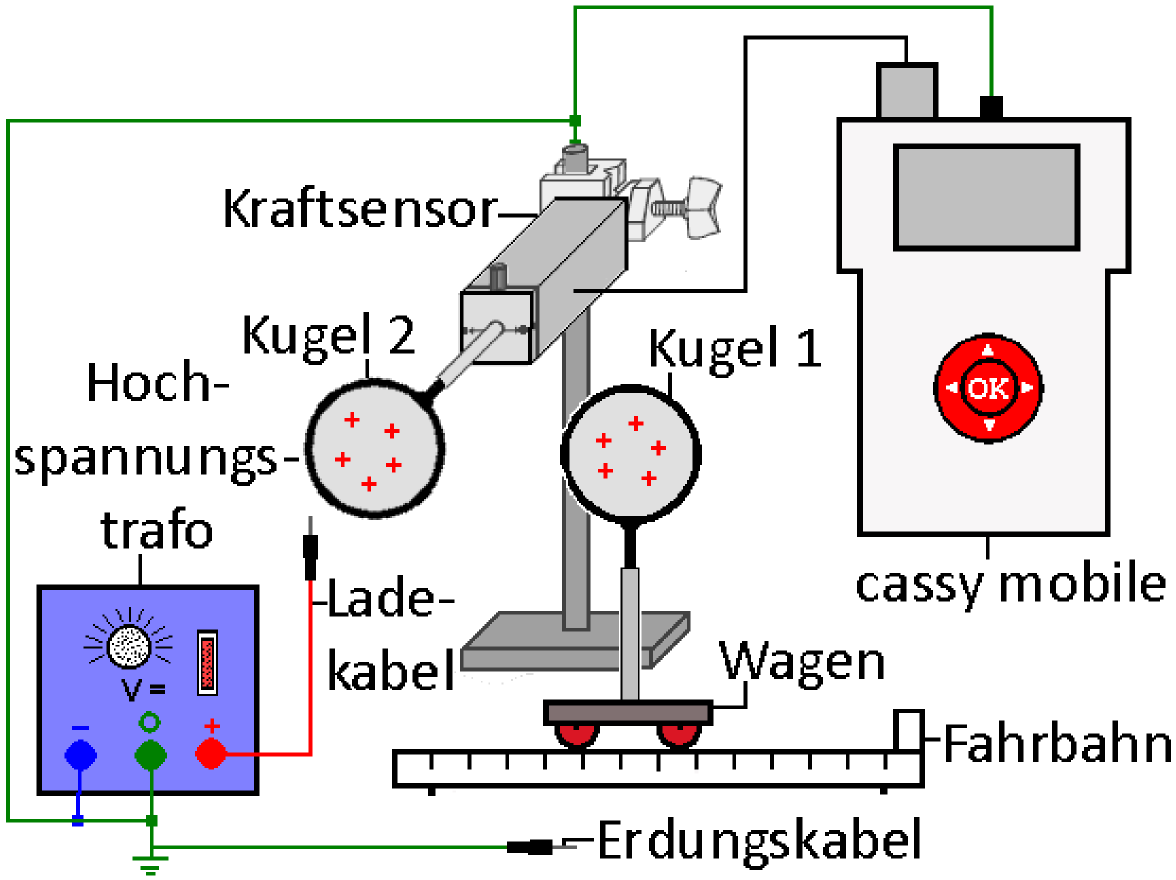

Abb.1: Versuchsaufbau

Wählen Sie in cassy mobile im Menü F_A folgende Einstellungen: Bereich -10 mN … 10 mN, Nullpunkt links oder rechts, je nachdem in welche Richtung die Kraft aufgrund der Anordnung der beiden Kugeln zeigt. Setzen Sie die Kraft im Menüpunkt → 0 ← auf null. Man stellt die beiden Kugeln in einer Entfernung r_1 = 20 cm zueinander auf. Man erdet sich, den Kraftsensor über eine Krokodilklemme und cassy mobile über die Erdungsbuchse am Erdungseingang des Trafos, um Einflüsse durch Influenzladungen und Beschädigungen der Elektronik von cassy zu vermeiden. Außerdem sollte man den Trafo immer nur kurz einschalten, wenn man die Kugeln lädt und danach sofort wieder ausschalten. Auf keinen Fall darf man Teile der Versuchsanordnung, insbesondere nicht den Kraftsensor und cassy mobile, mit dem Ladekabel berühren. Unter Beachtung dieser Sicherheitshinweise lädt man die beiden Kugeln auf U = 25 kV auf, indem man sie kurz mit dem Hochspannungskabel mit dem Pluspol des Trafos verbindet. Man erniedrigt den Abstand zwischen beiden Kugeln in Schritten von Δr = 2 cm bis auf r_2 = 8 cm. Nach jedem Verrücken der einen Kugel lädt man beide neu auf, in dem man sie kurz mit dem Trafo verbindet. Man notiert sich für jede Position die Entfernung r der beiden Kugeln und die Kraft F.

Beobachtung

Man erhält Messtabelle 1.

Auswertung

Man bildet für jedes Messpaar das Produkt aus der Kraft F und der Entfernung r zum Quadrat und erhält die Zeile 3 der Tabelle. Es ergibt sich eine Konstante k_1 mit einem Mittelwert von

$$k_1 = 217{,}3\, mN * cm^2 = 2{,}173 * 10^{-5} N * m^2.$$

r[cm]	8	10	12	14	16	18	20
F[mN]	3,41	2,19	1,56	1,11	0,84	0,65	0,54
F*r²[mN*cm²]	218,2	219,0	224,6	217,6	215,0	210,6	216,0

Messtabelle 1

Man kann die Werte zusätzlich mit cassy grafisch auswerten und erhält so die Kurve in Abb.2. Es ergibt sich für die Konstante k_1

$$k_1 = 220\, mN * cm^2 = 2{,}2 * 10^{-5} N * m^2.$$

Die Kraft F ist proportional zum Quadrat der Entfernung r der beiden Kugeln. Es gilt:

$$F = \frac{k_1}{r^2}.$$

Für k_1 gilt nach dem Coulombgesetz:

$$k_1 = \frac{q * Q}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Um den gemessenen Wert mit dem theoretischen vergleichen zu können, benötigt man die Ladung der beiden Kugeln. Sie lässt sich rechnerisch ermitteln, wenn man die Formel für einen Kugelkondensator benutzt. Der Radius der Kugeln beträgt r = 1,9 cm. Damit erhält man für die Kapazität C der Kugel und ihre Ladung Q bei für U = 25 kV:

$$C = 4 * \pi * \varepsilon_0 * r = 4 * \pi * 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{Vm} * 0{,}019m = 2{,}11\, pF$$

$$Q = C * U = 2{,}11\, pF * 25000V = 52{,}8\, nC.$$

Die zweite Kugel besitzt die gleiche Ladung, da beide gleich groß sind und mit der gleichen Spannung geladen wurden. Damit erhält man für k_1

$$k_1 = \frac{(5{,}28 * 10^{-8} C)^2}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{Vm}} = 2{,}51 * 10^{-5} C * V * m.$$

Der berechnete Wert ist um ca. 15 % höher als der gemessene. Eine Einheitenanalyse zeigt, dass beide Einheiten identisch sind, da gilt:

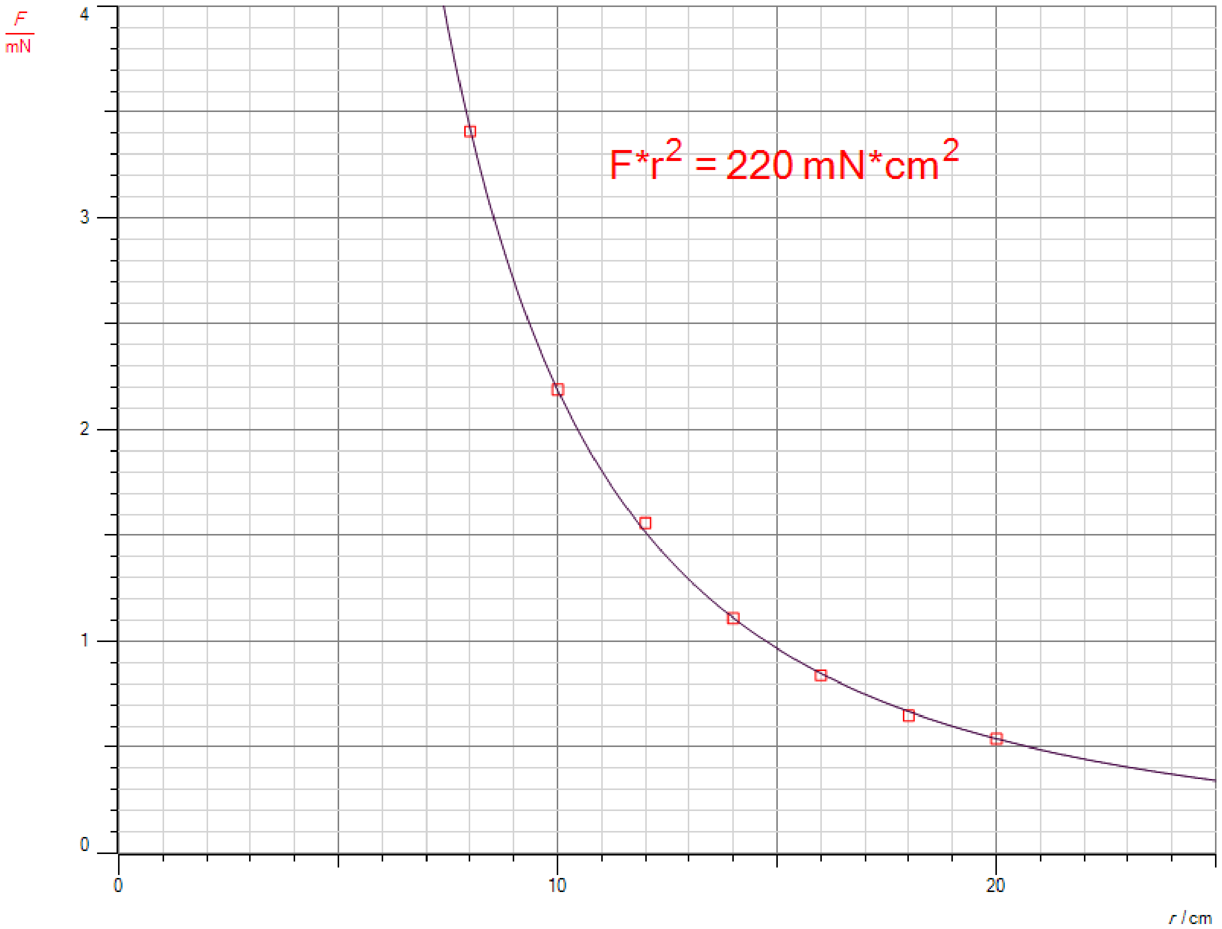

Abb.1: Auswertung der Messwerte mit cassy

$$C * V * m = J * m = N * m * m = N * m^2.$$

Auf der Suche nach der Fehlerquelle zeigte eine Überprüfung der Ladung mit einem Ladungsmessgerät, dass die berechnete Ladung zu hoch ist. Anders gesagt, die tatsächliche Kapazität der Kugel ist geringer als die theoretische. Misst man die Ladung Q für verschiedene Ladespannungen U, so erhält man folgende Messtabelle 2:

U [kV]	5	10	15	20	25
Q [nC]	10	19	29	37	47,5
C [pF]	2	1,9	1,93	1,85	1,9

Messtabelle 2

Teilt man für jedes Messpaar die Ladung Q durch die Spannung U und bildet den Mittelwert, so erhält man für die Kapazität C

$$C = 1{,}916\ pF.$$

Berechnet man mit dieser Ladung die Konstante k_1 erneut, so ergibt

$$k_1 = \frac{(1{,}916\,pF * 25\,kV)^2}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm}} = \frac{(4{,}79 * 10^{-8}C)^2}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm}} = 2{,}06 * 10^{-5}C * V * m.$$

Dieser Wert ist etwas tiefer als der gemessene Wert. Möglicherweise besitzen beide Kugeln nicht exakt die gleiche Kapazität. Man müsste sie für beide nachmessen. Den Aufwand habe ich mir erspart. Fehlerhafte Werte für die Ladungen q bzw. Q verursachen jedenfalls einen großen Fehler in k_1, da sie als Produkt in die Konstante eingehen. Die genaue Ladungsmessung ist der kritische Punkt des Versuches.

Versuch 2b: Coulombkraft und Ladung der Kugeln

Aufbau/Durchführung

Man benutzt den gleichen Versuchsaufbau wie in Versuch 2a. Die bewegliche Kugel wird mit verschiedenen Spannungen zwischen U_1 = 5 kV und U_2 = 25 kV in Schritten von ΔU = 5 kV aufgeladen, die Kugel am Kraftmesser konstant mit U = 25 kV. Die beiden Kugeln werden so aufgestellt, dass ihre Mittelpunkte einen Abstand r = 8 cm haben. Man misst jeweils die Kraft F und erstellt sich eine Tabelle mit U, Q, und F. Beachten Sie die Sicherheitshinweise zu Versuch 2a. Man wiederholt den Versuch, wobei man die bewegliche Kugel mit der festen Spannung U = 25 kV lädt und die Kugel am Kraftmesser mit den variablen Werten.

Beobachtung

Man erhält bei beiden Teilversuchen die gleiche Messtabelle 3. Darin wurde die Ladung Q bzw. q jeweils mit dem in Versuch 2a gemessenen Kapazitätswert C errechnet.

U [kV]	5	10	15	20	25
Q, q [nC]	9,6	19,2	28,7	38,3	47,9
F [mN]	0,63	1,24	1,89	2,50	3,14
F/Q [mN/nC]	0,0656	0,0645	0,0659	0,0653	0,0656

Messtabelle 3

Auswertung

Man bildet für jedes Messpaar den Quotienten aus F und Q und erhält so Zeile 4 der Tabelle. Es ergibt sich eine Konstante mit dem Mittelwert k_2

$$k_2 = 0{,}0654\frac{mN}{nC} = 65400\frac{N}{C}.$$

Die Kraft ist proportional zur Ladung der Feld erzeugenden Kugel Q. Es gilt

$$F = k_2 * Q.$$

Nach dem Coulombgesetz sollte für die Konstante gelten:

$$k_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 * r^2} = \frac{4{,}79 * 10^{-8}C}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm} * (0{,}08m)^2} = 67332\frac{V}{m}.$$

Gemessener und theoretischer Wert stimmen gut überein. Auch die Einheiten sind identisch, wie in Kapitel 2.1 gezeigt wurde.

3.4 Faradaykäfig

Versuch: Feldfreiheit im Innern eines metallischen Körpers

Aufbau/Durchführung

Man baut den Versuch gemäß Abb. 1 auf. Man lädt den Becher kurz auf und trennt ihn dann vom Trafo. Man berührt mit der Kugel am Isolierstiel die Außenhaut des Bechers und hält sie anschließend an die Kugel auf dem Elektroskop. Man entlädt das Elektroskop, in dem man es mit einer Hand kurz erdet. Dann wiederholt man den Versuch, in dem man die Innenseite des Bechers mit der isolierten Kugel berührt und sie anschließend an die Kugel auf dem Elektroskop hält. Man macht den Versuch abermals, in dem man den Becher zuvor negativ auflädt.

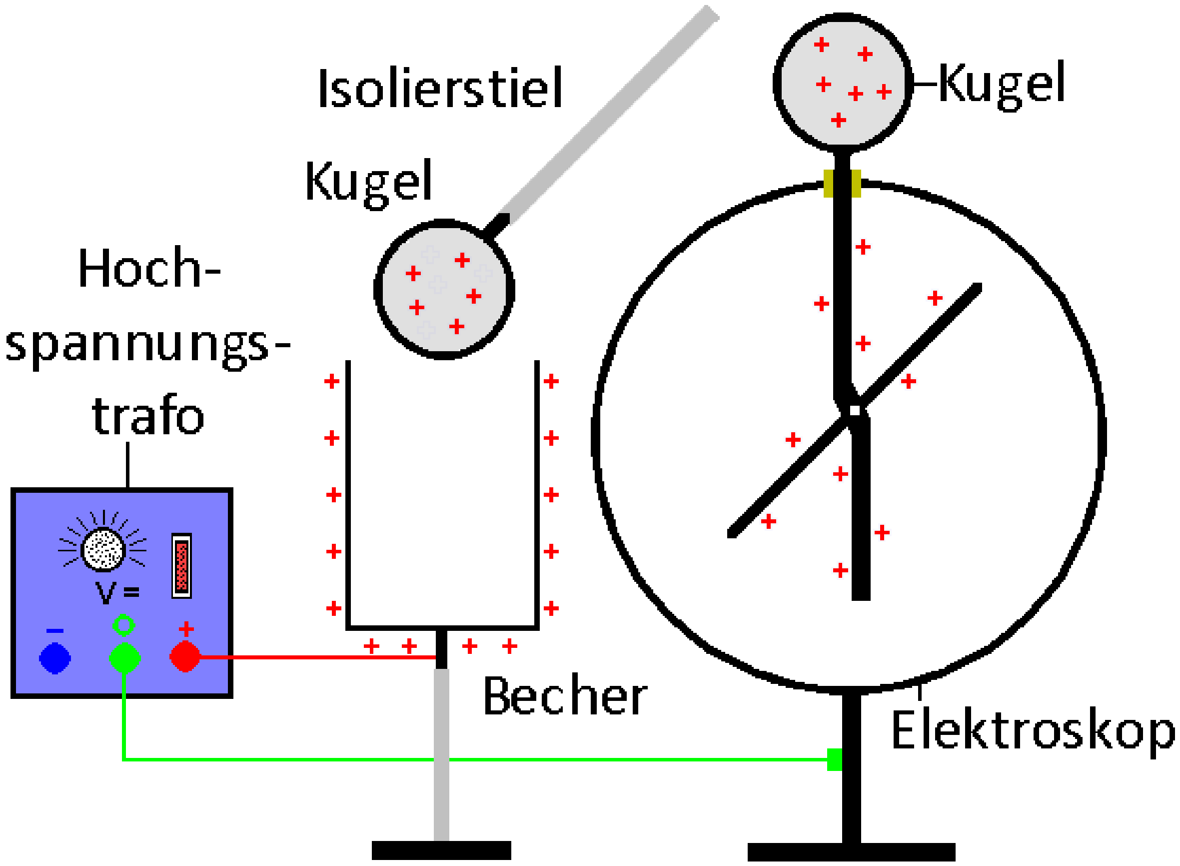

Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung

Berührt man mit der isolierten Kugel die Außenhaut, so schlägt das Elektroskop aus, wenn man die Kugel an die Kugel des Elektroskops hält, berührt man die Innenhaut, so zeigt das Elektroskop keinen Ausschlag. Mit negativer Ladung des Bechers beobachtet man das Gleiche.

Erklärung

Auf einem geladenen Becher sitzen die Elektronen nur auf der Außenhaut. Die Innenseite ist nicht geladen. Daher existiert im Becher auch kein Feld.

3.5 Kondensator

Versuch 1: qualitativer Vorversuch

Aufbau/Durchführung

Man benötigt einen verstellbaren Plattenkondensator, eine Hochspannungsquelle und ein statisches Voltmeter. Man stellt am Plattenkondensator einen Abstand der Platten d = 2 mm ein. Dann schließt man ihn an die Spannungsquelle und das Voltmeter an und lädt ihn auf U = 1,5 kV auf. Man klemmt die Spannungsquelle ab und zieht die Platten auseinander und schiebt sie wieder zusammen. Man wiederholt den Versuch bei angeschlossener Spannungsquelle mit U = 3 kV.

Beobachtung

Mit abgeklemmter Spannungsquelle steigt die Spannung beim Auseinanderziehen der Platten auf bis zu U = 10 kV, beim Zusammenschieben sinkt sie wieder auf den ursprünglichen Wert. Bleibt die Spannungsquelle angeschlossen, so ändert sich die Spannung nicht.

Erklärung

Ohne angeschlossene Spannungsquelle bleibt die Ladung auf den Platten gleich und damit nach dem grundlegenden Feldgesetz

$$\sigma = \varepsilon_0 * E.$$

die Feldstärke E. Da für E andererseits gilt

$$E = \frac{U}{d}$$

muss mit steigendem Abstand der Platten auch U steigen. Schiebt man die Platten wieder zusammen, so nimmt d ab und damit auch U. Man kann auch so argumentieren. Beim Auseinanderziehen der Platten verrichtet man an den Ladungen gegen die elektrische Feldkraft Arbeit W. Damit steigt nach der allgemeinen Definition

$$U = \frac{W}{Q}$$

auch die Spannung. Mit angeschlossener Spannungsquelle bleibt U konstant. Die Feldstärke E zwischen den Platten sinkt, wenn der Abstand d steigt. Es fließen Ladungen vom Kondensator zurück in die Spannungsquelle. Ein Kondensator speichert offensichtlich Ladung und Energie. Er kann daher vorübergehend als Spannungsquelle dienen. Das zeigt der folgende Versuch.

Versuch 2a: Kondensator als Energiequelle

Aufbau/Durchführung

Man baut den Versuch gemäß Abb. 1 mit einer roten LED auf. Zunächst benutzt man einen Kondensator mit den Daten C = 1000 µF bzw. C = 1 mF, 16V. Man lädt den Kondensator an der Spannungsquelle auf U = 2 V auf. Beim Kondensator C = 10 F kann das einige Minuten dauern. Dann legt man den Wechselschalter um und verbindet so die LED mit dem Kondensator. Wenn die LED erloschen ist, ersetzt man sie durch den Solarmotor. Man wiederholt den Versuch mit dem Kondensator mit den Daten C = 10 F, U = 2,5 V, wobei man die LED durch den Motor ersetzt, wenn sie nur noch schwach leuchtet.

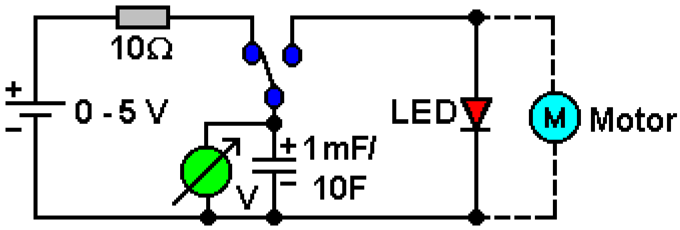

Abb.1: Schaltung

Beobachtung:
Beim Kondensator mit C = 1 mF blitzt die LED kurz auf. Dadurch sinkt die Spannung am Kondensator auf U = 1,7 V. Der Motor ruckt kurz, startet aber nicht. Die Spannung fällt schlagartig auf U = 0 V. Beim Kondensator mit C = 10 F leuchtet die LED nach ca. 20 Minuten nur noch schwach. Die Spannung sinkt auf U = 1,75 V. Der Motor startet mit großer Geschwindigkeit und wird mit der Zeit immer langsamer. Nach ca. 20 Minuten bleibt er stehen, wobei die Spannung am Kondensator auf ca. U = 0,2 V abnimmt.
Folgerung:
Die F-Angabe auf einem Kondensator ist offensichtlich ein Maß für die im Kondensator gespeicherte Ladung bzw. Energie. Sie heißt Kapazität C des Kondensators. Da der größere Kondensator eine um den Faktor

$$z = \frac{10F}{0{,}0001F} = 10000$$

höhere Kapazität hat, kann er die LED bzw. den Motor entsprechend länger mit Strom versorgen. Auch wenn die LED nicht mehr leuchtet, enthält der Kondensator mit der Kapazität C = 10 F noch sehr viel Ladung bzw. Energie, wie der laufende Motor zeigt. Die Spannung ist nur zu gering, um die LED zum Leuchten zu bringen. Eine rote LED benötigt mindestens U = 1,7 V, ein Solarmotor dagegen nur U = 0,2 V- 0,3 V. Die Aussage der Kondensator ist leer, ist relativ. Es kommt auf den Verbraucher an, der betrieben werden soll. Gleiches gilt übrigens auch für Batterien. Was die Kapazität eines Kondensators genau angibt, soll der folgende Versuch zeigen.

<u>Versuch 2b: Kondensator als Energiequelle</u>
Aufbau/Durchführung
Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 1 auf. Nehmen Sie in cassy mobile im Startmenü folgende Einstellungen vor: Messzeit: 5 s, Intervall: 10 ms, Trigger: U_A, 0,2 V Δ, t_0 = 0. Wählen Sie im Spannungsmenü U_A folgende Optionen: Bereich 0…30 V, Erfassung: Momentanwerte, Nullpunkt: links und im Strommenü I_B: Bereich: 0…0,1 A, Erfassung: Momentanwerte, Nullpunkt: links. Aktivieren Sie die Leistungsmessung P und die Energiemessung E. Laden Sie den Kondensator über die Spannungsquelle auf U_1 = 3 V auf. Starten Sie cassy mobile. Legen Sie den Wechselschalter um. Die Energiemessung stoppt nach der Messzeit t = 5 s automatisch. Wiederholen Sie die Messung dreimal und errechnen Sie den Mittelwert der Energie. Erstellen Sie aus der Energie E und der Ladespannung U eine Tabelle. Erhöhen Sie die Ladespannung in Schritten von ΔU = 3 V bis auf U_2 = 15 V und führen Sie den Versuch für jede Spannung erneut durch.

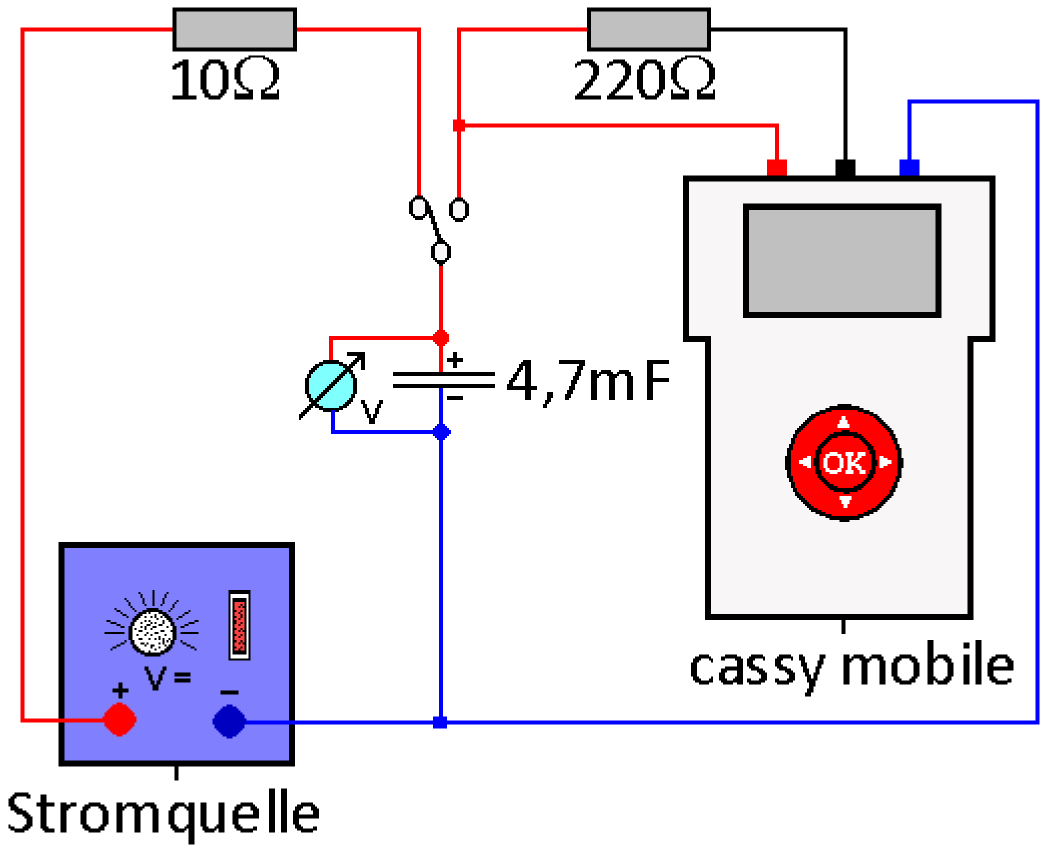

Abb.1: Versuchsaufbau

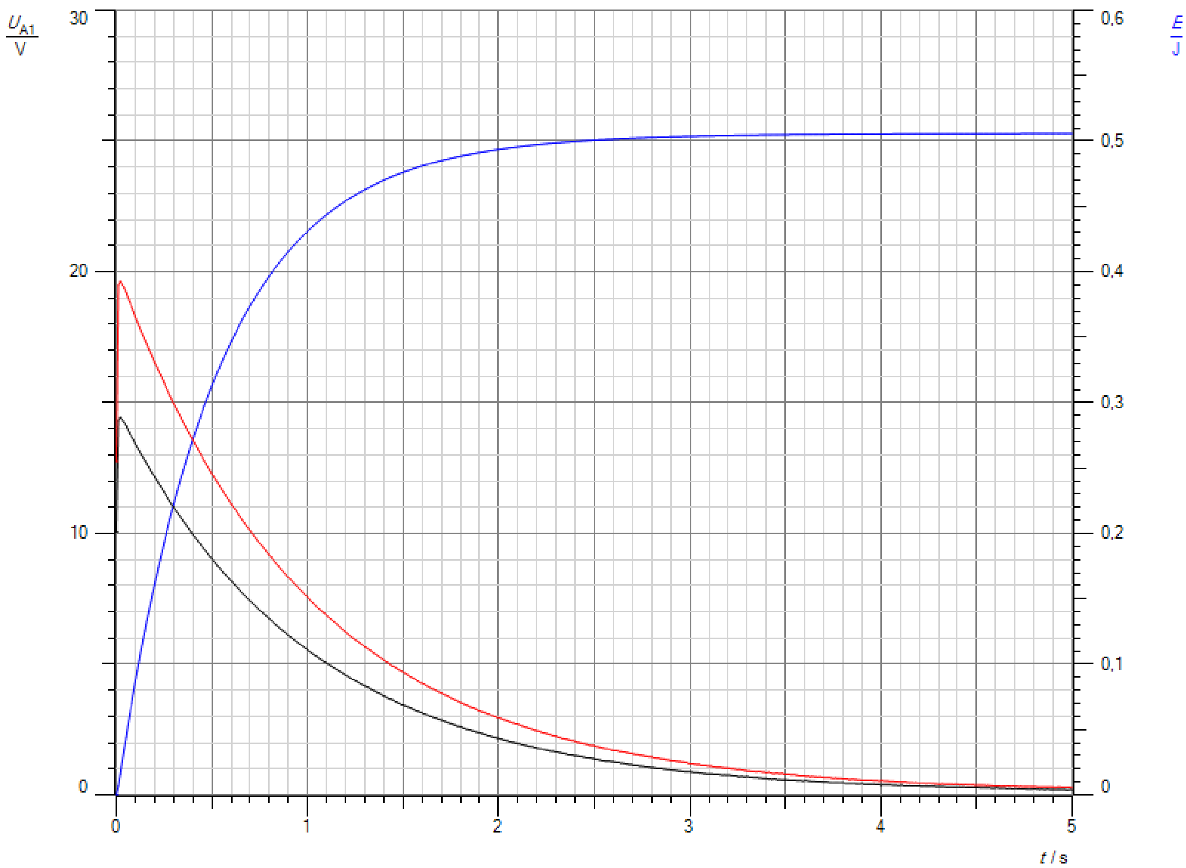

Abb.2: Messkurve

Beobachtung
Man erhält z.B. bei einer Ladespannung U = 15 V die Messkurve in Abb. 2. Aus der Ladespannung U und den Energiewerten E ergibt sich folgende Messtabelle.

U[V]	E[mJ]	E/U² [mJ/V²]
3	20,1	2,23
6	79,7	2,21
9	180,9	2,23
12	322,3	2,24
15	505,7	2,25
Mittelwert:	**2,25 mJ/V²**	

Messtabelle 1

Auswertung
Man bildet für jedes Messpaar den Quotienten aus der Energie E und dem Quadrat der Spannung. Man erhält die Spalte 3 in der Messtabelle. Da sich eine Konstante ergibt, ist die Energie des Kondensators proportional zum Quadrat der Ladespannung U. Es ist somit:

$$E = m * U^2$$

mit m als Proportionalitätsfaktor. Der Vergleich mit den Kondensatorgesetzen (s. Kapitel 2.2.4)

$$E = \frac{1}{2} * C * U^2$$

liefert für die Kapazität C:

$$C = 2 * m = 2 * 2{,}23 \frac{mJ}{V^2} = 4{,}46\, mF.$$

Der Kondensator trägt die Aufschrift: 4700 µF. Das entspricht 4,7 mF. Der im Versuch ermittelte Wert ist etwas tiefer. Da bei Kondensatoren die Nennwerte um bis zu 50% vom Istwert abweichen können, überprüft man den genauen Wert mit einem Kapazitätsmessgerät. Weil diese Geräte meist nur Werte bis C = 220 µF erfassen können, schaltet man den Kondensator mit einem zweiten Kondensator C_2 = 100 µF in Reihe und bestimmt ihre Gesamtkapazität und die Kapazität C_2 des zweiten Kondensators. Man erhält z.B. folgende Messwerte:

$$C_2 = 91{,}4\, \mu F;\; C_{ges} = 89{,}5\, \mu F.$$

Mit den Gesetzen über die Reihenschaltung von Kondensatoren (s. Kapitel 2.2.4) erhält man für die Kapazität des Messkondensators C_1:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{ges}} - \frac{1}{C_2} = \frac{1}{89{,}5\mu F} - \frac{1}{91{,}4\mu F} = \frac{2{,}32 * 10^{-4}}{1\, \mu F}$$

und damit für C_1

$$C_1 = \frac{1\,\mu F}{2{,}32 * 10^{-4}} = 4305\,\mu F = 4{,}31\,mF.$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem Ergebnis aus der Energiemessung überein.

Versuch 3: Laden und Entladen eines Kondensators
Aufbau/Durchführung
Bauen Sie die Schaltung gemäß der Abb. 2 auf. Stellen Sie die Spannungsquelle auf U = 3 V ein. Nehmen Sie in cassy mobile im Startmenü folgende Einstellungen vor: Messzeit: 5 s, Intervall: 10ms, Trigger: aus. Wählen Sie im Spannungsmenü U_A folgende Optionen: Bereich 0…3 V, Erfassung: Momentanwerte, Nullpunkt: links und im Strommenü I_B: Bereich: -0,03…0,03 A, Erfassung: Momentanwerte, Nullpunkt: mittig. Bringen Sie den Schalter zunächst in Stellung 1 und starten Sie cassy. Legen Sie sofort nach dem Start den Schalter auf Position 2 um. Wenn die Spannung ihren konstanten Endwert erreicht hat, schalten Sie den Wechselschalter wieder zurück in Position 1. Die Messung stoppt automatisch nach t = 5 s.
Beobachtung
Man erhält die Messkurven in Abb. 3.

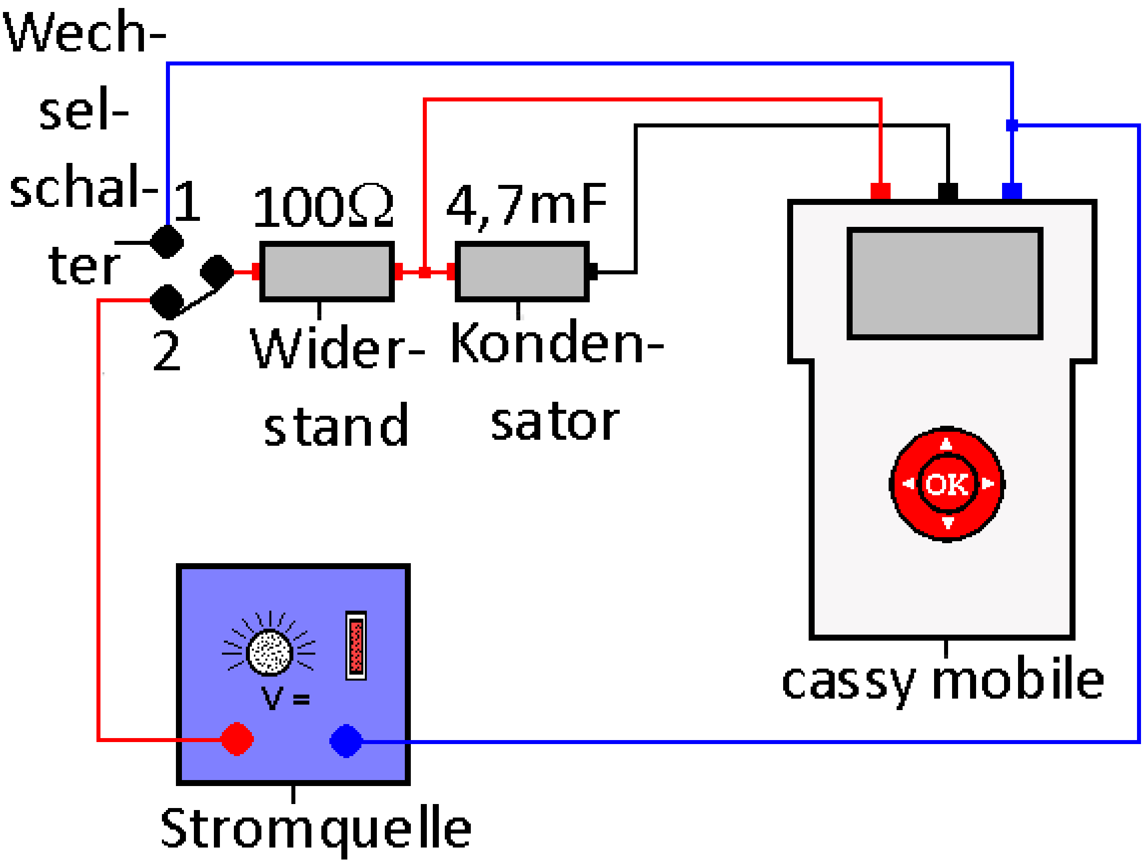

Abb.2: Versuchsaufbau

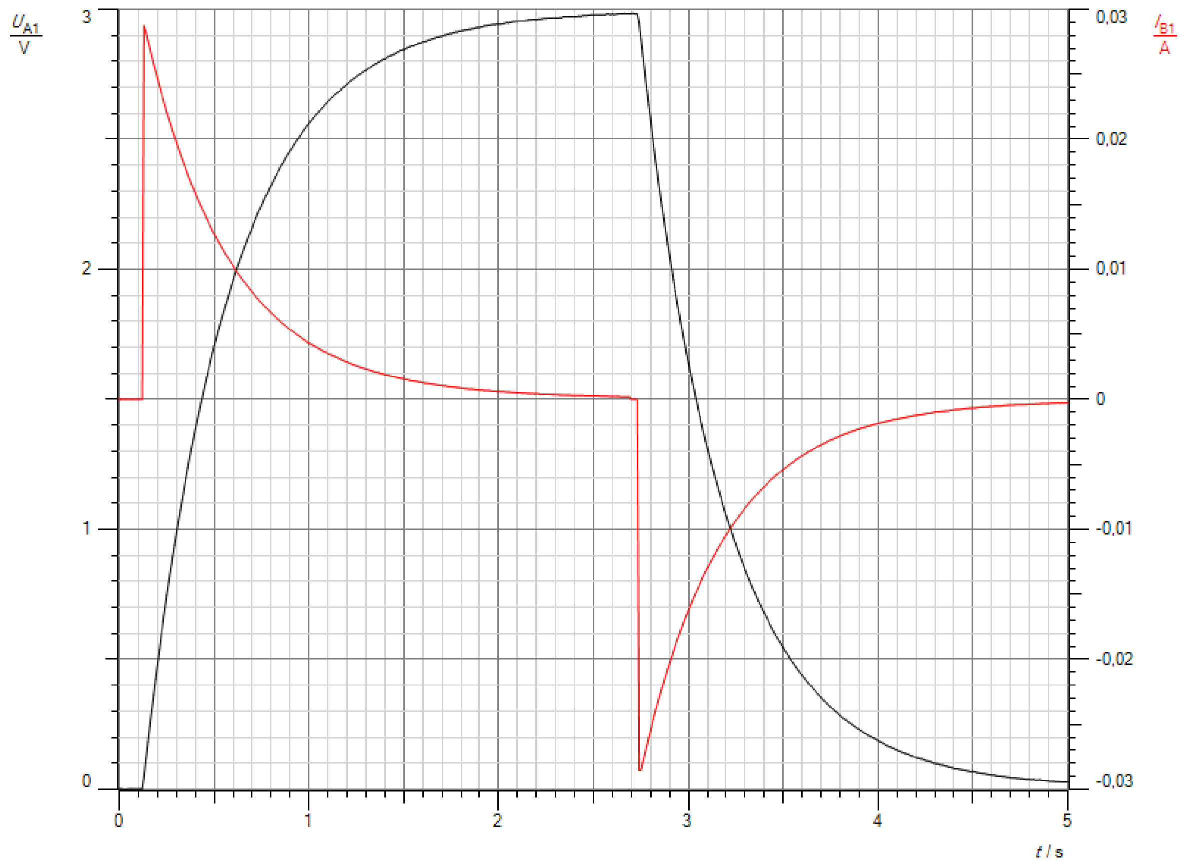

Abb. 3: Lade und Entladekurve eines Kondensators

Auswertung

Beim Laden des Kondensators fließt zu Beginn ein hoher Strom, da der Kondensator noch keine Ladung trägt. Folglich ist die Spannung an ihm gering. Je voller er wird, umso mehr steigt die Spannung an. Gleichzeitig nimmt die Spannungsdifferenz zwischen der von außen angelegten Spannung und der Kondensatorspannung ab. Der Antrieb des Ladestromes wird kleiner, die Stromstärke sinkt. Beim Entladen treibt zu Beginn die hohe Kondensatorspannung einen hohen Entladestrom durch den Widerstand. Je mehr Ladung der Kondensator verliert, umso kleiner werden die an ihm liegende Spannung und damit der Antrieb für den Entladestrom. Er sinkt. Man erhält für den Entladevorgang folgende Tabelle:

t[s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
U[V]	2,98	1,92	1,23	0,79	0,51	0,33	0,22
λ[1/s]		2,198	2,212	2,212	2,207	2,201	2,172

Messtabelle 1: Entladung des Kondensators

Für den Entladevorgang eines Kondensators gilt mit U als momentaner Spannung, U_0 als Spannung zum Zeitpunkt 0, λ als Entladekonstante und t als Zeit folgende Gesetzmäßigkeit (s. Kapitel 2.2.4):

$$U = U_0 * e^{-\lambda * t}.$$

Löst man diese Gleichung nach λ auf, so erhält man

$$\lambda = -\frac{ln(U/U_0)}{t}.$$

Berechnet man die Entladekonstante für die Spannungen zu verschiedenen Zeiten, so ergibt sich Zeile 3 in Messtabelle 1. Da der Wert für λ nahezu konstant ist, sinkt die Spannung beim Entladen des Kondensators mit einer e-Funktion. Für den Entladewiderstand gilt:

$$R = \frac{U_0}{I_0} = \frac{3V}{0{,}0287A} = 104{,}5\Omega.$$

Die Entladekonstante ist umso kleiner, je größer der Entladewiderstand und je größer die Kapazität des Kondensators ist. Es gilt:

$$\lambda = \frac{1}{R * C}.$$

Löst man diese Gleichung nach C auf, so folgt:

$$C = \frac{1}{R * \lambda} = \frac{1}{104{,}5\Omega * 0{,}346 * 1/s} = 4{,}35\ mF.$$

Der Wert stimmt sehr gut mit dem Ergebnis aus Versuch 2b überein.

<u>Versuch 4: Definition der Kapazität</u>

Aufbau/Durchführung

Man benötigt einen Plattenkondensator, eine regelbare Gleichspannungsquelle mit U = 15 V und ein Ladungsmessgerät. Man stellt am Plattenkondensator einen Plattenabstand d = 1 mm ein. Man verbindet die nichtisolierte Platte des Kondensators und den negativen Eingang des Ladungsmessgerätes mit dem Minuspol des Trafos. Man lädt die isolierte Platte mit U_1 = 2 V auf, in dem man sie kurz an den Pluspol der Spannungsquelle anschließt. Man klemmt den Pluspol der Spannungsquelle wieder ab und verbindet mit einem abgeschirmten Kabel die isolierte Platte des Kondensators mit dem positiven Eingang des Coulombmeters. Man erstellt aus der Ladespannung U und der gemessenen Ladung Q eine Messtabelle. Man wiederholt den Versuch in Schritten von ΔU = 2 V bis U_2 = 14 V. Hat man ein Kapazitätsmess-gerät zur Verfügung, überprüft man damit die Kapazität des Kondensators. Der Kondensator darf bei diesem Messvorgang auf keinen Fall geladen sein, da das Messgerät seine eigene Spannungsquelle besitzt. Man bestimmt ferner den Radius der Platten.

Beobachtung

Man erhält Messtabelle 1. Mit dem Kapazitätsmessgerät misst man eine Kapazität C = 0,46 nF. Der Durchmesser der Platten beträgt r = 0,13 m.

Auswertung

Man errechnet für jedes Messpaar den Quotienten aus Q und U und erhält so die Spalte 3 der Tabelle. Es ergibt sich eine Konstante C = 0,474 nC/V. Sie gibt an, wie viel Ladung in C der Kondensator pro Spannungseinheit U = 1 V speichern kann. Der Quotient aus Q und U wird als Kapazität C des Kondensators bezeichnet. Allgemein gilt:

U[V]	Q[nC]	Q/U [nC/V]
2	0,95	0,48
4	1,9	0,48
6	2,8	0,47
8	3,8	0,48
10	4,7	0,47
12	5,7	0,48
14	6,5	0,46
Mittelwert: 0,474 nC/V		

Messtabelle 1

$$C = \frac{Q}{U}.$$

Ihre Einheit ist

$$[C] = \frac{1C}{1V} = 1F.$$

Sie wird zu Ehren von Michael Faraday als 1 Farad = 1 F bezeichnet. Besitzt ein Kondensator eine Kapazität von einem 1 F, so speichert er pro U = 1 V eine Ladung Q = 1 C. Wie in Kapitel 2.2.4 gezeigt wurde, gilt für die Kapazität eines Plattenkondensators die Formel

$$C = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * \frac{A}{d}.$$

Setzt man die geometrischen Daten ein, so erhält man:

$$C = 1 * 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{V * m} * \frac{\pi * (0{,}13m)^2}{0{,}001m}$$
$$= 4{,}7 * 10^{-10} \frac{C}{V}$$
$$= 0{,}47\ nF.$$

Theoretischer und gemessener Wert stimmen sehr gut überein. Mit dem Kapazitätsmessgerät bestätigt sich der Wert. Wie man der obigen Formel entnehmen kann, ist die Kapazität eines Kondensators umso größer, je kleiner der Plattenabstand und je größer die Plattenfläche ist. Diese Aussagen sollen im folgenden Versuch überprüft werden.

Versuch 5a: Kapazität und Plattenabstand

Aufbau/Durchführung

Man stellt am Plattenkondensator einen Plattenabstand d_1 = 1 mm ein. Dann schließt man das Kapazitätsmessgerät an. Man erhöht den Abstand in Schritten von Δd = 1 mm bis auf d_2 = 10 mm und misst jeweils die Kapazität. Man trägt die Messwerte in eine Tabelle in.

Beobachtung

Man erhält Messtabelle 1.

d[mm]	C[pF]	C*d [pF*mm]
1	470	470
2	232	464
3	159	477
4	124	496
5	102	510
6	88	528
7	77	539
8	69	552
9	61	549
10	55	550
Mittelwert: 513,5 pF*mm		

Messtabelle 1

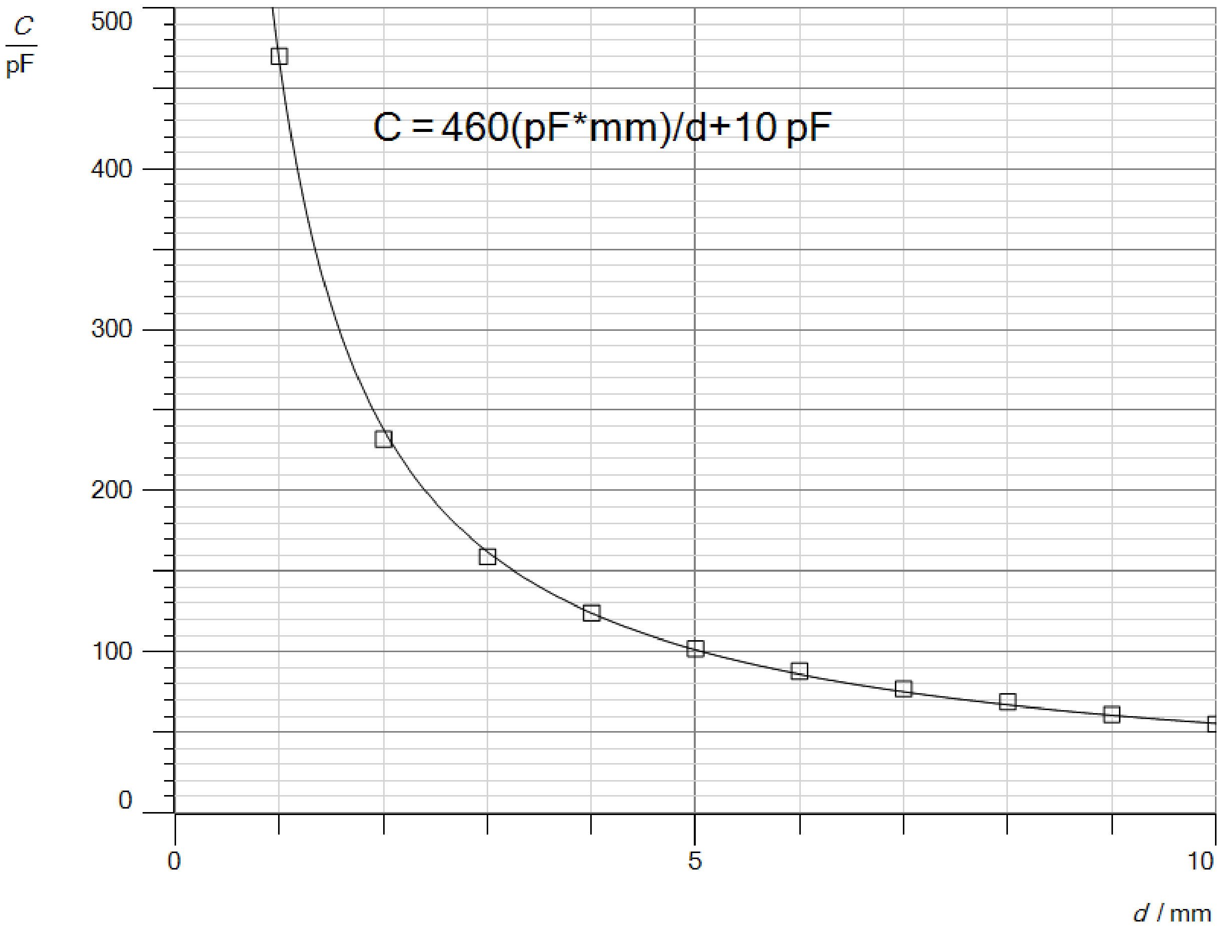

Abb.1: Auswertung mit cassy

Auswertung

Man ermittelt für alle Messpaare das Produkt aus der Kapazität C und dem Plattenabstand und erhält Spalte 3 der Tabelle. Da das Produkt leicht ansteigt, wertet man die Messwerte zusätzlich mit Excel oder cassy aus und erhält die Kurve in Abb. 3. Man erkennt, dass die Messwerte sehr gut auf einer 1/d- Kurve liegen aber um einen konstanten Faktor von C = 10 pF zu hoch sind. Er entspricht der Kapazität der Kabel, wie eine Kontrollmessung nur mit Kabeln ohne Kondensator zeigt. Damit ist C antiproportional zum Plattenabstand d. Es gilt:

$$C = m * \frac{1}{d}$$

Nach dem Kapazitätsgesetz aus Kapitel 2.2.4 gilt für den theoretischen Wert der Proportionalitätskonstanten m

$$m = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * A$$
$$= 1 * 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{V * m} * 3{,}14 * (0{,}13m)^2$$
$$= 469\, pF * mm$$

Theoretischer und mit cassy ermittelter Wert stimmen gut überein.

<u>Versuch 5b: Kapazität und Dielektrizitätskonstante</u>

Aufbau/Durchführung

Man klemmt zwischen die Platten des Plattenkondensators eine PE-Platte. Man misst mit dem Kapazitätsmessgerät die Kapazität der Anordnung. Dann entfernt man die PE-Platte, ohne den Plattenabstand zu ändern. Man bestimmt die Kapazität erneut.

Beobachtung

Mit PE-Platte erhält man

$$C_{PE} = 391\, pF$$

ohne Platte

$$c_{Luft} = 159\, pF.$$

Damit ergibt sich für die PE-Platte eine Dieletrizitätszahl

$$\varepsilon_r = \frac{C_{PE}}{C_{Luft}} = \frac{391\, pF}{159\, pF} = 2{,}46.$$

In der Literatur wird sie mit ε_r = 2,3 – 2,5 angegeben.

<u>Versuch 5c: Kapazität und Plattenfläche</u>

Aufbau/Durchführung

Man benötigt Plattenpaare mit verschiedenen Durchmessern. Man befestigt die Platten eines Paares an einem Stativ und klemmt zwischen die Platten eine PE-Platte fest ein. Die PE-Platte sorgt für den gleichen Abstand der Platten für die verschiedenen Paare. Man misst mit einem Kapazitätsmessgerät die Kapazität des Plattenpaares. Man wiederholt den Vorgang mit den anderen Plattenpaaren bzw. mit dem Plattenkondensator aus Versuch 4a. Zusätzlich bestimmt man den Radius r der Platten mit einem Lineal und die Dicke d der PE-Platte mit einer Schiebelehre.

Beobachtung

Man erhält Messtabelle 2. Die Dicke der PE-Platte beträgt d = 3 mm.

r[cm]	A[cm²]	C[pF]	C/A [pF/cm²]
13	530	390	0,74
8,9	249	190	0,76
6,2	121	90	0,74
Mittelwert: 0,747 pF/cm²			

Messtabelle 2

Auswertung

Man bildet für jedes Messpaar den Quotienten aus C und A und erhält Spalte 3 in Messtabelle 2. Da sich eine Konstante ergibt, gilt mit m als Proportionalitätskonstanten

$$C = m * A$$

Mit dem Gesetz für den Plattenkondensator erhält man für m

$$m = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * \frac{1}{d}$$

$$= 2{,}46 * 8{,}85 * 10^{-12} \frac{C}{V * m} * \frac{1}{0{,}003m}$$

$$= 7{,}26 * 10^{-9} \frac{C}{V * m^2}$$

$$= 7{,}26 * 10^{-13} \frac{F}{cm^2}$$

$$= 0{,}726 \frac{pF}{cm^2}.$$

Theoretischer und gemessener Wert stimmen gut überein.

<u>Versuch 6: Reihen- und Parallelschaltung von Kondensatoren</u>

Aufbau/Durchführung

Man benötigt Kondensatoren verschiedener Kapazität und ein Kapazitätsmessgerät. Man misst zunächst die Kapazität der einzelnen Kondensatoren. Dann schaltet man sie zum einen parallel und zum zweiten in Reihe. Man bestimmt die Kapazität beider Anordnungen.

Beobachtung

Man erhält z.B. folgende Ergebnisse.

$$C_1 = 1{,}24\ \mu F$$

$$C_2 = 2{,}21\ \mu F$$

$C_3 = 4{,}42\ \mu F$

$C_p = 7{,}88\ \mu F$

$C_R = 0{,}67\ \mu F.$

Erklärung
Bei Parallelschaltung gilt nach Kapitel 2.2.4

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3$$
$$= 1{,}24\ \mu F + 2{,}21\ \mu F + 4{,}42\ \mu F$$
$$= 7{,}87\ \mu F$$

Gemessener und berechneter Wert stimmen sehr gut überein. Bei Reihenschaltung gilt:

$$\frac{1}{C_R} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$
$$= \frac{1}{1{,}24\ \mu F} + \frac{1}{2{,}21\ \mu F} + \frac{1}{4{,}42\ \mu F}$$
$$= \frac{1{,}485}{1\ \mu F}$$

und damit

$$C_R = \frac{1\ \mu F}{1{,}485} = 0{,}673\ \mu F.$$

Auch in diesem Fall stimmen berechneter und gemessener Wert sehr gut überein.

3.6 Widerstand

<u>Versuch 1: Definition des Widerstandes</u>

Aufbau/Durchführung
Man benötigt eine Gleichspannungsquelle, einen Widerstand mit R = 100 Ω und cassy mobile. Man baut den Versuch nach Abb.1 auf. In cassy mobile wählt man im Startmenü die Option Aufnahme: manuell und im Spannungsmenü U_A die Einstellungen: Nullpunkt: links, Bereich 0…10 V, Erfassung: gemittelte Werte (DC) Man aktiviert die Strommessung und die Leistungsmessung. Man wählt im Strommenü I_B die Optionen: Nullpunkt: links, Bereich 0,1 A Erfassung: gemittelte Werte (DC) und im Leistungsmenü P im Untermenü Bereich: 1W. Man speichert den 1. Messwert, in dem man die OK-Taste drückt. Man erhöht die Spannung in Schritten von ca. ΔU = 0,5 V von U_1 = 0 V auf U_2 = 10 V. Nach jedem Schritt speichert man die Messwerte.

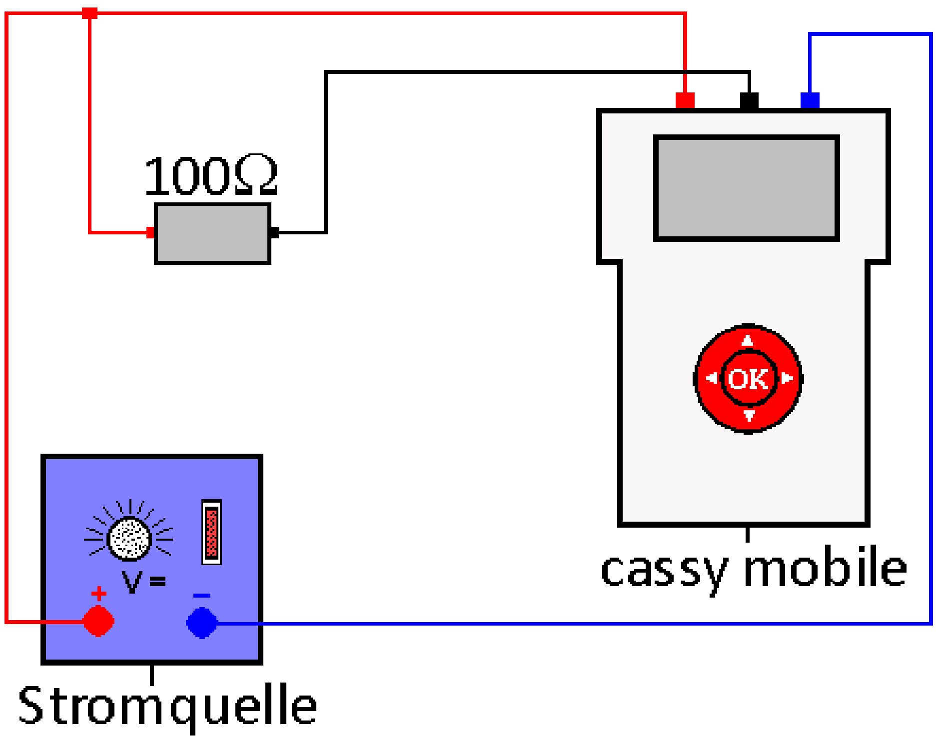

Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung
Man erhält z.B. die Messkurve in Abb.2.
Auswertung
Die Spannung U und die Stromstärke I sind proportional zueinander. Ihre Abhängigkeit lässt sich durch eine Geradengleichung beschreiben mit dem Widerstand R als Steigung. Die gesuchte Gesetzmäßigkeit zwischen U, R und I lautet:

$$U = R * I.$$

Die Geradenauswertung liefert für R (s. Abb.3):

$$R = 102{,}6\frac{V}{A} = 102{,}6\Omega.$$

Der eingesetzte Messwiderstand trägt die Aufschrift 100 Ω. Gemessener und angegebener Wert stimmt sehr gut überein.
Die Leistung P ist definiert als Produkt aus U und I. In Kapitel 2.2.3 wurde gezeigt, dass sie parabelförmig mit der Stromstärke zunimmt. Es gilt:

$$P = U * I = R * I * I = R * I^2.$$

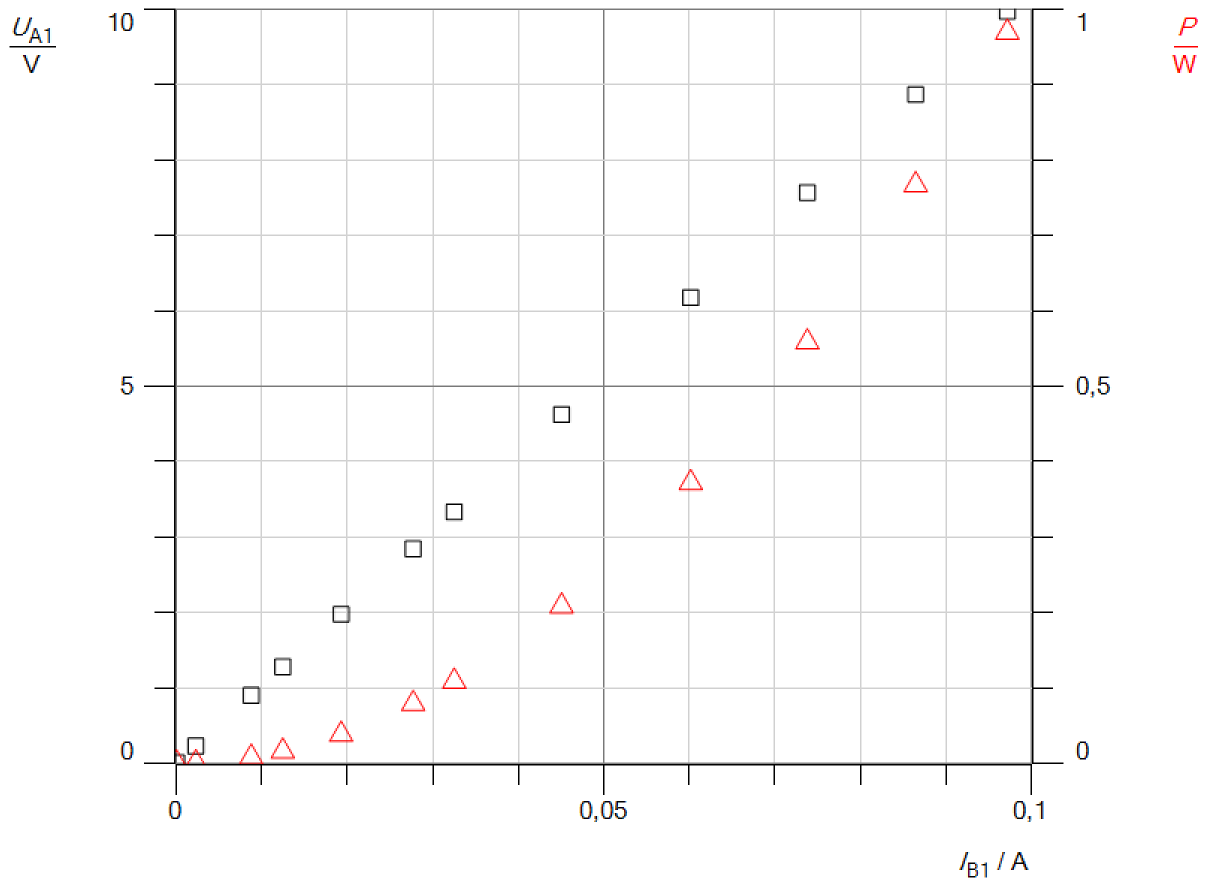

Abb.2: Spannung U und Leistung P in Abhängigkeit von der Stromstärke I

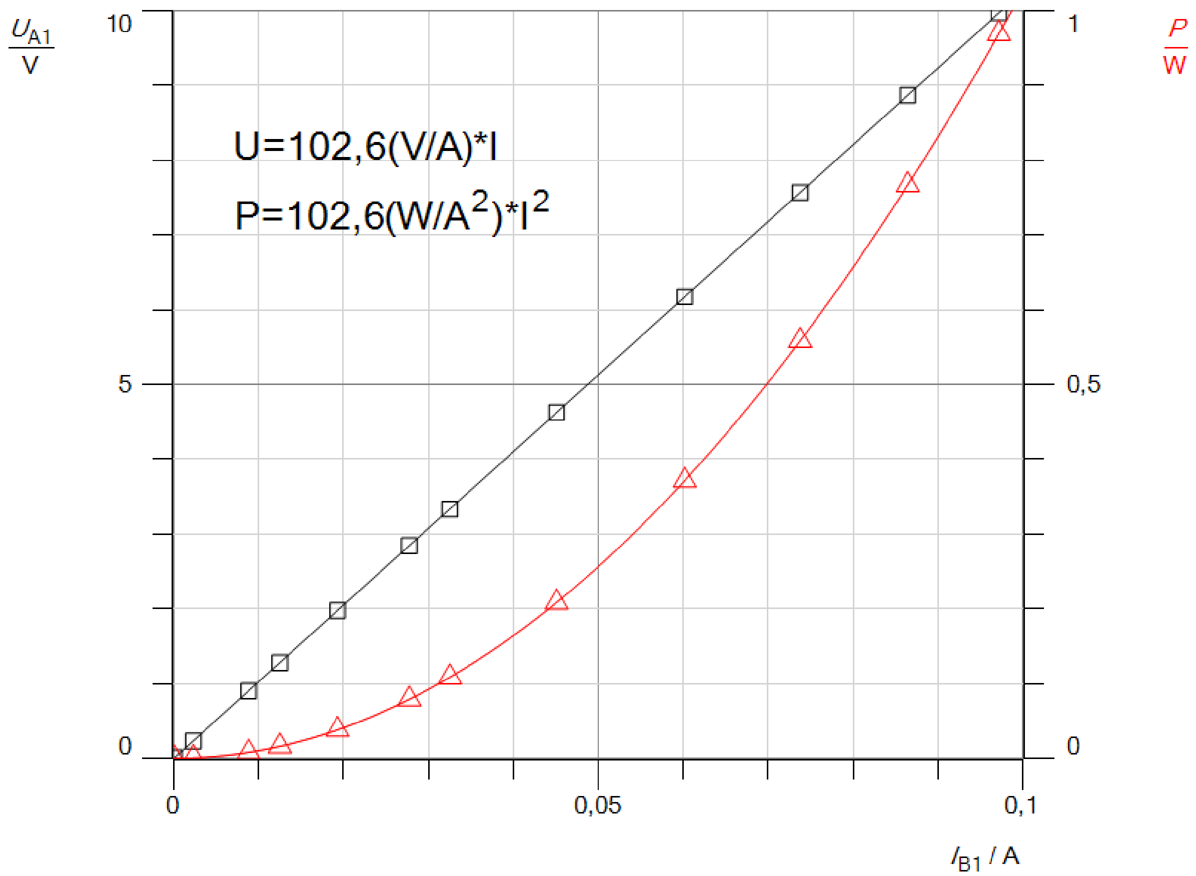

Abb.3 : Auswertung

Entsprechend gilt für die Leistung in Abhängigkeit von der Spannung U

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Die grafische Auswertung des P/I-Diagrammes liefert für die Steigung R der Parabel

$$R = 102{,}6\frac{W}{A^2} = 102{,}6\Omega.$$

Sie stimmt exakt mit dem aus dem U/I-Diagramm erhaltenen Wert für den Widerstand überein.

Versuch 2: Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Aufbau/Durchführung

Man benötigt verschiedene Widerstände und ein Ohmmeter. Man misst zunächst den Wert der einzelnen Widerstände. Dann schaltet man sie zum einen parallel und zum zweiten in Reihe. Man bestimmt den Widerstand beider Anordnungen.

Beobachtung

Man erhält z.B. folgende Ergebnisse.

$$R_1 = 1\ k\Omega$$

$$R_2 = 2{,}2\ k\Omega$$

$$R = 4{,}7\ k\Omega$$

$$R_p = 0{,}6\ k\Omega$$

$$R_R = 7{,}91\ k\Omega.$$

Erklärung

Bei Reihenschaltung gilt nach Kapitel 2.2.3

$$\begin{aligned} R_R &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 1\ k\Omega + 2{,}2\ k\Omega + 4{,}7\ k\Omega \\ &= 7{,}9\ k\Omega. \end{aligned}$$

Gemessener und berechneter Wert stimmen sehr gut überein. Bei Parallelschaltung gilt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_p} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ &= \frac{1}{1\ k\Omega} + \frac{1}{2{,}2\ k\Omega} + \frac{1}{4{,}7\ k\Omega} \end{aligned}$$

$$= \frac{1{,}667}{1\ k\Omega}$$

und damit

$$R_p = \frac{1\ k\Omega}{1{,}667} = 0{,}6\ k\Omega.$$

Auch in diesem Fall stimmen berechneter und gemessener Wert exakt überein.

3.7 Stromkreis

Versuch 1: Spannung der Steckdose

Aufbau/Durchführung

Man benötigt einen Tauchsieder mit P = 300 W, ein Becherglas mit V = 1 l Inhalt, ein elektrisches Thermometer, ein Amperemeter, eine Stoppuhr, einen Messbecher und eine Sicherheitssteckdose mit eigenen Buchsen zum Messen des Stromes. Man baut den Versuch nach Abb. 1 auf, ohne den Tauchsieder mit der Steckdose zu verbinden. Man füllt in das Becherglas V = 500 ml Wasser und misst die Temperatur T_A des Wassers. Man steckt den Tauchsieder in die Steckdose und startet die Uhr. Man erwärmt das Wasser t = 60 s lang. Dabei liest man die Stromstärke I ab. Dann zieht man den Stecker, rührt mit dem Tauchsieder kurz um und misst die Temperatur T_E. Man überprüft mit einem Voltmeter die Spannung der Steckdose.

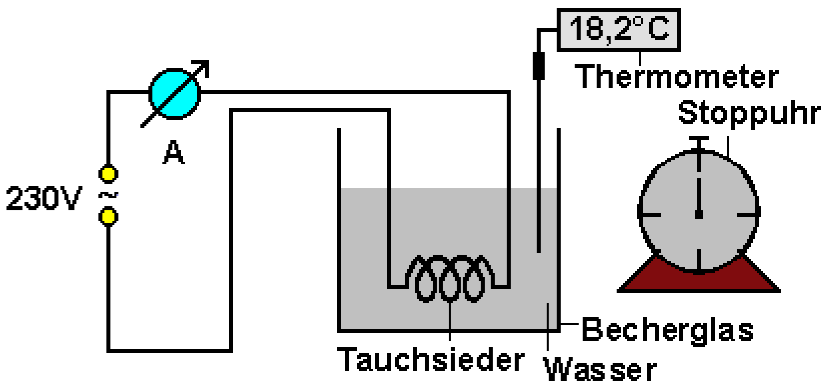

Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung

Man erhält z.B. folgende Messwerte.

$$t = 60\ s$$

$$T_A = 18{,}2\ °C$$

$$T_E = 26{,}4\ °C$$

$$m = 500\ g$$

$$I = 1{,}3\ A$$

$$U = 230\ V.$$

Auswertung
Für die geflossene Ladung gilt:

$$Q = I * t = 1{,}3\ A * 60s = 78\ C.$$

Das Wasser hat die Energie

$$W = c * m * \Delta T = 4{,}18 \frac{J}{g * °C} * 500\ g * (26{,}4\ °C - 18{,}2\ °C) = 17138\ J$$

aufgenommen. Damit erhält man für die Spannung der Steckdose

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{17138\ J}{78\ C} = 219{,}7 \frac{J}{C} = 219{,}7V.$$

Überprüft man die Spannung mit einem Voltmeter, so misst man U = 230 V. Beim obigen Versuch treten kleine Wärmeverluste an die Umgebung auf, die in der Energiebilanz nicht erfasst werden. Außerdem erwärmt sich das Becherglas. Für die Leistung des Tauchsieders ergibt sich aus den Messdaten

$$P = U * I = 230V * 1{,}3A = 299W.$$

Dieses Ergebnis stimmt sehr gut mit der Angabe auf dem Tauchsieder überein. Hat man keinen Tauchsieder zur Verfügung, kann man den Versuch auch mit einem Wasserkocher durchführen, der einen Tauchsieder enthält.

Versuch 2: linearer Potentialverlauf
Aufbau/Durchführung
Man benötigt eine Gleichspannungsquelle, ein Drahtpotentiometer in Dreh- oder Schiebeausführung mit R = 100 Ω und cassy mobile. Man baut den Versuch nach Abb. 1 auf. In cassy mobile wählt man im Startmenü die Option Aufnahme: manuell und im Spannungsmenü U_A die Einstellungen: Nullpunkt: links, Bereich 0…10 V, Erfassung: gemittelte Werte (DC). Man aktiviert die Strommessung und wählt im Strommenü I_B die Optionen: Nullpunkt: links, Bereich 0,1 A Erfassung: gemittelte Werte (DC). Man stellt an der Gleichspannungsquelle eine Spannung U = 5 V ein. Das Potentiometer bringt man auf maximale Position. Man erfasst den 1. Messwert durch Drücken der O.K.-Taste. Man dreht bzw. schiebt das Potentiometer in zehn gleichen Schritten auf null zurück. Nach jedem Schritt speichert man den Messwert. Man ermittelt die Länge l des Drahtes, in dem man die Windungen n und die Länge l_1 einer Windung bestimmt.

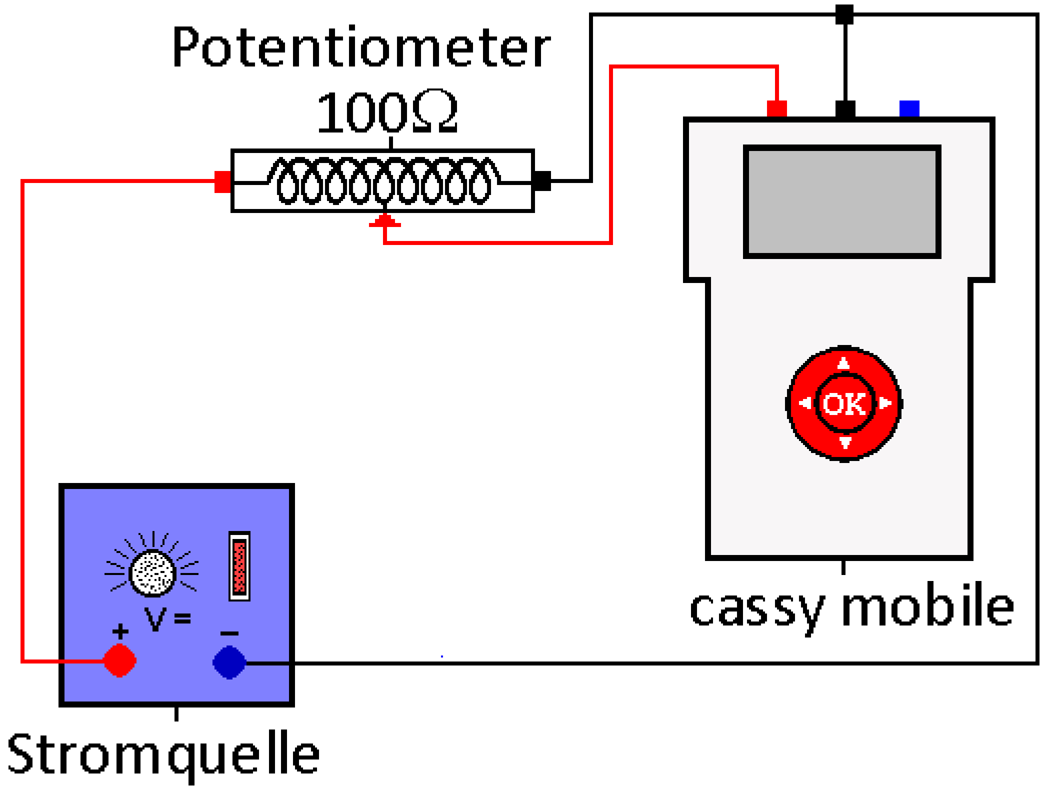

Abb.1: Versuchsaufbau

Beobachtung

Man erhält die Messkurve in Abb. 2. Der Draht besteht aus n = 80 Windungen zu je l_1 = 6 cm.

Auswertung

Der Draht ist insgesamt

$$l = 80 * 6\ cm = 480\ cm$$

lang. Je Schritt verlängert sich der abgegriffene Draht um

$$\Delta l = \frac{480\ cm}{10} = 48\ cm = 0{,}48\ m$$

Man lädt die Messwerte in die Software cassy lab 2 ein. Man definiert mit der Formel

$$x = (n - 1) * 0{,}48\ m$$

eine neue Variable Länge x in der Einheit m. In der Formel ist n die Nummer des Messwertes. Man erstellt das Diagramm U(x) und erhält Abb.3. Die Spannung U(x) und mit ihr das Potential φ(x) sinken linear entlang des Drahtes, wie in Kapitel 2.1.4 diskutiert.

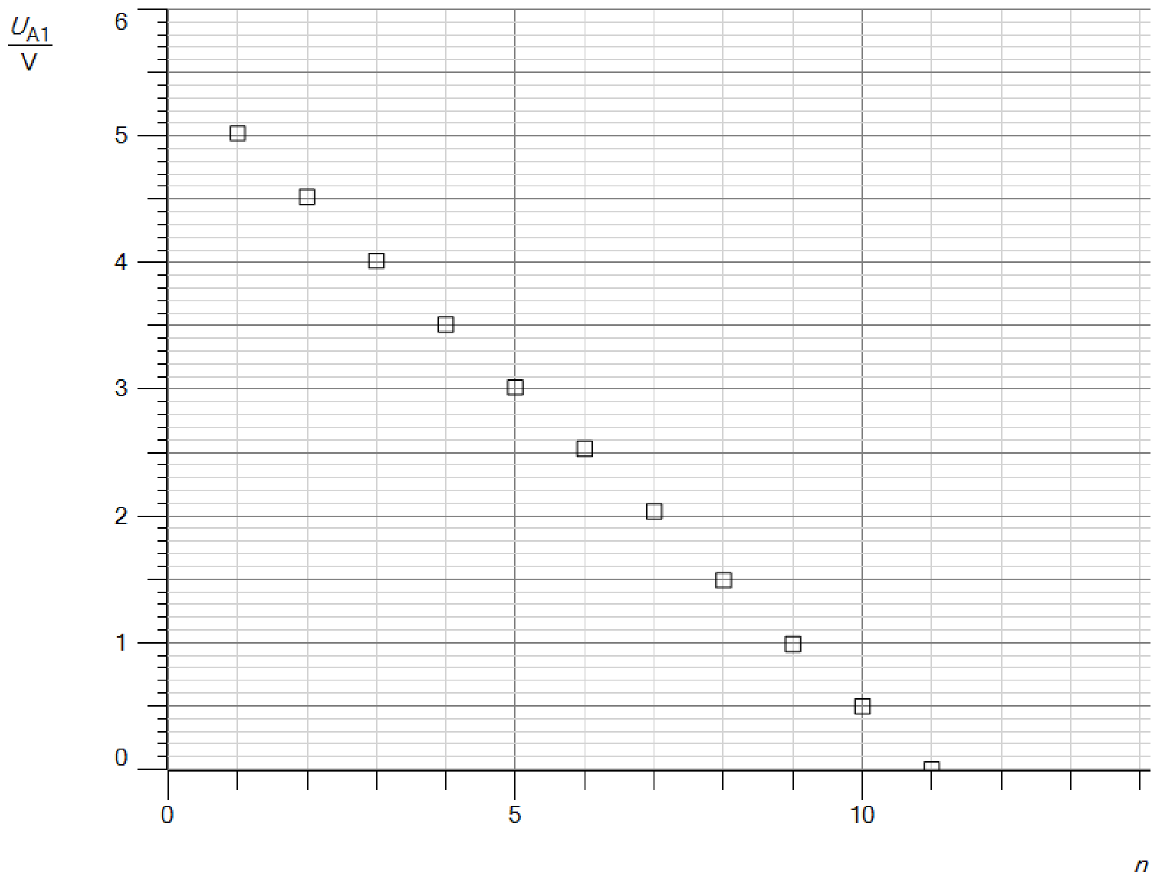

Abb. 2: Messkurve

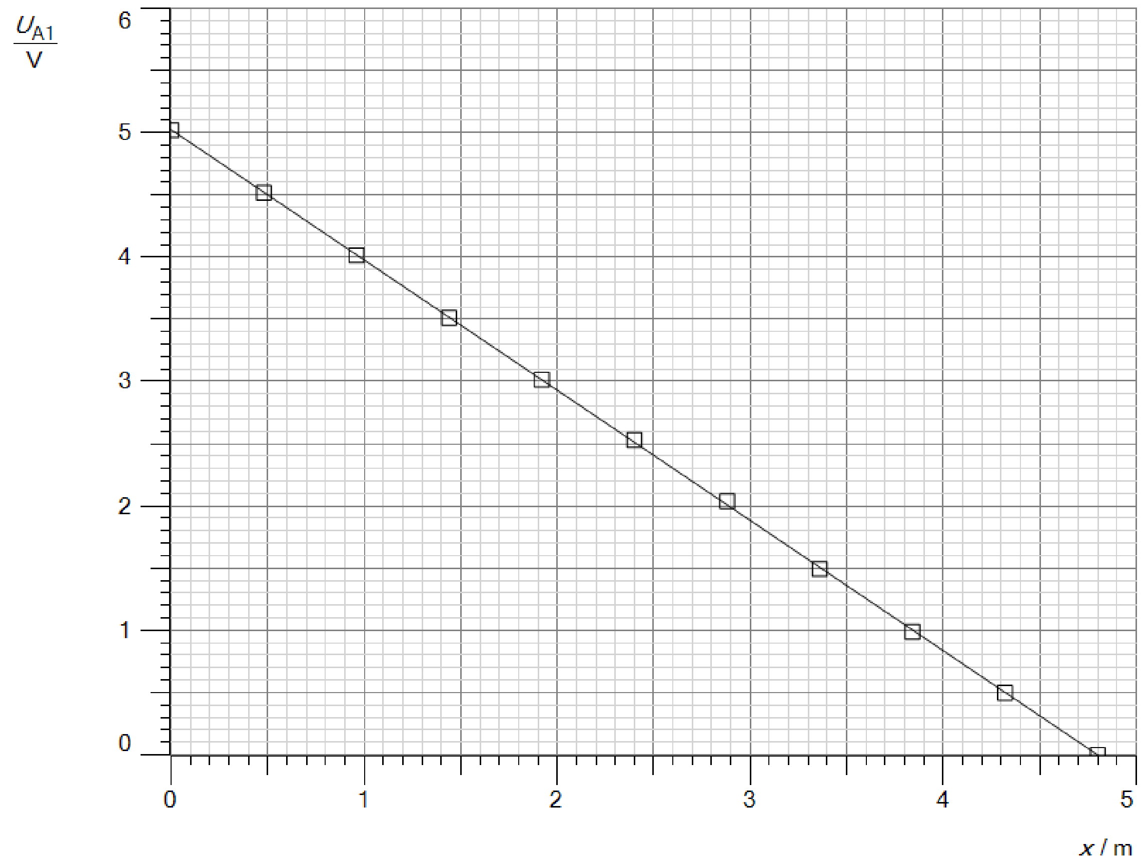

Abb. 3: Auswertung

4. Aufgaben

Aufgabe: Elektrische Feldstärke

Zwei quadratische Platten mit einem Abstand d = 4 cm bilden einen Kondensator. Er ist auf U = 630 V aufgeladen. In den Kondensator wird ein Kügelchen der Masse m = 0,4 g und der Ladung q = 5 nC gebracht, das an einem l = 1 m langen bifilaren Faden hängt.

a) Berechnen Sie die Auslenkung des Kügelchens aus seiner Ruhelage.

b) Beschreiben Sie, wie sich die Auslenkung ändert, wenn man die Ladung der Kugel verdoppelt. Begründen Sie.

c) Erläutern Sie, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn man bei konstantem q

1) U verdoppelt bzw. halbiert und d konstant lässt,
2) U konstant hält und d verdoppelt bzw. halbiert und
3) U und d konstant hält und den Kondensator etwas nach links bzw. rechts verschiebt.

d) Berechnen Sie die Arbeit, die das elektrische Feld an der Ladung q verrichtet, wenn man sie um 2 cm verschiebt.

e) Der Plattenkondensator werde nun so aufgestellt, dass die Platten waagerecht liegen. Die angelegte Spannung betrage U = 2400 V, der Plattenabstand d = 5 cm. Die negative Platte sei oben. Ermitteln Sie, ob ein Wattebausch der Masse m = 1 mg und der Ladung q = 0,2 nC zwischen den Platten schweben kann. Erläutern und begründen Sie, wie gegebenenfalls der Plattenabstand korrigiert werden muss.

Lösungen:

a) Es gilt:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{630\,V}{0{,}04\,m} = 15750\,\frac{V}{m}$$

$$F_G = 4 * 10^{-4}\,kg * 9{,}81\,\frac{N}{kg} = 3{,}92 * 10^{-3} N$$

$$F_E = q * E = 5 * 10^{-9} C * 15750 \frac{V}{m} = 7{,}89 * 10^{-5} N$$

und damit

$$s = \frac{F_E}{F_G} * l = \frac{7{,}89 * 10^{-5}\,N}{3{,}92 * 10^{-3}\,N} * 1\,m = 0{,}02 m$$

b) Die Auslenkung s verdoppelt sich, da sich F_E verdoppelt.

c) 1.Fall:

Verdoppelt/halbiert man U, so verdoppelt/halbiert sich s, da E und damit F_E sich verdoppeln/halbieren.

2. Fall:

Verdoppelt/halbiert man d, so halbiert/verdoppelt sich s, da E und damit F_E sich halbiert/verdoppelt.

3. Fall:

Es ändert sich nichts, da E und damit F_E konstant bleibt.

d) Es gilt:

$$W = F_E * s = q * E * s = 5 * 10^{-9}C * 15750\frac{V}{m} * 0{,}02m = 1{,}58 * 10^{-6}J.$$

e) Es ist:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{2400V}{0{,}05m} = 4{,}8 * 10^4\frac{N}{C}$$

$$F_E = q * E = 2 * 10^{-10}C * 4{,}8 * 10^4\frac{N}{C} = 9{,}6 * 10^{-6}\ N$$

$$F_G = m * g = 1 * 10^{-6}kg * 9{,}81\frac{N}{kg} = 9{,}81 * 10^{-6}N.$$

Der Wattebausch sinkt langsam, da die Gewichtskraft etwas größer ist als die elektrische Kraft. Es müsste gelten:

$$F_G = F_E$$

$$q * \frac{U}{d} = m * g$$

und damit

$$d = \frac{q * U}{m * g} = \frac{2 * 10^{-10}\ C * 2400V}{1 * 10^{-6}kg * 9{,}81\frac{N}{kg}} = 0{,}049\ m.$$

Der Abstand müsste um

$$\Delta d = 50\ mm - 49\ mm = 1\ mm$$

verringert werden.

Aufgabe: Elektrische Feldstärke

Zwei waagerecht stehende Platten mit der Fläche A = 4,8*10^{-2} m^2 und dem Abstand d = 3 cm werden mit einer Spannung U = 4,5 kV aufgeladen. Zwischen ihnen schwebt ein Wattebausch der Masse m = 0,01 g. Er ist negativ geladen.

a) Berechnen Sie die Feldstärke.
b) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte.
c) Berechnen Sie die auf jeder Platte befindliche Ladung.
d) Erläutern Sie, welche der beiden Platten positiv und welche negativ geladen ist.
e) Berechnen Sie die Ladung des Wattebausches.
f) Der Abstand der Platten wird verdoppelt. Erläutern und erklären Sie, wie sich dabei die Größen aus a)-c) ändern. Überlegen Sie, wie sich der Wattebausch verhält. Begründen Sie Ihre Überlegungen.

Lösungen:

a) Es gilt:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{4500\,V}{0{,}03\,m} = 1{,}5 * 10^5\,\frac{V}{m}.$$

b) Es ist:

$$\sigma = \varepsilon_0 * E = 8{,}85 * 10^{-12}\,\frac{C}{Vm} * 1{,}5 * 10^5\,\frac{V}{m} = 1{,}33 * 10^{-6}\,\frac{C}{m^2}$$

c) Die Ladung berechnet man wie folgt:

$$Q = \sigma * A = 1{,}33 * 10^{-6}\,\frac{C}{m^2} * 4{,}8 * 10^{-2}\,m^2 = 6{,}37 * 10^{-8}\,C.$$

d) Damit der negativ geladene Wattebausch schwebt, muss die untere Kondensatorplatte negativ und die obere positiv geladen sein.

e) Die Gewichtskraft und die elektrische Kraft auf den Wattebausch müssen gleich groß sein. Damit gilt:

$$F_E = F_G$$
$$q * E = m * g.$$

Daraus folgt:

$$q = \frac{m * g}{E} = \frac{1 * 10^{-5} kg * 9{,}81\,\frac{N}{kg}}{1{,}5 * 10^5\,\frac{V}{m}} = 6{,}54 * 10^{-10}\,\frac{J}{V} = 6{,}54 * 10^{-10} C.$$

f) Wird der Plattenabstand halbiert, so sinkt die Feldstärke auf die Hälfte nach dem Gesetz

$$E = \frac{U}{d}$$

Damit sinkt nach dem Gesetz

$$\sigma = \varepsilon_0 * E$$

auch die Flächenladungsdichte auf die Hälfte und damit auch die Ladung Q auf den Platten. Der Wattebausch fällt herunter, da die Gewichtskraft gleich bleibt und die elektrische Feldkraft nach dem Gesetz

$$F = q * E$$

nur noch halb so groß ist.

Aufgabe: <u>Elektrische Feldstärke/Spannung</u>

a) Geben Sie an, wie die Größen elektrische Feldstärke und Spannung definiert sind. Begründen Sie jeweils die Definition.

b) Beschreiben Sie ausführlich einen Versuch, mit dem man die elektrische Feldstärke verschiedener Ladungsanordnungen untersuchen kann. Erklären Sie den Versuchsaufbau.

c) Skizzieren Sie den Feldlinienverlauf für eine Anordnung aus zwei positiv geladenen Kugeln, die sich in einem Abstand von 10 cm befinden. Erklären Sie den Feldlinienverlauf an einem Punkt, indem Sie die dort auftretenden Kräfte einzeichnen.

d) Beschreiben Sie ausführlich den Versuch, mit dem man den Zusammenhang zwischen der Feldstärke E und der angelegten Spannung U beim Plattenkondensator untersuchen kann. Erläutern Sie, welche Größen man wie messen kann und wie man daraus die gesuchten Größen errechnen kann. Schreiben Sie das gesuchte Gesetz auf und erläutern Sie es.

<u>Lösungen:</u>

a) Die Definition für die elektrische Feldstärke E lautet:

$$E = \frac{F_E}{q}.$$

Sie ist also die Kraft F_E, die auf eine Probeladung q = 1 C wirkt. Sie ist damit von der Größe der Probeladung unabhängig. Die Definition für die Spannung U lautet:

$$U = \frac{W}{q}.$$

Sie gibt die Energie W an, die von der Ladung q = 1 C von der Stromquelle zum Verbraucher transportiert wird. Sie hängt damit ebenfalls nicht mehr von der Probeladung ab.

b) Aufbau:

Zunächst benötigt man eine Plastikplatte, auf die die zu untersuchende Leiteranordnung in Form dünner Metallstreifen aufgeklebt wird. Darauf stellt man ein Plastikschälchen mit Rizinusöl, in das man feine Grieskörner einstreut und gleichmäßig verteilt. An die Leiterbahnen schließt man eine 25 kV-Hochspannungsquelle an und stellt die ganze Anordnung eventuell auf einen Overheadprojektor.

Beobachtung:

Die Grieskörner richten sich entlang der elektrischen Feldlinien aus.

Erklärung:

Im elektrischen Feld werden die Grieskörner zu Dipolen polarisiert, die sich entlang der Feldlinien ausrichten. Die Grieskörner werden nicht zu einem der beiden Pole hingezogen, weil die Reibungskraft im zähen Rizinusöl die elektrische Anziehung kompensiert.

c) Den Verlauf der Feldlinien experimentell und in idealisierter Form zeigt Abb.1. Den Feldlinienverlauf kann man erklären, in dem man an den gewünschten Punkt die Kräfte der beiden Feld erzeugenden Ladungen auf eine positive Probeladung einzeichnet und sie mit einem Kräfteparallelgramm addiert. Die Richtung der resultierenden Kraft entspricht der Tangente an die Feldlinie im betreffenden Punkt.

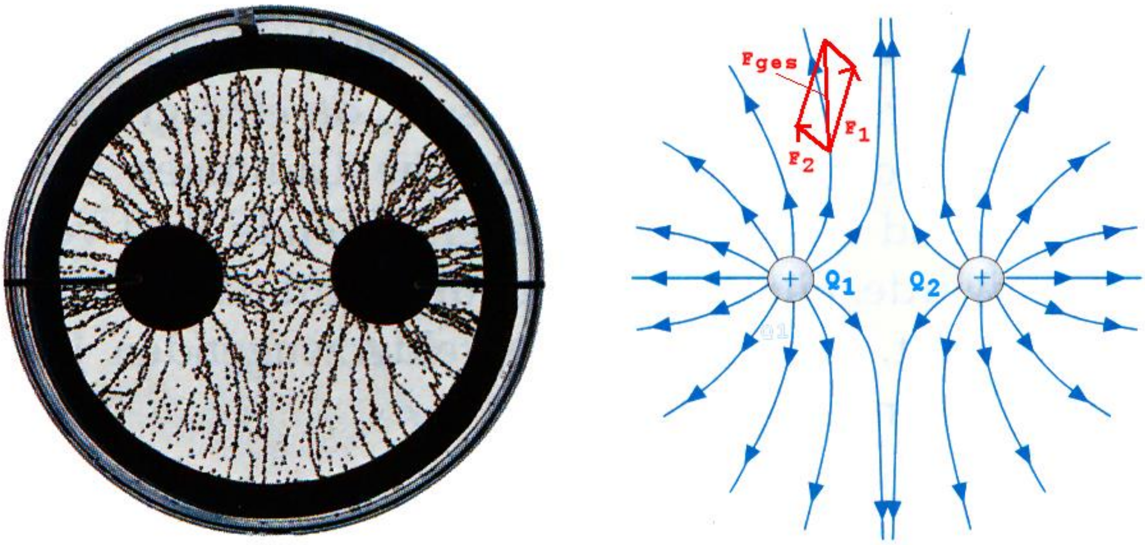

Abb.1: Feldlinienbild zweier positiv geladener Kugeln

d) Aufbau:

Zwischen den Platten hängt man ein kleines Metallkügelchen bekannter Masse m an einem Faden der Länge l bifilar auf. Es wird mit einer Lampe an eine Wand projiziert, die einige Meter von der Anordnung entfernt ist. An dieser Wand markiert man den jeweiligen Ausschlag des Kügelchens und den Abstand der Platten. An die verschiebbaren Platten wird eine veränderliche Spannungsquelle angeschlossen, die mit einem Voltmeter verbunden ist. Der Abstand der Platten wird mit einem Lineal bestimmt oder bei einigen Plattenkondensatoren an einer angebrachten Skala direkt abgelesen. Die Auslenkung des Kügelchens aus seiner Ruhelage wird an der Wand mit einem Lineal gemessen. Ferner muss man am Ende der Messung die Ladung der Kugel mit einem Coulombmeter ermitteln.

Durchführung:

Man lädt die Platten mit einer Spannung U auf. Man markiert sich die Nullstellung des Kügelchens an der Wand, berührt danach mit ihm kurz die positive Platte. Man markiert den Ausschlag s’ an der Wand, verändert die Spannung U und hält den jeweiligen Ausschlag s’ des Kügelchens an der Wand fest. Danach variiert man bei fester Spannung U den Abstand d der Platten und notiert sich den jeweiligen Ausschlag. Zum Schluss bestimmt man die Ladung q der kleinen Kugel mit dem Messverstärker. Man erhält somit eine Messtabelle mit den Größen U, q, s’ und d.

Beobachtung:

Je größer die angelegte Spannung U bei gleichem Plattenabstand d, umso größer die Auslenkung s der Kugel. Je größer der Plattenabstand d bei gleicher Spannung U umso kleiner ist der Ausschlag s der Kugel.

Auswertung:

Aus der Auslenkung s der Kugel kann man die elektrische Kraft F_E auf die Kugel berechnen mit der Formel:

$$F_E = \frac{m * g * s}{l}.$$

Die Auslenkung s ergibt sich aus s', in dem man die Vergrößerung V aufgrund der Projektion berücksichtigt. Es gilt:

$$s = \frac{s'}{V}.$$

Den Vergrößerungsfaktor V erhält man, wenn man den Plattenabstand d' in der Projektion misst und mit dem wirklichen Abstand d in Beziehung setzt. Es gilt:

$$V = \frac{d'}{d}.$$

Aus F_E folgt für die Feldstärke mit Hilfe der gemessenen Ladung q:

$$E = \frac{F_E}{q}.$$

Wertet man die Messtabelle aus, so findet man, dass der Quotient aus der Feldstärke E und der angelegten Spannung U konstant ist, wenn d konstant ist. Ebenso ist das Produkt aus E und d konstant bei konstanter Spannung U. Feldstärke E und Spannung U sind damit proportional zueinander, Feldstärke E und Abstand d antiproportional. Wertet man die Messwerte quantitativ aus, so ergibt sich, das der Proportionalitätsfaktor den Wert 1 hat . Somit gilt letztendlich:

$$E = \frac{U}{d}.$$

Aufgabe: Coulomb-Gesetz

Eine Hohlkugel mit dem Radius r = 10 cm trägt in Luft an ihrer Oberfläche eine gleichmäßig verteilte positive Ladung Q = 3 μC.

a) Berechnen Sie die Feldstärke an der Oberfläche der Kugel und in einem Punkt P, der s = 30 cm von der Oberfläche entfernt ist.

b) Berechnen Sie die Kraft auf eine Probeladung q = 1 pC im Punkt P.

c) Ermitteln Sie die Ladung Q, die in P auf einer Platte von A = 1 cm^2 Fläche influenziert wird, wenn sie senkrecht zu den Feldlinien steht.

Lösungen:

a) Für die elektrische Feldstärke einer Kugel gilt:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 * r^2}.$$

An der Oberfläche ist

$$r = 0{,}1m$$

und damit

$$E = \frac{3 * 10^{-6}C}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm} * (0{,}1m)^2} = 2{,}7 * 10^6\frac{V}{m}.$$

Im Punkt P ergibt sich

$$r = 0{,}1m + 0{,}3m = 0{,}4m$$

und damit

$$E = \frac{3 * 10^{-6}C}{4\pi * 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm} * (0{,}4m)^2} = 1{,}69 * 10^5\frac{V}{m}.$$

b) Für die elektrische Kraft F auf die Probeladung gilt:

$$F = q * E = 1 * 10^{-12}C * 1{,}69 * 10^5\frac{V}{m} = 1{,}69 * 10^{-7}N.$$

c) Für die induzierte Ladung Q_1 gilt nach den elektrischen Feldgesetzen:

$$\begin{aligned} Q &= \varepsilon_0 * E * A \\ &= 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm} * 1{,}69 * 10^5\frac{V}{m} * 1 * 10^{-4}m^2 \\ &= 1{,}5 * 10^{-10}\,C \\ &= 150pC. \end{aligned}$$

Aufgabe: Elektrische Leistung

Ein Tauchsieder mit einer Leistung von P = 180 W wird mit einer Autobatterie von U = 12 V betrieben. Mit ihm werden V = 0,5 l Wasser (c = 4,18 J/g*°C) t = 10 min lang erwärmt. Ein zweiter Tauchsieder mit der gleichen Leistung wird am Stromnetz genauso lange betrieben. Er besitzt einen Widerstand R = 294 Ω.

a) Berechnen Sie die Stromstärke für den 1. Tauchsieder.
b) Berechnen Sie den Temperaturanstieg des Wassers beim 1. Tauchsieder.
c) Berechnen Sie die Spannung U, die Stromstärke I, die Ladung Q und die Energie W für den 2. Tauchsieder. Berechnen Sie für ihn die Temperaturzunahme des Wassers.
d) Interpretieren Sie das Ergebnis.

Lösungen:

a) Es gilt:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{180\ W}{12\ V} = 15\ A.$$

b) Für die vom Tauchsieder abgegebene Energie W gilt:

$$W * P * t = 180\ W * 600\ s = 108000J.$$

Damit kann man das Wasser erwärmen um

$$\Delta T = \frac{W}{c * m} = \frac{108000J}{4{,}18 \frac{J}{g * °C} * 500g} = 51{,}7\ °C.$$

c) Zunächst berechnet man die Stromstärke und damit die geflossene Ladung. Es gilt:

$$P = R * I^2$$

und damit

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{180\ W}{294\ \Omega}} = 0{,}782\ A.$$

Für die Ladung gilt:

$$Q = I * t = 0{,}782\ A * 600\ s = 469{,}2\ C.$$

Die Spannung beträgt:

$$U = R * I = 294\ \Omega * 0{,}782\ A = 229{,}9\ V.$$

und damit die Energie

$$W = P * t = 180\,W * 600\,s = 108000\,J.$$

Das Wasser erwärmt sich genau so stark wie beim 1. Tauchsieder, da beide die gleiche Leistung haben und gleich lange betrieben werden.

d) Obwohl man lange heizt, wird das Wasser für 2 Tassen Kaffee nicht zum Kochen gebracht. Die Leistung beider Tauchsieders ist zu gering. Wasserkocher und Kaffeemaschinen haben Leistungen von P = 900 W - 1800 W. Beim 1. Tauchsieder ist die Spannung klein, aber die Stromstärke hoch, beim zweiten ist es umgekehrt. Die elektrische Leistung ist das Produkt aus Spannung U und Stromstärke I. Bei kleinen Spannungen wie einer Autobatterie braucht man eine große Stromstärke, bei hohen Spannungen wie im Stromnetz dagegen nur eine kleine Stromstärke, um eine gewisse Leistung zu erzielen. Dabei spielt es keine Rolle, ob es sich um Wechsel- oder Gleichstrom handelt.

Aufgabe: Gewitter

In jeder Sekunde wird die Erde von 3000 Blitzen getroffen.

a) Erläutern Sie, wie ein Gewitter entsteht und wie die Ladungsverteilung in einer Gewitterwolke aussieht.

b) Erklären Sie, wie die Blitze in einem Gewitter ausgelöst werden und wie die Wissenschaftler ihre Vermutungen bewiesen haben.

c) Geben Sie an, welche Lufttemperaturen in Blitzen auftreten können und wie sie entstehen.

d) Erläutern Sie, wie der Donner entsteht und warum man ihn erst mit Verzögerung hört. Berechnen Sie die Entfernung des Gewitters, wenn zwischen Blitz und Donner t = 7s vergehen.

e) Beschreiben und erklären, wie ein Blitzableiter funktioniert.

f) Stellen Sie Regeln auf, wie man sich bei Gewittern verhalten sollte, wie nicht. Erklären Sie.

g) Erläutern Sie den Begriff Schrittspannung, wie sie zustande kommt, warum sie gefährlich ist und wie man sie möglichst gering halten kann.

h) Beschreiben und erklären Sie, warum bei Gewittern elektronische Geräte besonders gefährdet sind und wie man sie schützen kann. Berechnen Sie die auftretenden Spannungen, wenn für einen Blitz gilt:

Stromstärke: I = 400000A.
Dauer des Blitzes: t = 9μs
Fläche der Leiterschlaufe: A = 1m^2
Entfernung zum Blitz: r = 50m

i) Bei einem Gewitter treten in einen Blitz folgende Werte auf:

Stromstärke: I = 400000A
Spannung: U = 100 MV
*Geschwindigkeit des Blitzes: v = 1*10^{8}m/s*
Länge des Blitzes: l = 900m

Berechnen Sie die Energie des Blitzes.

j) Berechnen Sie, wie viel l Benzin die gleiche Energiemenge enthalten, wenn Benzin einen Heizwert von Hw = 46MJ/kg und eine Dichte von ρ = 0,78kg/l hat.

k) Vergleichen Sie die Ergebnisse aus i) und j). Nehmen Sie Stellung zu der Behauptung: „Könnte man die Blitze einfangen und ihre Energie nutzen, so wären alle Energieprobleme gelöst“.

Lösungen:

a) Treffen bodennahe warme Luftmassen auf Höhenkaltluft, so steigen die warmen Luftmassen nach oben, die kalten sinken nach unten. Da die kalten Graupel und Eiskristalle enthalten, werden durch Reibung Ladungen in der entstehenden Wolke getrennt, wobei die Graupelteilchen in den oberen Luftschichten negativ, in den unteren positiv geladen werden. So entsteht in der Wolke eine Art Sandwichstruktur der Ladungsverteilung, unten und oben positiv, dazwischen negativ.

b) Die durch die Ladungstrennung entstehenden Spannungen reichen nicht aus, um Luftdurchschläge bis zum Erdboden zu erzeugen. Vielmehr sind schnelle kosmische Teilchen nötig, um den Blitz zu zünden. Dann rast er mit einem Viertel bis einem Drittel der Lichtgeschwindigkeit zu Boden. Er erreicht dabei Längen bis 1 km. Wegen der schnellen kosmischen Strahlung misst man in der Nähe von Blitzen Röntgenstrahlung. Sie ist der Beweis für die Theorie.

c) Es können Lufttemperaturen bis T = 30000°C auftreten. Sie entstehen durch die örtlich hohe Energie des Blitzes.

d) Durch die enormen Lufttemperaturen, die der Blitz auslöst, dehnt sich die Luft schlagartig extrem stark aus. Diese explosionsartige Ausdehnung verursacht eine Schalldruckwelle, die wir als Donner hören. Das Licht des Blitzes breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit aus, der Donner mit Schallgeschwindigkeit. Da Licht fast eine Million mal schneller ist als der Schall, kommt der Donner erst mit erheblicher Verzögerung beim Betrachter an. Es gilt für die Entfernung s des Gewitters:

$$s = v * t = 340 \frac{m}{s} * 7s = 2380\, m.$$

e) Ein Blitzableiter besteht aus einem Metallband, das rund ums Haus gespannt wird. Es leitet die Ladungen des Blitzes in die Erde ab. Er wirkt wie ein Faradaykäfig.

f) Man sollte sich nach Möglichkeit im Haus oder im Auto aufhalten, wobei gerade das Auto wie ein idealer Faradaykäfig wirkt, der die Ladungen auf der Außenhaut in die Erde ableitet. Ist das nicht möglich, weil man auf freiem Feld vom Gewitter überrascht wird, so mache man sich möglichst klein, in dem man sich auf den Boden hockt. So sind die möglicherweise entstehende Schrittspannung und die Angriffsfläche für den Blitz gering. Auf keinen Fall sollte man sich unter Bäumen oder in der Nähe einzelner Gebäude aufhalten, da sie den Blitz in den Boden ableiten können, so dass in ihrer Nähe große Stromstärken auftreten können, die ihrerseits große Schrittspannungen verursachen.

g) In der Nähe eines Blitzeinschlages misst man im Erdreich riesige Stromstärken. Diese verursachen nach dem Ohmschen Gesetz Spannungen, die umso größer sind, je weiter die beiden Berührungspunkte zur Erde, also etwa die beiden Füße, auseinander liegen. Sie können lebensgefährliche Werte annehmen. Man sollte beide Füße möglichst nahe beieinander halten, also in die Hocke gehen.

h) Im Blitz können Stromstärken bis I = 400000A auftreten, die sich rasch aufbauen und ebenso rasch wieder abklingen. Sie erzeugen ein magnetisches Feld, dessen Wert sich zeitlich stark ändert. Ein zeitlich veränderliches Magnetfeld induziert in geschlossenen Leiterschleifen eine Induktionsspannung bzw. einen Induktionsstrom, der umso größer ist, je schneller sich das Magnetfeld auf- oder abbaut. Elektronische Geräte enthalten solche Leiterschlaufen. Außerdem besitzen sie eine Zuleitung, die geerdet ist. Auch sie wirkt wie eine geschlossene Leiterschlaufe. Deshalb sollte man bei Gewittern nach Möglichkeit die Geräte vom Netz nehmen. Dann sind sie nicht mehr geerdet und es liegen keine geschlossenen Leiterschleifen vor. Für das Magnetfeld eines geraden Leiters gilt:

$$B = \frac{\mu_0 * I}{2\pi * r} = \frac{1{,}26 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am} * 400000A}{2\pi * 50\, m} = 1{,}6\, mT$$

und für die zeitliche Änderung des Magnetfeldes

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1{,}6\, mT}{9\, \mu s} = 178 \frac{T}{s}.$$

Damit erhält man eine Induktionsspannung pro Schleife von

$$U_{ind} = A * \frac{\Delta B}{\Delta t} = 1\,m^2 * 178\frac{T}{s} = 178\,V.$$

Für solche Spannungen sind elektronische Bauteile in den seltensten Fällen ausgelegt.

i) Der Blitz besitzt eine Leistung P

$$P = U * I = 1 * 10^8\,V * 4 * 10^5\,A = 4 * 10^{13}\,W.$$

Für die Energie des Blitzes folgt:

$$W = P * t = P * \frac{l}{v} = \frac{4 * 10^{13}\,W * 900\,m}{1 * 10^8\,\frac{m}{s}} = 3{,}6 * 10^8 J.$$

j) Für die Energie des Blitzes benötigt man an Benzin

$$m = \frac{W}{Hz} = \frac{3{,}6 * 10^8\,J}{4{,}6 * 10^7\,\frac{J}{kg}} = 7{,}83\,kg$$

oder

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{7{,}83 kg}{0{,}78\frac{kg}{l}} = 10{,}03\,l.$$

k) Die Energie eines Blitzes wird meist erheblich überschätzt. Aber die Gesamtheit der 3000 Blitze, die in jeder Sekunde die Erde treffen, besitzen eine Energie von

$$W = 3000 * 3{,}6 * 10^8 J = 1{,}08 * 10^{12} J.$$

und damit eine mittlere elektrische Leistung von

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1{,}08 * 10^{12} J}{1 s} = 1{,}08 * 10^{12} W$$

Ein Haushalt benötigt in den Industrieländern im Schnitt eine Leistung von P_H = 1 kW. Somit könnten mit der Energie der Blitze in jedem Augenblick

$$n = \frac{P}{P_H} = \frac{1{,}08 * 10^{12} W}{1000\,W} = 1{,}08 * 10^9,$$

also rund eine Milliarde Haushalte mit Strom versorgt werden. Das dürfte für die gesamte Menschheit reichen, zumal der Energiebedarf pro Haushalt in den Entwicklungsländern erheblich geringer ist als bei uns. Aber die enormen Spannungen und Stromstärken machen eine technische Nutzung der Blitze unmöglich.

Aufgabe: Leistung Kaffeemaschine

Eine Kaffeemaschine trägt die Aufschrift P = 900 W. Sie wird an U = 230 V angeschlossen. Sie erwärmt t = 10 min lang Wasser (c = 4,18 J/g*°C) von 20 °C auf 100 °C.

a) Berechnen Sie die Stromstärke.

b) Ermitteln Sie die Masse des erwärmten Wassers.

c) Berechnen Sie, wie lange man die Kaffeemaschine mit W = 1 kWh betreiben kann. Berechnen Sie, wie viel g Wasser mit T = 20°C man dann zum Kochen bringen kann.

Lösungen:

a) Für die Stromstärke I gilt:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{900\,W}{230\,V} = 3{,}91A.$$

b) Aus der Zeit t und der Leistung P lässt sich die von der Kaffeemaschine aufgenommene elektrische Energie W wie folgt berechnen:

$$W = P * t = 900\,W * 600\,s = 540000\,J = 540\,kJ.$$

Unter der Annahme, dass keine Energie an die Umgebung und die Kaffeemaschine verloren geht, wird mit dieser Energie ausschließlich Wasser erwärmt. Die zum Erwärmen des Wassers benötigte Energie W kann mit der Formel

$$W = c * m * \Delta T$$

ermittelt werden. Stellt man sie nach der Masse m um, so folgt:

$$m = \frac{W}{c * \Delta T} = \frac{540000\,J}{4{,}18\,\frac{J}{g * °C} * 80\,°C} = 1615\,g.$$

c) Es gilt:

$$W = 1kWh = 3600000\,J$$

und damit mit den Überlegungen aus b)

$$m = \frac{W}{c * \Delta T} = \frac{3600000\,J}{4{,}18\,\frac{J}{g * °C} * 80\,°C} = 10766\,g.$$

Die Kaffeemaschine bräuchte dafür die Zeit

$$t = \frac{W}{P} = \frac{3600000\,J}{900\,W} = 4000\,s = 1{,}11\,h.$$

Aufgabe: Netzteil

Elektronische Geräte müssen stets mit kleinen Gleichspannungen betrieben werden. Um die Wechselspannung der Steckdose nutzen zu können, benötigt man ein Netzteil, das einerseits die Netzwechselspannung auf den gewünschten Wert reduziert und außerdem die Wechselspannung gleichrichtet. Damit das gelingt, enthält das Netzteil u.a. einen Kondensator. Er hat z.B. im Netzteil eines kleinen Radios den Wert C = 1000 μF. Das Radio benötigt eine Betriebsspannung U = 12 V und einen Strom I = 0,1 A.

a) Erläutern, wie ein Netzteil aufgebaut ist und welche Aufgabe der Kondensator hat.
b) Berechnen Sie, um wie viel die Spannung am Kondensator in einer Halbperiode t = 0,01 s der Netzspannung sinkt. Ermitteln Sie, wie viel % der Betriebsspannung das sind.
c) Beschreiben Sie, wie sich diese Spannungsschwankungen im Radio äußern. Begründen Sie.
d) Erläutern und erklären Sie, was man tun könnte, um die Störungen aus c) möglichst weitgehend zu unterdrücken.

Lösungen:

a) Das Netzteil besteht aus einem Transformator, der die Wechselspannung von U = 230 V auf U = 12 V herabsetzt. Der nachgeschaltete Gleichrichter wandelt sie in eine pulsierende Gleichspannung um. Der Kondensator überbrückt die Stromlücken im pulsierenden Gleichstrom, damit dauerhaft ein Strom durch das Radio fließen kann.

b) Es gilt:

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I * \Delta t}{C} = \frac{0{,}1\ A * 0{,}01\ s}{1 * 10^{-3}\ F} = 1\ V$$

und prozentual

$$Pr = \frac{1\ V * 100\ \%}{12\ V} = 8{,}3\ \%.$$

c) Man hört das typische Netzbrummen mit f = 100 Hz, da die Betriebsspannung mit dieser Frequenz schwankt.

d) Man muss einen möglichst großen Kondensator verwenden, damit die Spannung nur wenig schwankt. Allerdings lässt sich mit dieser Methode das Netzbrummen nie ganz unterdrücken. Für Gleichstrom ohne jegliche Restwelligkeit braucht man eine recht aufwändige elektronische Schaltung, einen Spannungsregler oder Schaltregler.

Aufgabe: Oszillograph

In einem Oszillograph wird der Elektronenstrahl mit U_A = 4,2 kV beschleunigt. Die Ablenkplatten für die y-Richtung sind l = 3 cm lang und haben einen Abstand d = 0,8 cm. An ihnen liegt eine Spannung U_y = 80 V. Der Abstand der Ablenkplatten zum Leuchtschirm beträgt z = 25 cm.

a) Skizzieren Sie den Aufbau eines Oszillographen und erklären Sie seine Funktion.

b) Berechnen Sie die Ablenkung des Strahles in y-Richtung im Bereich der Platten. Leiten Sie die benötigte Formel her.

c) Berechnen Sie die Ablenkung auf dem Leuchtschirm. Leiten Sie die benötigte Formel her.

d) Führen Sie die Berechnung aus c) auch für U_y = 160 V durch und vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus c). Deuten Sie das Ergebnis in Hinsicht auf den Betrieb eines Oszillographen.

e) Beschreiben Sie die Form, die die Spannung für die Ablenkung in x-Richtung haben muss. Begründen Sie.

f) Berechnen Sie die Flugzeit des Elektrons zwischen Elektronenkanone und Leuchtschirm. Erklären Sie, warum die Zeitauflösung moderner Oszillographen von Nanosekunden bis Sekunden reicht.

g) Erläutern und erklären Sie, was man unter Triggerung versteht und warum ein Oszillograph getriggert werden muss.

h) Mit Oszillographen kann man Spannungen von einigen mV bis zu mehreren hundert V messen. Erklären Sie.

Lösungen:

a) Ein Oszillograph besteht aus einer Elektronenkanone, zwei zueinander senkrecht stehenden Plattenpaaren und einem Leuchtschirm. Die Glühkathode der Elektronenkanone setzt Elektronen frei. Sie werden zur Anode hin beschleunigt, wobei sie durch einen negativ geladenen Wehneltzylinder zwischen Kathode und Anode zu einem Strahl gebündelt werden. Der Strahl tritt durch ein Loch der Anode in die beiden Plattenpaare ein. Die Spannung am ersten Plattenpaar führt den Strahl in einer horizontalen Linie über den Leuchtschirm. Es dient als Zeitablenkung, wobei Zeitauflösungen bis in den Nanosekundenbereich möglich sind. Das zweite Plattenpaar lenkt den Strahl in der vertikalen Richtung ab. An ihm liegt die zu messende Spannung. Es können Spannungen bis in den Millivoltbereich aufgelöst werden. Sie müssen allerdings vorher verstärkt werden. Die auf dem Schirm auftreffenden Elektronen bringen ihn zum Leuchten, so dass die zu messende Spannung auf dem Schirm als Leuchtspur erscheint. Damit sie kontinuierlich sichtbar ist, muss der Strahl mit einer hohen Frequenz ständig neu über den Schirm geführt werden.

b) Es gelten folgende Gesetzmäßigkeiten:

$$m * a = e * E$$

$$E = \frac{U_y}{d}$$

$$t_1 = \frac{l}{v_x}$$

$$\frac{1}{2} m v_x^2 = e * U_A$$

$$s_{y1} = \frac{1}{2} a * t_1^2$$

mit
m: Masse der Elektronen;
a: Beschleunigung;
e: Elektronenladung;
E: elektrisches Feld;
U_y: Ablenkspannung;
d: Abstand der Platten;
t_1: Flugzeit zwischen den Platten;
l: Länge der Platten;
v_x: Geschwindigkeit der Elektronen in x-Richtung;
U_A: Anodenspannung;
s_{y1}: Ablenkung der Elektronen in y-Richtung.

Einsetzen dieser Gesetze ineinander liefert letztendlich:

$$s_{y1} = \frac{U_y * l^2}{4 * U_A * d} = \frac{80\,V * (0{,}03\,m)^2}{4 * 4200\,V * 0{,}008\,m} = 0{,}54\,mm.$$

c) Es gelten zusätzlich folgende Gesetzmäßigkeiten:

$$s_{y2} = v_y * t_2$$

$$v_y = a * t_1$$

$$t_2 = \frac{z}{v_x}$$

$$s_y = s_{y1} + s_{y2}$$

mit
s_{y2}: Ablenkung des Strahles zwischen Plattenpaar und Schirm;
v_y: Geschwindigkeit des Elektronenstrahles in y-Richtung nach dem Verlassen des Plattenpaares;
t_2: Flugzeit zwischen Plattenpaar und Schirm;
z: Entfernung Plattenpaar-Schirm;
s_y: Gesamtablenkung in y-Richtung.

Einsetzen aller Werte in s_y liefert insgesamt:

$$s_y = \frac{U_y * l * \left(\frac{l}{2} + z\right)}{2 * U_A * d} = \frac{80\,V * 0{,}03m * (0{,}015\,m + 0{,}25\,m)}{2 * 4200\,V * 0{,}008\,m} = 9{,}5\,mm.$$

d) Für U_y = 160 V erhält man jeweils die doppelten Werte für die Ablenkung in y-Richtung, d.h. s_y ist proportional zu U_y, da alle anderen Werte konstant sind. Das ist für den Betrieb des Oszillographen dringend nötig, damit die zu messenden Spannungen nicht verzerrt auf dem Leuchtschirm wiedergegeben werden.

e) Die Spannung für die Zeitablenkung muss sägezahnförmig sein. Sie steigt zunächst vom negativen Minimalwert aus linear an bis zum positiven Maximalwert. Dabei wandert der Elektronenstrahl von links nach rechts über den Bildschirm. Damit er beim Rücklauf keine Leuchtspur hinterlässt, muss er, wenn er den rechten Rand erreicht hat, schlagartig wieder an den linken Rand springen. Die Spannung muss sich in kurzer Zeit vom maximalen positiven Wert in den minimalen negativen Wert ändern. Gleichzeitig wird der Strahl dabei ausgeblendet.

f) Da sich der Elektronenstrahl mit hoher Geschwindigkeit bewegt, benötigt er nur eine die kurze Zeit

$$t = \frac{l}{v_x} = \frac{l * \sqrt{m}}{\sqrt{2 * e * U_A}} = \frac{0{,}25m * \sqrt{9{,}1 * 10^{-31}kg}}{\sqrt{2 * 1{,}6 * 10^{-19}C * 4200V}} = 6{,}51\ ns$$

für den Weg von der Elektronenkanone zum Schirm. Daher sind sehr kleine Zeitauflösungen möglich und man kann mit Oszillographen langsame und schnelle Spannungsänderungen sichtbar machen. Die Zeitauflösung wird technisch durch die Frequenz der Sägezahnspannung bestimmt. Je höher die Frequenz ist, umso geringer ist die Zeit für einen Durchlauf des Elektronenstrahls.

g) Passt die darzustellende Spannung mit ihrem Kurvenverlauf nicht vollständig auf die Breite des Leuchtschirms, so erreicht der Elektronenstrahl den rechten Rand in einer anderen Phase der Spannung, mit der er gestartet ist. Springt er an den Anfang zurück, so würde er beim zweiten Durchlaufen des Schirms eine andere Spur auf dem Schirm zeichnen. Es entstünde ein wüstes Durcheinander verschiedener Kurven. Daher darf der Elektronenstrahl mit den folgenden Durchläufen erst starten, wenn die Spannung die gleiche Phase wie beim ersten Durchlauf erreicht hat. Dazu wird die Darstellung für kurze Zeit angehalten. Diesen Vorgang nennt man Triggerung.

h) Kleinere Spannungen werden mit einem Verstärker auf die Spannung erhöht, die zur Ablenkung des Elektronenstrahles nötig ist.

Aufgabe: Plattenkondensator

Die kreisrunden Platten eines Plattenkondensators haben einen Durchmesser Φ = 26 cm und einen Abstand d = 2 mm. Er ist zunächst nur mit Luft gefüllt und wird mit U = 15 V geladen.

a) Berechnen Sie seine Kapazität.
b) Berechnen Sie die Ladung, die er trägt.
c) Berechnen Sie die Feldstärke zwischen seinen Platten.
d) Berechnen Sie die gespeicherte Energie. Leiten Sie die benötigte Formel her.
e) Man füllt den Kondensator mit einer Glasplatte und bestimmt mit einem Kapazitätsmessgerät die Kapazität. Man erhält C = 893 pF. Berechnen Sie die relative Dielektrizitätszahl des Glases.
f) Der Abstand des geladenen Plattenkondensators wird verdoppelt. Beschreiben Sie, wie sich dabei gegebenenfalls die Größen Ladung Q, elektrische Feldstärke E und Spannung U bei angeschlossener Spannungsquelle bzw. bei abgeklemmter Spannungsquelle ändern. Begründen Sie Ihre Antworten jeweils mit Hilfe der entsprechenden Kondensatorgesetze.

Lösung:

a) Es gilt:

$$C = \varepsilon_0 * \frac{A}{d} = \varepsilon_0 * \frac{\pi * r^2}{d} = 8{,}85 * 10^{-12}\frac{C}{Vm} * \frac{\pi * (0{,}13m)^2}{0{,}002\ m} = 235\ pF$$

b) Die Ladung lässt sich wie folgt berechnen:

$$Q = C * U = 2{,}35 * 10^{-10}F * 15\ V = 3{,}52 * 10^{-9}C = 3{,}52\ nC.$$

c) Die Feldstärke beträgt:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{15\ V}{0{,}002\ m} = 7500\frac{V}{m}.$$

d) Für die elektrische Energie gilt grundsätzlich

$$W = Q * U$$

Dabei muss man beachten, dass die Formel in dieser einfachen Form nur gilt, wenn U konstant ist. Ändert sich die Spannung, so muss man den Mittelwert der Spannung benutzen. Da bei einem Kondensator die Spannung während des Ladevorganges proportional zur Ladung ansteigt, gilt für ihren Mittelwert U_m

$$U_m = \frac{1}{2} * U_0$$

mit U_0 als Spannung am Ende der Ladezeit. Somit gilt für die Energie eines Kondensators:

$$W = Q * U_m = C * U_0 * \frac{U_0}{2} = \frac{1}{2} * C * U_0^2$$

Setzt man die Werte ein, so erhält man:

$$W = \frac{1}{2} * 2{,}35 * 10^{-10}\, F * (15\, V)^2 = 2{,}64 * 10^{-8}\, J.$$

e) Es gilt:

$$\varepsilon_r = \frac{C(Glas)}{C(Luft)} = \frac{893\, pF}{235\, pF} = 3{,}8.$$

f) Bei **angeschlossener Spannungsquelle** bleibt die Spannung U = const, damit sinkt die elektrische Feldstärke E wegen des doppelten Abstandes d nach der Formel

$$E = \frac{U}{d}$$

auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes und damit auch die Ladung Q gemäß der Formel

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 * E.$$

Bei **abgeklemmter Spannungsquelle** bleibt die Ladung Q = const, damit auch die elektrische Feldstärke E nach der Formel

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 * E.$$

Gleichzeitig steigt U auf den zweifachen Wert nach der Formel

$$U = E * d,$$

weil d verdoppelt wird.

Aufgabe: Schaltung Kondensatoren I

Zwischen den drei Anschlüssen A, B und C eines Kastens (s. Abb.1), in dem sich drei Kondensatoren befinden, misst man die Kapazitäten C_{AB}= 104,4 pF, C_{BC} = 117,5 pF und C_{AC} = 134,3 pF.

a) Erläutern und erklären Sie, wie die Kondensatoren verschaltet sind.

b) Berechnen Sie die Kapazitäten C_1, C_2 und C_3, wenn alle drei größer als 150 pF sind. Der Rechenweg muss ersichtlich sein.

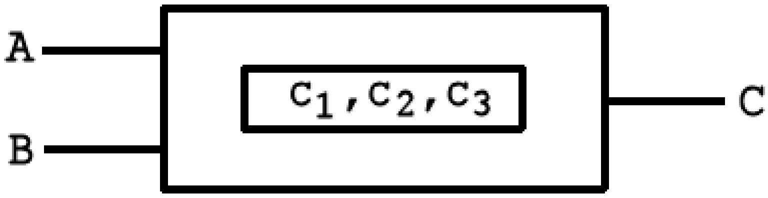

Abb.1: Kasten mit 3 Kondensatoren

Lösung:

a) Die Kondensatoren müssen paarweise in Reihe geschaltet sein, da nur dann jeweils die Gesamtkapazität kleiner als die Einzelkapazitäten sein kann, was laut Angaben der Fall ist. Damit ergibt sich folgender Schaltplan:

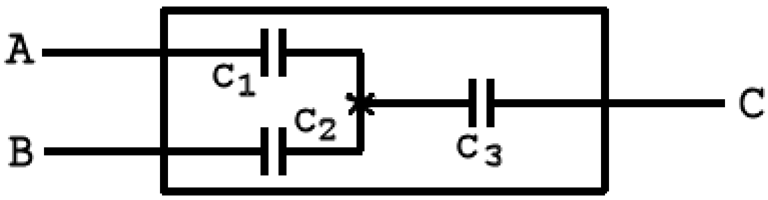

Abb.2: Schaltplan der drei Kondensatoren

b) Es gelten nach den Regeln für Reihenschaltungen von Kondensatoren folgende Beziehungen:

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \ (1)$$

$$\frac{1}{C_{AC}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \ (2)$$

$$\frac{1}{C_{BC}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \ (3).$$

Löst man Gleichung (1) nach $1/C_1$ auf und setzt diesen Wert in Gleichung (2) ein, so erhält man:

$$\frac{1}{C_{AC}} = \frac{1}{C_{AB}} - \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\ (4).$$

Stellt man Gleichung (3) nach $1/C_2$ um und setzt das Ergebnis in Gleichung (4) ein, so findet man:

$$\frac{1}{C_{AC}} = \frac{1}{C_{AB}} - \frac{1}{C_{BC}} + \frac{2}{C_3}$$

oder

$$\frac{2}{C_3} = \frac{1}{C_{AC}} + \frac{1}{C_{BC}} - \frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{134{,}3\ pF} + \frac{1}{117{,}5\ pF} - \frac{1}{104{,}4\ pF} = \frac{0{,}00638}{1\ pF}.$$

Daraus folgt:

$$C_3 = \frac{2\ pF}{0{,}00638} = 313{,}6\ pF.$$

Aus Gleichung (3) ergibt sich für C_2:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{BC}} - \frac{1}{C_3} = \frac{1}{117{,}5\ pF} - \frac{1}{313{,}6\ pF} = \frac{0{,}00532}{1\ pF}$$

und somit:

$$C_2 = \frac{1\ pF}{0{,}00532} = 187{,}9\ pF.$$

Für C_1 folgt mit diesem Ergebnis aus Gleichung (1):

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{AB}} - \frac{1}{C_2} = \frac{1}{104{,}4\ pF} - \frac{1}{187{,}9\ pF} = \frac{0{,}00426}{1\ pF}$$

und daher:

$$C_1 = \frac{1\ pF}{0{,}00426} = 234{,}9\ pF.$$

Aufgabe: Schaltung Kondensatoren II

Drei Kondensatoren von 5 μF, 10 μF und 15 μF werden einmal in Reihe und einmal parallel geschaltet und an U_{ges} = 100 V gelegt.

a) Berechnen Sie die Gesamtkapazität der Anordnung für beide Fälle.

b) Berechnen Sie für die einzelnen Anordnungen die gesamte aufgenommene Ladung und die Ladung auf jedem Kondensator.

c) Berechnen Sie für beide Schaltungsarten die an den Kondensatoren anliegenden Spannungen.

Lösungen:

a) Für die **Reihenschaltung** gilt:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{5\ \mu F} + \frac{1}{10\ \mu F} + \frac{1}{15\ \mu F} = \frac{6+3+2}{30\ \mu F}$$

und damit

$$C_{ges} = \frac{30\ \mu F}{11} = 2{,}73\ \mu F.$$

Bei **Parallelschaltung** muss man die einzelnen Kapazitäten addieren:

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 = 5\ \mu F + 10\ \mu F + 15\ \mu F = 30\ \mu F$$

b) Für die Reihenschaltung gilt:

$$Q_{ges} = C_{ges} * U_{ges} = 2{,}73\ \mu F * 100\ V = 273\ \mu C.$$

Da bei Reihenschaltung jeder Kondensator die gleiche Ladung trägt, folgt

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{ges} = 273\ \mu C.$$

Bei **Parallelschaltung** liegt an allen drei Kondensatoren die gleiche Spannung U_{ges} an. Somit gilt:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{ges} = 100\ V.$$

Damit kann man die einzelnen Ladungen wie folgt berechnen:

$$Q_1 = C_1 * U_1 = 5\ \mu F * 100\ V = 500\ \mu C$$

$$Q_2 = C_2 * U_2 = 10\ \mu F * 100\ V = 1000\ \mu C$$

$$Q_3 = C_3 * U_3 = 15\ \mu F * 100\ V = 1500\ \mu C$$

$$Q_{ges} = C_{ges} * U_{ges} = 30\ \mu F * 100\ V = 3000\ \mu C$$

Die Gesamtladung ist gleich der Summe der einzelnen Ladungen.

c) Es gilt für die **Reihenschaltung**:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2{,}73 * 10^{-4}C}{5\ \mu F} = 54{,}5\ V$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{2{,}73 * 10^{-4}C}{10\ \mu F} = 27{,}3\ V$$

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{2{,}73 * 10^{-4}C}{15\ \mu F} = 18{,}2\ V.$$

Die Summe der drei Spannungen ergibt die Gesamtspannung U_{ges} = 100V.

Für die **Parallelschaltung** ist die Spannung an allen drei Kondensatoren gleich groß, wie schon in b) diskutiert wurde. Es gilt:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{ges} = 100\ V.$$

Aufgabe: Laden/Entladen eines Kondensators

Ein Kondensator C wird über einen Widerstand R geladen bzw. entladen. Im Experiment wird der Spannungsverlauf am Kondensator über die Zeit für das Laden und Entladen mit Cassy erfasst. Der Widerstand besitzt einen Wert R = 47 kΩ, der Kondensator laut Aufschrift eine Kapazität C = 100 µF. Man erhält die Messkurve in Abb.1. Liest man die Messwerte für den Entladevorgang aus, so erhält man folgende Tabelle:

t[s]	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
U_C[V]	9,44	6,03	3,88	2,54	1,65	1,08	0,70	0,45	0,31	0,21	0,13

a) Beschreiben oder skizzieren Sie den erforderlichen Versuchsaufbau.

b) Erklären Sie den Kurvenverlauf beim Laden und Entladen.

c) Leiten Sie aus dem Spannungsansatz das Gesetz für U(t) für den Lade- und Entladevorgang her.

d) Werten Sie die Tabelle von Hand, mit Excel oder cassy aus und zeigen Sie, dass der Entladevorgang mit einer Exponentialfunktion beschrieben werden kann.

e) Ermitteln Sie die Kapazität des verwendeten Kondensators. Vergleichen Sie mit der Aufschrift auf dem Kondensator und diskutieren Sie mögliche Fehlerquellen.

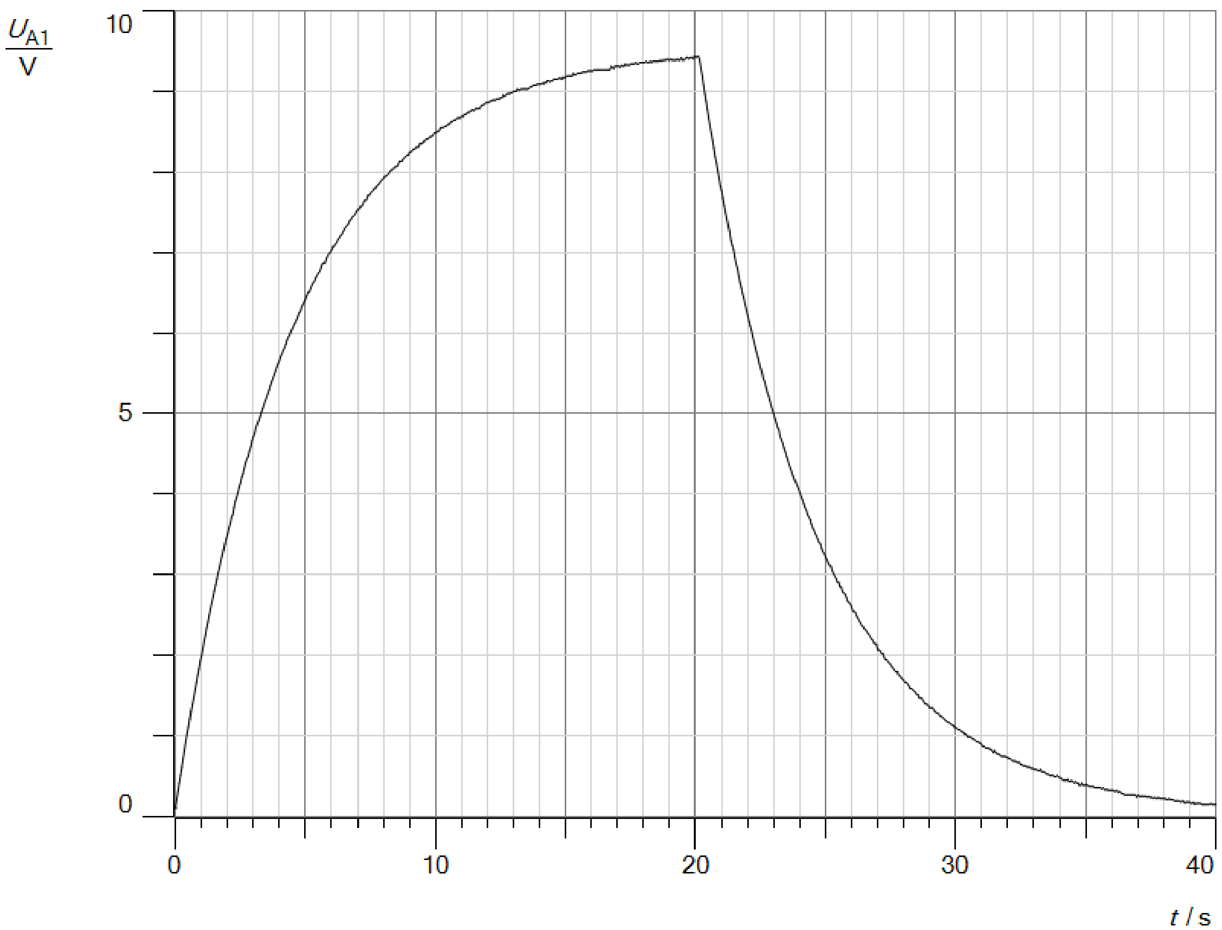

Abb.1: Messkurve

Lösungen:

a) Man benötigt Versuchsaufbau a) oder b).

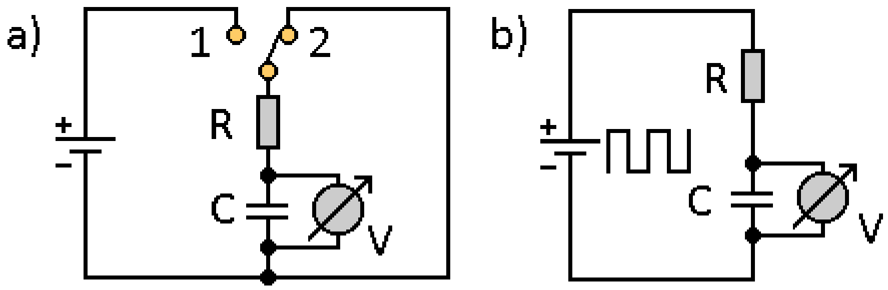

Abb. 2: Schaltungen

Als Voltmeter benutzt man cassy oder ein anderes Messwerterfassungssystem. Zunächst wird der Kondensator über den Widerstand R geladen. Dazu bringt man den Wechselschalter in Schaltung a) in Position 1. Ändert sich die Spannung nicht mehr, so legt man den Schalter um. Der Kondensator entlädt sich über den Widerstand R. Alternativ kann man den Kondensator über den Widerstand direkt mit dem Ausgang eines Rechteckgenerators wie in Schaltung b) verbinden. In der Hochphase der Spannung wird der Kondensator geladen, in der Tiefphase entladen.

b) Beim Laden steigt die Spannung zu Beginn steil an. Auf dem Kondensator befinden sich nur wenige Ladungen gegen die Arbeit verrichtet werden muss, um weitere Ladungen auf ihn zu bringen. Es fließt ein hoher Ladestrom. Je voller er wird, umso mehr Energie ist nötig, ihn weiter zu laden. Gleichzeitig sinkt die effektive Ladespannung ΔU, da die Differenz zwischen der von außen angelegten Spannung U_0 und der Kondensatorspannung U_C immer kleiner wird. Diese Rückkopplung zwischen ΔU und I bewirkt den inversen exponentiellen Anstieg der Kondensatorspannung. Beim Entladen sinkt die Spannung anfangs sehr stark, da die Kondensatorspannung U_C einen hohen Entladestrom durch den Widerstand treibt. Je mehr er entladen wird, umso kleiner wird die antreibende Spannung. Der Strom nimmt ab und mit ihm fällt die Kondensatorspannung immer langsamer. Durch diese Rückkopplung zwischen U_C und I kommt der exponentielle Abfall der Entladekurve zustande.

c) Die Gesetze wurden in Kapitel 2.2.4 ausführlich hergeleitet. Sie lauten für den Ladevorgang

$$U_C(t) = U_0 * (1 - \exp(-\lambda * t))$$

und für den Entladevorgang

$$U_C(t) = U_{C0} * \exp(-\lambda * t).$$

mit

$$\lambda = \frac{1}{R * C} (1)$$

Darin bedeuten:

$U_C(t)$: Spannung am Kondensator zur Zeit t

U_0: Spannung der Spannungsquelle
U_{C0}: Spannung des Kondensators zu Beginn des Entladens
λ: Ladekonstante
R: Widerstand
C: Kapazität
t: Zeit.

d) Um das Entladegesetz von Hand zu überprüfen, löst man es nach der Ladekonstante λ auf. Man erhält:

$$\lambda = -\frac{ln\left(\frac{U_C}{U_{C0}}\right)}{t}.$$

Errechnet man seinen Wert für jedes U_C/t-Messpaar, so ergibt sich Zeile 3 der Tabelle.

t[s]	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
U_C[V]	9,44	6,03	3,88	2,54	1,65	1,08	0,70	0,45	0,31	0,21	0,13
λ[1/s)	-	0,224	0,222	0,219	0,218	0,217	0,217	0,217	0,214	0,211	0,214

Da der Wert für λ nahezu konstant ist, bestätigt sich das Entladegesetz. Für den Mittelwert bekommt man

$$\lambda = 0{,}2173 * 1/s.$$

Man kann die Werte auch in Excel oder cassy eingeben und dann auf Exponentialfunktion testen lassen. Mit cassy erhält man die Kurve in Abb. 3 mit

$$\lambda = 0{,}2174 * 1/s.$$

Die Ausgleichskurve erweist sich als nahezu perfekte Exponentialfunktion. Der Mittelwert für λ aus beiden Auswertungen beträgt

$$\lambda = 0{,}21735 * 1/s.$$

e) Löst man Gleichung (1) nach der Kapazität C auf, so folgt:

$$C = \frac{1}{R * \lambda} = \frac{1}{4{,}7 * 10^4\Omega * 0{,}21735 * (1/s)} = 9{,}79 * 10^{-5}\frac{As}{V} = 97{,}9\ \mu F.$$

Der gemessene Wert stimmt sehr gut mit der Angabe auf dem Kondensator überein, vor allem wenn man bedenkt, dass bei Elektrolytkondensatoren der Istwert um bis zu 20 % vom Nennwert abweichen kann. Außerdem sollte man den Wert des Widerstandes mit einem Ohmmeter überprüfen. Nachmessen ergab R = 46,5 kΩ. Damit erhält man für die Kapazität einen noch etwas besseren Wert von C = 98,9 µF.

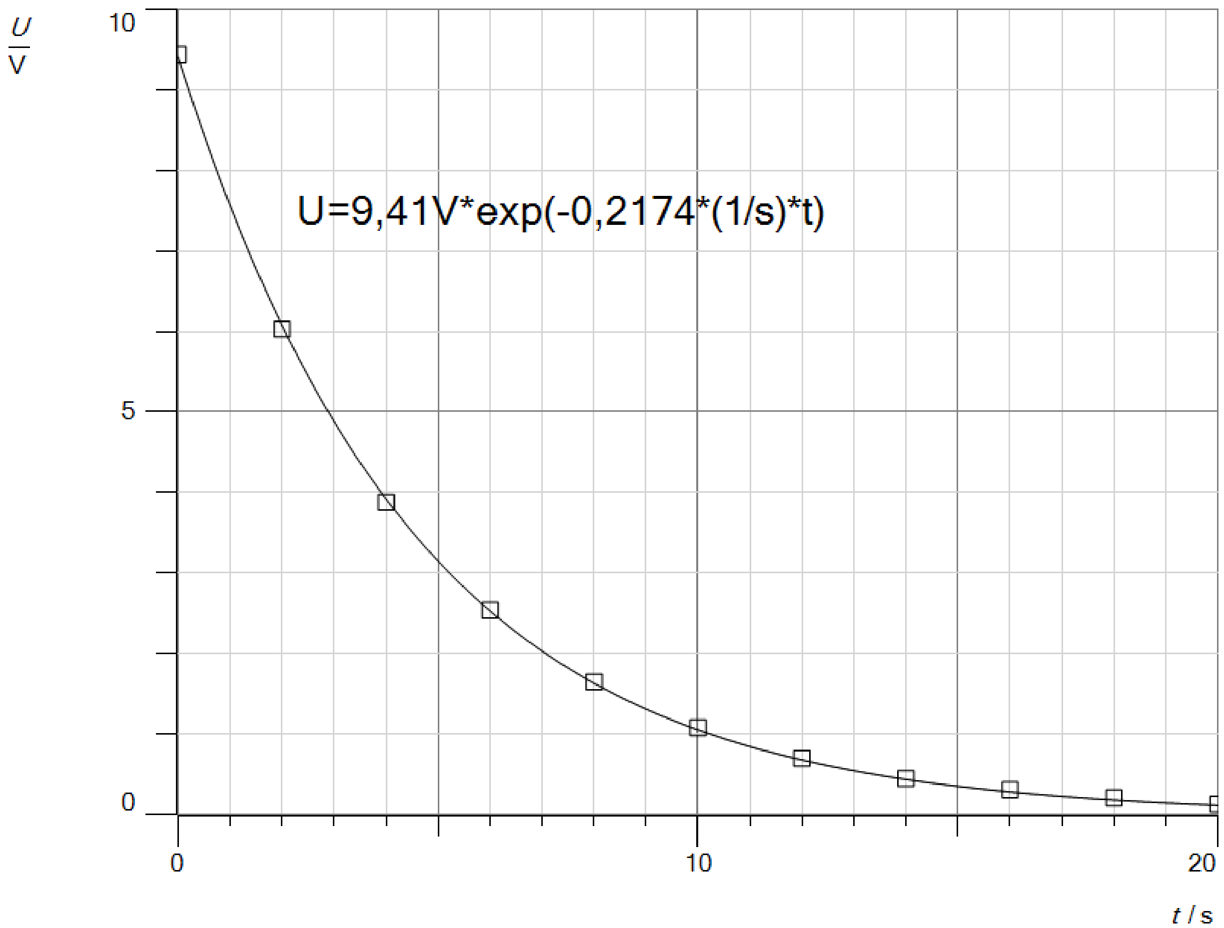

Abb. 3: Auswertung mit cassy

Aufgabe: Spannung der Steckdose

Mit einem Wasserkocher, der an eine Steckdose angeschlossen ist, werden in einem Becherglas m = 1500 g Wasser (c_w = 4,18 J/g*°C) t = 2 min lang erhitzt. Ein angeschlossenes Amperemeter zeigt einen Strom I = 8,2 A an. Dabei steigt die Temperatur des Wassers von T_A = 18,9 °C auf T_E = 53,1 °C.

a) Beschreiben und erläutern Sie den Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung.

b) Errechnen Sie aus den Angaben die Spannung der Steckdose.

c) Vergleichen Sie das Ergebnis mit den Angaben des Netzbetreibers. Diskutieren Sie mögliche Fehlerquellen und ihren Einfluss auf das Messergebnis. Beschreiben Sie, wie man sie vermeiden könnte. Begründen Sie.

d) Erläutern Sie, warum man die Wechselspannung aus der Steckdose eigentlich als Wechselpotential bezeichnen müsste.

e) Fertigen Sie zu dem Versuch, mit dem wir gezeigt haben, dass ein Pol der Steckdose geerdet ist, ein vollständiges Versuchsprotokoll an. Benennen Sie die Pole. Erklären Sie, welche Vor- und Nachteile die Erdung hat.

f) Beschreiben und erklären Sie, wie eine Kindersicherung funktioniert.

Lösungen:

a) Aufbau:

Die Spannung ist definiert als Quotient aus der Energie W und der Ladung Q. In dem man die elektrische Energie durch den Tauchsieder im Wasserkocher in Wärme umwandelt, kann man die abgegebene elektrische Energie mit der Formel für die Wärmeenergie, die ein Körper aufnimmt, wenn er sich um ΔT erwärmt, berechnen. Die Ladung lässt sich am einfachsten ermitteln, indem man die Stromstärke und die Zeit misst. Das Produkt aus beiden ergibt die Ladung. Man benötigt insgesamt einen Wasserkocher, eine Spezialsteckdose, mit der man gefahrlos den Strom messen kann, ein Amperemeter, eine Uhr und ein elektrisches Thermometer.

Durchführung:

Man füllt den Wasserkocher mit V = 1,5 l Wasser und steckt das Thermometer in den Kocher. Man liest die Anfangstemperatur ab, schließt den Kocher an die Steckdose an und startet die Uhr. Während das Wasser erwärmt wird, notiert man sich die Stromstärke. Nach zwei Minuten schaltet man den Kocher aus, rührt mit dem Temperaturmessfühler um und misst die Endtemperatur.

b) Für die geflossene Ladung Q und die abgegebene Energie E gilt:

$$Q = I * t = 8{,}2\,A * 120\,s = 984\,C$$

$$W = c * m * \Delta T = 4{,}18\frac{J}{g * °C} * 1500\,g * (53{,}1\,°C - 18{,}9\,°C) = 214434\,J.$$

Daraus folgt für die Spannung U

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{214434\,J}{984\,C} = 217{,}9\,V.$$

c) Laut Netzbetreiber hat die Steckdose eine Spannung U = 230 V. Der gemessene Wert ist etwas tiefer. Mögliche Fehlerquellen sind unsystematische Fehler und systematische Fehler. Ablesefehler sind der klassische Fall für unsystematische Fehler. Sie treten bei jedem Messvorgang auf, hier beim Ablesen der Stromstärke, der Zeit und der Temperatur. Sie lassen sich kompensieren, in dem man die Messung mehrfach durchführt und aus den Ergebnissen den Mittelwert bildet. Systematische Fehler werden durch einen Fehler beim Experimentieren oder bei der Auswertung verursacht. In diesem Falle wurde z.B. nicht berücksichtigt, dass der Tauchsieder und der Wasserkocher ebenfalls erwärmt werden. Diese Wärme wurde bei der Auswertung nicht mitgerechnet. So ist die angesetzte Energie zu gering und damit die Spannung zu niedrig. Um diesen Fehler zu vermeiden, müsste man die einzelnen Teile des Wasserkochers wiegen und mit ihrer Wärmekapazität die jeweils aufgenommene Wärme in die Rechnung mit einbeziehen. Die Vorgehensweise wäre sehr aufwändig und nur scheinbar genauer, da man voraussetzen müsste, dass sich alle Teile gleich stark erwärmen wie das Wasser. Das ist mit Sicherheit nicht gegeben. Ein zweiter Fehler entsteht durch die Wärme, die während des Versuches an die Umgebung verloren geht, was ebenfalls einen zu kleinen Wert für die Spannung zur Folge hat. Um dieses Problem zu beheben, müsst man das Wasser in einem isolierten Gefäß erwärmen.

d) Die Erde dient als fester Bezugspunkt, da ein Pol geerdet ist. Damit besitzt der andere Pol ein Potential bezogen auf die Erde.

e) Der Pol, der geerdet ist, heißt Nullleiter, der andere Phase. Dass ein Pol geerdet ist, kann man mit dem folgenden Versuch zeigen.

Aufbau:

Man benötigt eine Glimmlampe, eine isolierte Krokodilklemme und eine Mehrfachsteckdose. Alternativ kann man einen Polprüfer benutzen, der meist als Schraubenzieher ausgelegt ist.

Durchführung:

Man schließt im ersten Teilversuch die Glimmlampe zunächst an die beiden Pole der Steckdose an. Anschließend verbindet man den einen Anschluss der Lampe mit der Phase, den anderen über die Krokodilklemme mit der Wasserleitung. Dann wiederholt man diesen Vorgang mit dem Nullleiter. Zur Sicherheit benutzt man bei den Versuchen eine ausschaltbare Mehrfachsteckdose, die man erst einschaltet, wenn alle Verbindungen hergestellt sind. Benutzt man einen Polprüfer, so steckt man seinen Stift nacheinander in die beiden Pole der Steckdose und berührt mit dem Daumen oder Zeigefinger die Metallkappe an seinem Kopfende.

Beobachtung:

Im ersten und zweiten Teilversuch leuchten beide Enden der Glimmlampe, im dritten Teilversuch nicht. Die Glimmlampe im Polprüfer strahlt nur, wenn man ihn in die Phase steckt.

Erklärung:

Im den beiden ersten Teilversuchen ist der Stromkreis über die Phase und die Erde geschlossen, einmal mit Hilfe des Nullleiters und einmal über die Wasserleitung. Im dritten Fall sind beide Enden der Lampe mit der Erde in Berührung. Daher kann sie nicht leuchten. Beim Polprüfer wird der Stromkreis über die Versuchsperson geschlossen, die auf der Erde steht. Der Strom durch ihren Körper ist dabei so gering, dass er keine gesundheitlichen Schäden verursachen kann.

Die Erdung hat zwei Vorteile. Die Spannung besitzt einen festen Bezugspunkt, unabhängig von der Belastung der Leitungen. Zum zweiten spart man Leitungen. Es muss nur eine

Hinleitung verlegt werden. Der technische Aufwand ist erheblich geringer. Der Hauptnachteil ist, dass es für den Benutzer schon lebensgefährlich werden kann, wenn er nur einen Pol der Steckdose, die Phase berührt.

f) Aus diesem Grund sind Kindersicherungen so gebaut, dass man die Steckdose nur benutzen kann, wenn man den Stecker gleichzeitig in beide Pole steckt. Außerdem muss man ihn meist drehen. Dazu ist überlegtes Handeln nötig, das Kleinkinder noch nicht bewältigen können.

Aufgabe: Widerstand Bügeleisen

Ein Bügeleisen trägt die Aufschrift: 220 – 240 V, 1650 – 1960 W

a) Berechnen Sie die Stromstärken für beide Spannungen.

b) Berechnen Sie den Widerstand des Bügeleisens für beide Spannungen. Deuten Sie das Ergebnis.

c) Berechnen Sie die Leistung für U = 230 V.

d) Berechnen Sie, um wie viel % die Spannung schwanken kann, um wie viel die Leistung. Erklären Sie.

e) Vor einigen Jahren wurde die Netzspannung in der EU von U_1 = 220 V auf U_2 = 230 V erhöht. Das verkürzte die Lebensdauer der Glühlampen um etwa 10 %. Erklären Sie.

Lösungen:

a) Die Stromstärken betragen

$$I_1 = \frac{P}{U} = \frac{1650\ W}{220\ V} = 7{,}5\ A$$

$$I_2 = \frac{1960\ W}{240\ V} = 8{,}17\ A.$$

b) Für die Widerstände gilt:

$$R_1 = \frac{U_1}{R} = \frac{220\ V}{7{,}5\ A} = 29{,}3\ \Omega.$$

$$R_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{240\ V}{8{,}17\ A} = 29{,}4\ \Omega.$$

Der Widerstand ist in beiden Fällen gleich, da es sich bei beiden Spannungen um die gleiche Heizspirale handelt. Er hängt nur von ihrer Länge und Dicke.

c) Die Leistung beträgt:

$$P_3 = \frac{U_3^2}{R} = \frac{(230V)^2}{29{,}3\ \Omega} = 1805\ W.$$

d) Die Leistung schwankt um

$$PP = \frac{(P_2 - P_1) * 100\%}{P_m} = \frac{(1960\ W - 1650\ W) * 100\%}{1805\ W} = 17{,}2\ \%$$

und die Spannung um

$$PU = \frac{(U_2 - U_1) * 100\%}{U_m} = \frac{(240\ V - 220\ V) * 100\%}{230\ V} = 8{,}7\ \%.$$

Die Leistung nimmt prozentual doppelt so stark zu wie die Spannung, da mit der Spannung auch die Stromstärke steigt und die Leistung das Produkt aus beiden ist.

e) Die Leistung stieg durch die Spannungserhöhung um

$$PP = 2 * PU = 2 * \frac{(230\,V - 220\,V) * 100\%}{225\,V} = 8{,}9\,\%\,.$$

Durch die höhere Leistung wurde die Glühwendel heißer. Die Lampe leuchtete etwas heller, brannte aber eher durch, da das Wolfram der Glühwendel stärker verdampfte und die Stromspitze beim Einschalten stärker ausgeprägt war.

Aufgabe: Vorwiderstand Lampe

Eine kleine Lampe mit den Kenndaten U_L = 4 V und I_L = 0,1 A soll an einer Autobatterie mit U = 12 V betrieben werden.

a) Zeichnen und erklären Sie den Schaltplan.

b) Berechnen Sie die Werte der benötigten Bauteile.

Lösungen:

a) Man benötigt einen Widerstand, eine Lampe und eine Batterie. Alle Teile sind in Reihe geschaltet. Abb.1 zeigt den benötigten Schaltplan.

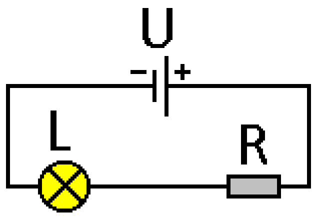

Abb. 1: Schaltplan

Der Vorwiderstand R muss so bemessen sein, dass an ihm

$$U_R = U - U_L = 12\,V - 4\,V = 8\,V$$

abfallen. Da er mit der Lampe in Reihe geschaltet ist, muss durch ihn der gleiche Strom wie durch die Lampe fließen.

b) Mit den Überlegungen aus a) folgt:

$$R = \frac{U_R}{I_L} = \frac{8\,V}{0{,}1\,A} = 80\,\Omega.$$

Der Widerstand der Lampe beträgt

$$R_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{4\,V}{0{,}1\,A} = 40\,\Omega.$$

Aufgabe: Elektrolyse von Wasser

Mit einem Hoffmann-Apparat kann man Wasser in seine Bestandteile Wasserstoff und Sauerstoff zerlegen. Ein Gemisch aus beiden im Volumenverhältnis 2:1 nennt man Knallgas. Eine Ladung von Q = 1 C liefert bei T= 20°C und p= 1013 hPa V = 0,19 ml Knallgas.

a) Formulieren Sie die Reaktionsgleichungen am Plus- und Minuspol.

b) Berechnen Sie die Ladung und das Volumen an Knallgas, das ein Strom der Stärke I = 3 A in t = 30 s liefert.

c) Eine Taschenlampe liefert t = 8 h lang Strom der Stärke I = 0,2 A. Berechnen Sie die Ladung und das Volumen an Knallgas, das sie erzeugen könnte.

d) In einem Versuch werden in t = 60 s V = 23,4 ml Knallgas abgeschieden. In einem weiteren Versuch erhält man V = 27 ml in t = 80 s. Ermitteln Sie, in welchem Versuch die Ladung, in welchem die Stromstärke größer war. Erklären Sie.

Lösungen:

a) Die Reaktionsgleichungen lauten:

$$+Pol: 4OH^- - 4e^- \rightarrow O_2 + 2H_2O$$

$$-Pol: 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2$$

b) Für die Ladung gilt:

$$Q = I * t = 3\ A * 30s = 90\ C.$$

Sie liefert

$$V = 90\ C * 0{,}19\, ml/C = 17{,}1\, ml$$

Knallgas.

c) Die Ladung beträgt:

$$Q = I * t = 0{,}2\ A * 8 * 3600s = 5760\ C.$$

und damit das Volumen an Knallgas:

$$V = 5760\ C * 0{,}19 \frac{ml}{C} = 1094{,}4\, ml.$$

d) Für die Ladungen gilt:

$$Q_1 = \frac{23{,}4\, ml}{0{,}19 ml/C} = 123\ C$$

$$Q_2 = \frac{27\ ml}{0{,}19 ml/C} = 142\ C$$

und für die Stromstärken:

$$I_1 = \frac{123\ C}{60\ s} = 2{,}05\ A$$

$$I_2 = \frac{142\ C}{80\ s} = 1{,}78\ A$$

Im ersten Fall ist die Stromstärke größer, im zweiten Fall die Ladung. Da der Strom im ersten Versuch kürzere Zeit fließt, ist dennoch die abgeschiedene Ladung Q_1 kleiner als im zweiten Versuch, in dem die Ladung Q_2 fließt.

Aufgabe: Lichterketten

Es gibt zwei Arten von Lichterketten am Weihnachtsbaum für U = 230 V. Die einen haben 10, die anderen 16 unter sich gleiche Kerzen.

a) Die Lampen sind durch ein Versehen durcheinander geraten. Erläutern und erklären Sie, wie Sie mit einem Eisenbahntrafo der Spannung U = 16 V prüfen kann, zu welcher Kette welche Kerze gehört.

b) Berechnen Sie die Spannung einer Kerze bei einer 10er bzw. 16er Kette.

c) Eine Kerze der 10er Kette hat eine Nennstromstärke von I_{10} = 130 mA, bei einer Kerze der 16er Kette beträgt sie I_{16} = 209 mA. Berechnen Sie für beide Ketten den Widerstand R einer Kerze und den der ganzen Kette.

d) Berechnen Sie die Leistung der einzelnen Lampen und die Gesamtleistung beider Ketten. Erläutern Sie, welche Kette insgesamt heller leuchtet.

e) Heute werden in Lichterketten fast ausschließlich LEDs verwendet. Erklären Sie, warum. Versuchen Sie herauszufinden, wie sie verschaltet sind und was man für ihren Betrieb zusätzlich benötigt.

Lösungen:

a) In der Kette mit 10 Kerzen fällt an jeder Kerze eine größere Spannung ab als an einer Kerze der 16er Kette. Sie benötigen daher mehr Spannung, um hell leuchten zu können. Schließt man beide an den Eisenbahntrafo an, so leuchtet die Kerze der 16er Kette hell auf, die der 10er Kette dagegen nur schwach.

b) Für eine Kerze in der 16er Kette gilt:

$$U = \frac{230\,V}{16} = 14{,}4\,V.$$

und für eine Kerze in der 10er Kette

$$U = \frac{230\,V}{10} = 23\,V.$$

c) Für die Widerstände in der 16er Kette erhält man:

$$R_1 = \frac{14{,}4\,V}{0{,}209\,A} = 68{,}8\,\Omega$$

$$R_{ges} = 16 * R_1 = 16 * 68{,}8\,\Omega = 1100\,\Omega.$$

In der 10er Kette ergibt sich:

$$R_1 = \frac{23\,V}{0{,}13\,A} = 176{,}9\,\Omega$$

$$R_{ges} = 10 * R_1 = 10 * 176{,}9\,\Omega = 1769\,\Omega.$$

d) Für die Leistungen in der 16er Kette erhält man:

$$P_1 = 14{,}4\,V * 0{,}209\,A = 3\,W$$

$$P_{ges} = 16 * P_1 = 16 * 3\,W = 48\,W.$$

In der 10er Kette gilt:

$$P_1 = 23\,V * 0{,}13\,A = 3\,W$$

$$P_{ges} = 10 * P_1 = 10 * 3\,W = 30\,W.$$

Die 16er Kette leuchtet insgesamt heller, da ihre Leistung größer ist, weil sie mehr Lampen enthält. Alle Lampen haben unabhängig von der Kette die gleiche Leistung.

e) Leuchtdioden haben eine zehnmal höhere Lichtausbeute als Glühlampen. Daher brauchen sie bei gleicher Helligkeit nur den zehnten Teil an Energie m Vergleich zu Lichterketten mit Glühbirnen. Die LEDs in den Ketten sind meist parallel in mehreren Reihen angeordnet, wobei in jeder Reihe zahlreiche LEDs hintereinandergeschaltet sind (s. Aufgabe LED-Lichterkette). Man benötigt zumindest einen Gleichrichter, wenn man sie am Stromnetz betreibt, da LEDs Gleichspannung benötigen. Häufig verwendet man ein Netzteil, bestehend aus einem Trafo, einem Gleichrichter und einem Glättungskondensator.

Aufgabe: LED-Lichterkette

Eine LED-Weihnachtsbeleuchtung enthält 720 weiße LEDs. Sie sind parallel in zehn Reihen zu je 72 LEDs angeordnet. Jede Reihe enthält außerdem 6 Schutzwiderstände mit je R_S = 330 Ω. Eine LED besitzt im Betrieb einen Widerstand R_L = 165 Ω. Die LED-Kette liegt an U = 230 V Gleichspannung.

a) Berechnen Sie den Widerstand eines Zweiges und den Gesamtwiderstand der Kette.

b) Berechnen Sie die Stromstärke in jedem Zweig und die Gesamtstromstärke.

c) Berechnen Sie die Spannung an jeder LED.

d) Berechnen Sie die Leistung einer LED und die Gesamtleistung der Kette.

e) Die Steckdose liefert U = 230 V Wechselspannung, LEDs benötigen aber Gleichspannung. Daher muss man zwischen Stecker und Kette einen Brückengleichrichter einbauen. Erkundigen Sie sich im Internet, wie er aufgebaut ist und wie er funktioniert.

Lösungen:

a) Für den Widerstand R_R eines Zweiges gilt:

$$R_R = 72 * 165\ \Omega + 6 * 330\ \Omega = 13860\ \Omega$$

und für den Gesamtwiderstand R_K der Kette

$$\frac{1}{R_K} = 10 * \frac{1}{R_R} = \frac{10}{13860\ \Omega}.$$

und damit

$$R_K = \frac{13860\ \Omega}{10} = 1386\ \Omega.$$

b) Für die Stromstärke I_R in einer Reihe gilt

$$I_R = \frac{230\ V}{13860\ \Omega} = 16{,}6\ mA.$$

und für die Stromstärke IK der gesamten Kette

$$I_K = 10 * I_R = 10 * 16{,}6\ mA = 0{,}166\ A.$$

c) Man erhält:

$$U_{LED} = R_{LED} * I_R = 165\ \Omega * 0{,}0166\ \mathrm{A} = 2{,}74\ \mathrm{V}.$$

d) Es gilt

$$P_{LED} = U_{LED} * I_{LED} = 2{,}74\ V * 16{,}6\ mA = 45{,}5\ mW.$$

Die gesamte Kette hat eine Leistung P_{ges}

$$P_{ges} = 720 * P_{LED} = 720 * 0{,}0455\ W = 32{,}7\ W.$$

Die elektrische Leistung ist vergleichbar mit der einer herkömmlichen Lichterkette (s. Aufgabe Lichterketten). Aber die LED-Kette leuchtet wesentlich heller, da sie eine höhere Lichtausbeute hat.

e) Ein Brückengleichrichter besteht aus vier Dioden und häufig einem Glättungskondensator, die nach Abb. 1 mit einander verschaltet sind. Bei der roten Polung der Wechselspannung leiten die roten Dioden, bei der grünen Polung die grünen Dioden. So liegt am Widerstand R und damit an den LED-Reihen zu jedem Zeitpunkt am oberen Ende der Pluspol an und am unteren der Minuspol. Die Wechselspannung wird in pulsierende Gleichspannung umgewandelt und bei vorhandenem Kondensator geglättet.

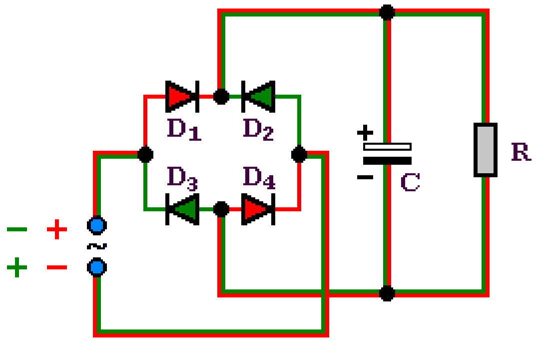

Abb. 1: Brückengleichrichter

Aufgabe: Widerstände im Haushalt

An einer Mehrfachsteckdose (U = 230 V) hängen folgende Geräte: Fernseher (P = 150 W), Kaffeemaschine (P = 900 W), LED-Stehlampe (P = 10 W) und Laptop (P = 120 W).

a) Berechnen Sie die Stromstärke in den einzelnen Geräten.
b) Berechnen Sie die gesamte Stromstärke.
c) Berechnen Sie den Widerstand der einzelnen Geräte und den Gesamtwiderstand.
d) Berechnen Sie die Leistung, mit der die Steckdose insgesamt belastet wird. Deuten Sie das Ergebnis.

Lösungen:

a) Man benutzt die Formel

$$I = \frac{P}{U}$$

und erhält für die einzelnen Geräte:

Fernseher: I_F = 0,652 A
Kaffeemaschine: I_K = 3,913 A
Stehlampe: I_S = 0,0435 A
Laptop: I_L = 0,522 A.

b) Da die Geräte parallel geschaltet sind, muss man die einzelnen Ströme addieren, um die Gesamtstromstärke Iges zu erhalten. Somit gilt:

$$I_{ges} = 0{,}652\ A + 3{,}913\ A + 0{,}0435\ A + 0{,}522\ A = 5{,}1305\ A.$$

c) Den Widerstand der einzelnen Geräte berechnet man mit der Formel

$$R = \frac{U}{I}$$

und erhält so für die einzelnen Geräte

Fernseher: R_F = 352,8 Ω
Kaffeemaschine: R_K = 58,8 Ω
Stehlampe: R_S = 5287 ,4Ω
Laptop: R_L = 440,6 Ω.

Für den Gesamtwiderstand R_{ges} gilt:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_K} + \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_L}$$
$$= \frac{1}{352{,}8\ \Omega} + \frac{1}{58{,}8\ \Omega} + \frac{1}{5287{,}4\ \Omega} + \frac{1}{440{,}6\ \Omega}$$

$$= \frac{0{,}0223}{1\ \Omega}$$

und damit

$$R_{ges} = \frac{1\ \Omega}{0{,}0259} = 44{,}84\ \Omega\,.$$

d) Die Steckdose wird mit einer Leistung

$$P = U * I_{ges} = 230\ V * 5{,}1305\ A = 1180\ W$$

belastet. Das könnte für die Mehrfachsteckdose zu viel sein. Das Kabel könnte sich zu stark erwärmen und einen Brand verursachen. Daher sollte man darauf achten, nicht zu viele Geräte an einer Mehrfachsteckdose gleichzeitig zu betreiben. Außerdem sollte man die Leistung der einzelnen Geräte beachten. Geräte mit hoher Leistung gehören in eine Einzelsteckdose an der Wand. Sie sind im Sicherungskasten gemeinsam mit zwei oder drei anderen mit I = 16 A abgesichert.

Aufgabe: Kupferleitung

Eine l = 1 km lange Kupferleitung hat einen Widerstand R = 10 Ω.

a) Berechnen Sie ihre Querschnittsfläche A und ihre Masse.

b) Häufig ersetzt man Kupfer durch Aluminium. Berechnen Sie die Querschnittsfläche A und die Masse einer Aluminiumleitung mit gleichem Widerstand.

c) Vergleichen Sie die Ergebnisse miteinander und interpretieren Sie sie.

d) Erkundigen Sie sich im Internet, wie Hochspannungsleitungen aufgebaut sind. Erklären Sie.

Hinweise:

Aluminium hat einen spezifischen Widerstand von $\rho = 0{,}028\Omega*mm^2/m$ und eine Dichte $D = 2{,}7\ g/cm^3$. Bei Kupfer beträgt der spezifische Widerstand $\rho = 0{,}017\Omega*mm^2/m$ und die Dichte $D = 8{,}93 g/cm^3$.

Lösungen:

a) Für den Widerstand eines Drahtes gilt:

$$R = \rho * \frac{l}{A}$$

Löst man diese Gleichung nach der Querschnittsfläche A auf, so erhält man:

$$A = \frac{\rho * l}{R} = \frac{0{,}017\Omega * \frac{mm^2}{m} * 1000m}{10\ \Omega} = 1{,}7\ mm^2 = 0{,}017\ cm^2\ .$$

Seine Masse m_{Cu} beträgt:

$$m_{Cu} = D * A * l = 8{,}93 \frac{g}{cm^3} * 0{,}017\ cm^2 * 100000\ cm = 15181\ g.$$

b) Für Aluminium erhält man mit den gleichen Überlegungen wie in a)

$$A = \frac{\rho * l}{R} = \frac{0{,}028\ \Omega * \frac{mm^2}{m} * 1000m}{10\ \Omega} = 2{,}8\ mm^2 = 0{,}028\ cm^2\ .$$

$$m_{Al} = 2{,}7 \frac{g}{cm^3} * 0{,}028\ cm^2 * 100000\ cm = 7560\ g.$$

c) Die Aluminiumleitung ist etwas dicker, aber nur halb so schwer.

d) Hochspannungsleitungen bestehen aus einem Stahlkern und einem Aluminiummantel. Der Stahl sorgt für die nötige Festigkeit, das Aluminium schützt den Stahl vorm Rosten, da es sich mit einer Oxidschutzschicht überzieht. Außerdem wird die Leitung nicht so schwer, weil Aluminium eine etwa dreimal so kleine Dichte hat wie Eisen. Ansonsten wären die Zugkräfte auf die Masten enorm. Ferner leitet Aluminium den Strom je nach Stahlsorte bis zu zwanzigmal besser.

Aufgabe: Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Man hat drei Widerstände zu je R = 100 Ω zur Verfügung.

a) Zeichnen Sie Schaltpläne für alle Schaltmöglichkeiten.

b) Berechnen Sie jeweils den Gesamtwiderstand.

c) Die einzelnen Schaltungen werden je an U = 30 V gelegt. Berechnen Sie die Gesamtstromstärke I, die einzelnen Stromstärken I_1, I_2 und I_3 und die einzelnen Spannungen U_1, U_2 und U_3.

Lösungen:

a) Folgende Schaltungen sind möglich:

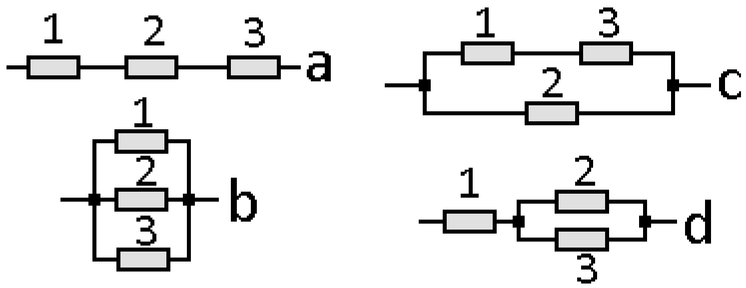

Abb.1: Schaltungsmöglichkeiten

b) In der Variante a sind alle drei Widerstände in Reihe geschaltet. Für den Gesamtwiderstand R_a gilt:

$$R_a = 100\ \Omega + 100\ \Omega + 100\ \Omega = 300\ \Omega.$$

In Schaltung b sind alle parallel geschaltet. Dann ist:

$$\frac{1}{R_b} = \frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} = \frac{3}{100\ \Omega}$$

und damit

$$R_b = \frac{100\ \Omega}{3} = 33{,}3\ \Omega.$$

In Schaltung c gilt für den Gesamtwiderstand R_{13} der beiden oberen in Reihe geschalteten Widerstände

$$R_{13} = 100\ \Omega + 100\ \Omega = 200\ \Omega.$$

Für den Gesamtwiderstand R_c erhält man:

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{200\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} = \frac{3}{200\ \Omega}$$

und daraus

$$R_3 = \frac{200\ \Omega}{3} = 66{,}7\ \Omega.$$

In Schaltungsvariante d gilt für die beiden parallel geschalteten Widerstände

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{100\ \Omega} = \frac{2}{100\ \Omega}$$

und damit

$$R_{23} = \frac{100\ \Omega}{2} = 50\ \Omega.$$

Der Gesamtwiderstand R_d dieser Variante beträgt

$$R_d = 100\ \Omega + 50\ \Omega = 150\ \Omega.$$

c) In Variante a gilt für die Stromstärken:

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U}{R_a} = \frac{30\ V}{300\ \Omega} = 0{,}1\ A.$$

und für die Spannungen

$$U_1 = U_2 = U_3 = 100\ \Omega * 0{,}1\ A = 10\ V.$$

In Schaltung b erhält man für die Spannungen

$$U_1 = U_2 = U_3 = U = 30\ V.$$

und für die Stromstärken

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{30\ V}{100\ \Omega} = 0{,}3\ A$$

$$I = \frac{30\ V}{33{,}3\ \Omega} = 0{,}9\ A$$

In Schaltung c gilt für die Spannungen

$$U_2 = U_{13} = 30\ V$$

$$U_1 = U_3 = \frac{30\,V}{2} = 15\,V$$

und für die Stromstärken

$$I = \frac{30\,V}{66{,}7\,\Omega} = 0{,}45\,A$$

$$I_2 = \frac{30\,V}{100\,\Omega} = 0{,}3\,A$$

$$I_1 = I_3 = I_{13} = \frac{30\,V}{200\,\Omega} = 0{,}15\,A$$

Bei der Schaltungsvariante d gilt für die Stromstärken

$$I = I_1 = I_{23} = \frac{30\,V}{150\,\Omega} = 0{,}2\,A$$

$$I_2 = I_3 = \frac{I_{23}}{2} = 0{,}1\,A$$

und für die Spannungen

$$U_1 = 100\,\Omega * 0{,}2\,\mathrm{A} = 20\,\mathrm{V}$$

$$U_2 = U_3 = U_{23} = 50\,\Omega * 0{,}2\,A = 10\,V.$$

5. Literatur

1) Gebrauchsanweisung Kraftsensor 524 060, www.ld-didactic.de, Download vom 8.4.2021
2) Franz Bader, Formeln und Tabellen, Aulis Verlag Deubner &Co KG, Köln 1967
3) Dorn-Bader, Physik Gymnasium SEK II, Bildungshaus Schulbuchverlage, Braunschweig 2010